

Problema 1

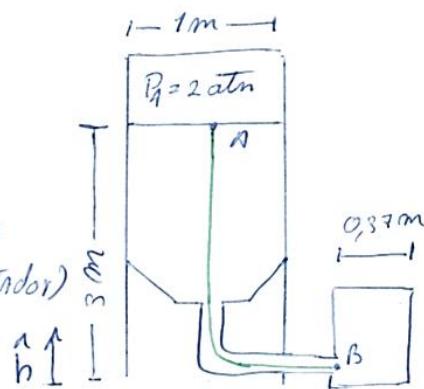
a) DATOS

$$h_A = 3 \text{ m} \quad P_A = 2 \text{ atm}$$

$$d_A = 1 \text{ m} \Rightarrow r_A = 0,5 \text{ m}$$

$$S_A = \pi r_A^2 = \pi (0,5 \text{ m})^2 = 0,785 \text{ m}^2$$

TANQUE
(Fermentador)



$$h_B = 0 \text{ m} \quad P_B = 1 \text{ atm}$$

$$d_B = 0,37 \text{ m} \Rightarrow r_B = 0,185 \text{ m}$$

$$S_B = \pi r_B^2 = \pi (0,185 \text{ m})^2 = 0,108 \text{ m}^2$$

BARRIL

$$d_m = 0,0127 \text{ m}$$

$$S_m = \pi \left(\frac{0,0127 \text{ m}}{2} \right)^2 \\ = 1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\rho_{cerveza} = 1,050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} \times \left(\frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right)^3 = 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Manguera

Supongo que la cerveza es un líquido ideal, es decir incompresible y no viscoso. Además asumo que se establece un flujo estacionario y considero que los puntos A y B están unidos por una línea de flujo. A lo largo de esta línea vale la ecuación de Bernoulli $P + \rho g h + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{cte.}$ En particular vale en los puntos A y B

$$P_A + \rho_A g h_A + \frac{1}{2} \rho V_A^2 = P_B + \rho_B g h_B + \frac{1}{2} \rho V_B^2$$

O que la manguera entra por el punto B

Por conservación de masa, una vez que se establece el flujo estacionario tiene que valer que el caudal en el fermentador tiene que ser igual al caudal a la salida de la manguera.

$$V_A S_A = V_B S_m \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{S_m}{S_A} = \frac{1,27 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{0,785 \text{ m}^2} \ll 1 \Rightarrow$$

$V_A \ll V_B \rightarrow$ Puedo despreciar V_A frente a V_B .

obs: Usan el área de la manguera S_m porque define el caudal

$$P_A - P_B + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho_B (V_B^2 - V_A^2) \underset{V_B \gg V_A}{\approx} \frac{1}{2} \rho_B V_B^2$$

$$V_B = \sqrt{2 \left(\frac{P_A - P_B}{\rho} + g h_A \right)}$$

donde uso que $\rho = \rho_A = \rho_B$ ya que el líquido es incompresible.

$$V_B = \sqrt{2 \left(\frac{2 \text{ atm} - 1 \text{ atm}}{1050 \text{ kg/m}^3} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} \right)} = \sqrt{2 \left(\frac{101300 \text{ Pa}}{1050 \text{ kg/m}^3} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} \right)}$$

$$\boxed{V_B = 18,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \text{Velocidad de la cerveza a la salida de la manguera.}$$

El caudal va a estar dado por $Q = V_B \cdot S_m = 18,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 1,28 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$$\boxed{Q = 2,018 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 2,018 \frac{\text{L}}{\text{s}}}$$

B) El balón no se llenó completamente ya que contiene CO₂ que se fue comprimiendo al entrar la cerveza al balón hasta alcanzar una presión tal que detiene el flujo.

Considero al CO₂ como un gas ideal. En el estado inicial ocupaba 50 L a 1 atm. Como el número de moles, la temperatura se mantienen constantes

$$P_i V_i = nRT = P_f V_f \Rightarrow P_f = \frac{P_i V_i}{V_f}$$

El volumen final disponible para el CO₂ en el balón es de

$$V_f = 50 \text{ L} - 26,7 \text{ L} = 23,3 \text{ L}$$

$$\boxed{P_f = \frac{1 \text{ atm}}{23,3 \text{ L}} \cdot 50 \text{ L} = \underline{2,18 \text{ atm}}} \rightarrow \text{Presión final en el balón}$$

$$P_f = 2,18 \text{ atm} \cdot \frac{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}}{\text{atm}} = 2,18 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Para calcular la presión en el fermentador, dado que el flujo se detuvo, puedo usar las ecuaciones de hidrostática.

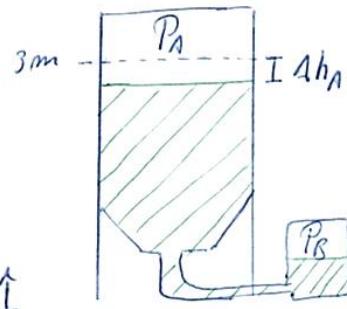
$$P_A + \rho g h_A = P_B + \rho g h_B$$

La altura de cerveza en el boril la puedo calcular como

$$h_B = 0 + \Delta h_B = \frac{V_{cerveza}}{S_B} = \frac{0,0207 \text{ m}^3}{0,108 \text{ m}^2}$$

ALTURA INICIAL

$$h_B = 0,248 \text{ m}$$



$$2CL = 0,0207 \text{ m}^3$$

$$S_A = 0,785 \text{ m}^2$$

$$S_B = 0,108 \text{ m}^2$$

Por otro lado la altura de cerveza en el fermentador será

$$h_A = \underbrace{3 \text{ m}}_{\text{ALTURA INICIAL}} - \Delta h_A = 3 \text{ m} - \frac{V_{transferido}}{S_A} = 3 \text{ m} - \frac{0,0207 \text{ m}^3}{0,785 \text{ m}^2} = 2,966 \text{ m}$$

$$P_A = P_B + \rho g (h_B - h_A) = 2,18 \times 10^5 \text{ Pa} + 1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{10 \text{ m}}{\text{s}^2} (0,248 \text{ m} - 2,966 \text{ m})$$

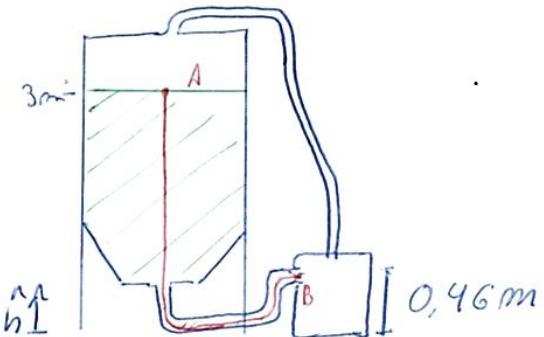
$$\boxed{P_A = 1,89 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

Presión en el fermentador, marcada por el manómetro del tanque.

c) Como la parte superior del boril es continuo con la parte superior del fermentador, el volumen total disponible para el gas se mantiene constante; lo que se pierde en el boril se gana en el fermentador.

Si el volumen es constante, la temperatura se mantiene constante y el número de moles no cambia (recipientes herméticos), la presión del gas también será constante.

$$P = \frac{nRT}{V} = \text{cte} \quad \text{si } n = \text{cte}, T = \text{cte} \Rightarrow V = \text{cte}$$



Además los perímetros en el bocal y el fermentador serán iguales.

$$P_A = P_B = 2 \text{ atm.}$$

Por los mismos argumentos detallados en a) uso la Ec. de Bernoulli

$$\cancel{P_A + \rho_A g h_A + \frac{1}{2} \rho V_A^2} = \cancel{P_B + \rho g h_B + \frac{1}{2} \rho V_B^2}$$

ya que $P_A = P_B$ L. desprecio frente a $\frac{1}{2} \rho V_B^2$

$$\frac{1}{2} \rho V_B^2 = \rho g (h_A - h_B)$$

$$V_B = \sqrt{2(h_A - h_B) g} = \sqrt{2(3m - 0,46m) 10 \frac{m}{s^2}} = 7,12 \frac{m}{s}$$

El flujo en esta situación será $Q = V_B S_m = 7,12 \frac{m}{s} \times 1,27 \times 10^{-4} m^2$

$$Q = 0,901 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s} = 0,901 \frac{L}{s}$$

Sabiendo el flujo (o caudal) puedo calcular el tiempo que tardará el bocal en llenarse como:

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta T} \Rightarrow \boxed{\Delta T = \frac{\Delta V}{Q} = \frac{50L}{0,901 \frac{L}{s}} = 55,38 s}$$

La aproximación de flujo constante durante el llenado del bocal es buena ya que sólo depende de la altura de cerveza en el fermentador, lo cual disminuye muy poco durante el llenado del bocal. La altura al final será $h_{bf} = 3m - \frac{0,080 m^3}{0,785 m^2} = 2,93 m$

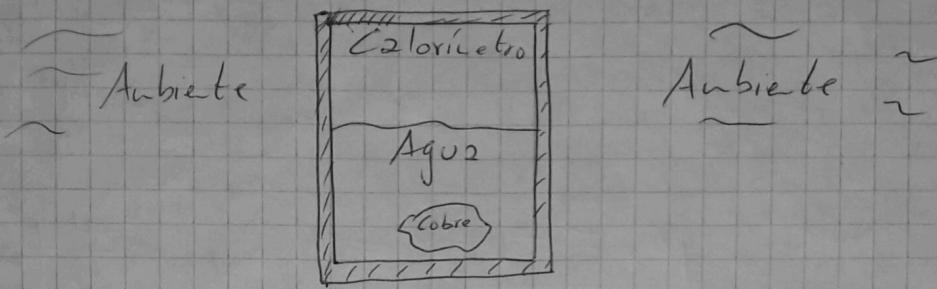
Calculando el caudal en esta situación de

$$Q' = S_m V'_B = 1,27 \times 10^{-4} m^2 \sqrt{2(2,93m - 0,46m) 10 \frac{m}{s^2}} = 0,893 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}$$

Que es tan sólo 1% menor que el caudal inicial.

Ejercicio 2

① Voy a definir a mi sistema como el Calorímetro y todo lo que tiene adentro. Todo lo que queda por fuera es el Ambiente



Asumo que el Calorímetro es Perfecto y por lo tanto NO intercambia energía con el Medio Ambiente. Todos los intercambios de Energía suceden dentro del Calorímetro.

② El sistema avanza hasta el equilibrio térmico, en donde las Temperaturas de cada especie son iguales. Como el calor Fluye desde los Cuerpos "Calientes" hacia los "frios" (o más técnicamente, desde las zonas de Mayor temperatura hacia las zonas de menor Temperatura), y el estado Inicial es:

$$\text{Calorímetro (Bronce)} - (15^\circ\text{C}) - 200\text{g}$$

$$\text{Aguas} - (15^\circ\text{C}) - M$$

$$\text{Cobre} - (-180^\circ\text{C}) - 350\text{g}$$

⇒ El Cobre absorberá calor mientras que el Calorímetro y el Agua Cederán calor

C) ¿Qué le pasa a cada especie?

Bronce \rightarrow V₂ de 15°C a 0°C $\Rightarrow Q_{\text{Bronce}} = m_{\text{bronce}} \cdot C_{\text{esp}}^{\text{Bronce}} \cdot \Delta T_{\text{bronce}}$

Cobre \rightarrow se calienta de -180°C a 0°C $\Rightarrow Q_{\text{cobre}} = m_{\text{cobre}} \cdot C_{\text{esp}}^{\text{cobre}} \cdot \Delta T_{\text{cobre}}$

Aguza \rightarrow La masa M se enfrié hasta llegar a 0°C $\Rightarrow Q_{\text{aguza}} = M \cdot C_{\text{esp}}^{\text{aguza}} \cdot \Delta T_{\text{aguza}}$

y $\frac{1}{10}$ de la masa se congela $\Rightarrow Q_{\text{solidificación}} = \frac{M}{10} \cdot L_s$

donde

$$L_s = -L_f \Rightarrow Q_{\text{solidif.}} = \frac{-M}{10} L_f$$

Como el Calorímetro es perfecto, la suma de los calores intercambiables es cero

$$\Rightarrow Q_{\text{Bronce}} + Q_{\text{cobre}} + Q_{\text{aguza}} + Q_{\text{solidif.}} = 0$$

$$\Rightarrow 200g \cdot 0,092 \frac{k\text{cal}}{kg^\circ\text{C}} \cdot (-15^\circ\text{C}) + 350g \cdot 0,093 \frac{k\text{cal}}{kg^\circ\text{C}} \cdot 180^\circ\text{C} +$$

$$+ M \cdot 1 \frac{k\text{cal}}{kg^\circ\text{C}} \cdot (-15^\circ\text{C}) - \frac{M}{10} 79,7 \frac{k\text{cal}}{kg} = 0$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Usa que} \\ \frac{k\text{cal}}{kg} = \frac{cal}{g} \end{array} \right)$$

$$-276 \text{ cal} + 5859 \text{ cal} - 15M \frac{cal}{g} - 7,97M \frac{cal}{g} = 0$$

$$\Rightarrow 5583 \text{ cal} = (15 + 7,97) M \frac{cal}{g}$$

$$\Rightarrow 5583 = 22,97 \frac{M}{g}$$

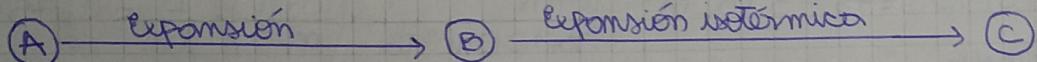
$$\Rightarrow M = \frac{5583}{22,97} g \Rightarrow M = 243 g$$

PROBLEMA 3

$$n = 0,0406 \text{ mol}$$

Gas ideal monoatómico $\Rightarrow C_V = \frac{3}{2} R$.

Ciclo reversible



$$P_A = 1 \text{ atm}$$

$$W_{AB} = 75,93 \text{ J}$$

$$V_B = V_A + 0.5L = 1.5L$$

$$T = 900 \text{ K}$$

$$V_A = 1 \text{ L}$$

$$T = 900 \text{ K}$$

Proceso isotérmico

$$V_c > V_B$$

a) Como es un gas ideal y el estado A es un estado de equilibrio, se cumple la ecuación de estado de los gases ideales.

$$P_A V_A = n R T_A \Rightarrow T_A = \frac{P_A V_A}{n R} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 1 \text{ L}}{0,0406 \text{ mol} \cdot 0,08206 \frac{\text{K atm}}{\text{K mol}}} = 300,15 \text{ K}$$

Por enunciado.

$$V_B = V_A + 0.5L = 1 \text{ L} + 0.5 \text{ L} = 1.5 \text{ L}$$

Por enunciado

$$T_B = T_c = 900 \text{ K} \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{Porque el proceso } B \rightarrow C \text{ es isotérmico a } 900 \text{ K de} \\ \text{temperatura.} \end{array} \right.$$

Como es un gas ideal y el estado B es un estado de equilibrio, se cumple la ecuación de estado de los gases ideales.

$$P_B V_B = n R T_B$$

$$P_B = \frac{n R T_B}{V_B} = \frac{0,0406 \text{ mol} \cdot 0,08206 \frac{\text{K atm}}{\text{K mol}} \cdot 900 \text{ K}}{1.5 \text{ L}} = 2 \text{ atm}$$

$$P_C = P_A \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{Porque } C \rightarrow A \text{ es un proceso isotérmico (se deduce a punto)} \\ \text{del gráfico).} \end{array} \right.$$

Como es un gas ideal y los estados B y C son de equilibrio, se cumple la ecuación de estado de los gases ideales.

$$P_B V_B = n R T_B$$

$$P_C V_C = n R T_C = n R T_B$$

$T_B = T_C$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow V_C = \frac{P_B V_B}{P_C} = \frac{2 \text{ atm} \cdot 1.5 \text{ L}}{1 \text{ atm}} = 3 \text{ L} \end{array} \right.$$

b)

$$\Delta U_{AB} = n C_V \Delta T = 0,0406 \text{ mol. } \frac{3}{2} R \cdot (T_B - T_A) = 0,0406 \text{ mol. } \frac{3}{2} \cdot 0,08206 \frac{\text{Latm}}{\text{kmol}} (300,15 \text{ K} - 900 \text{ K})$$

Porque es un gas ideal
y los estados A y B son
de equilibrio.

$$\Delta U_{AB} = 3 \text{ L. atm}$$

$$W_{AB} = 75,93 \text{ J} = 75,93 \text{ Pa. m}^3 \cdot \frac{10 \text{ atm}}{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \cdot \left(\frac{10 \text{ dm}}{1 \text{ m}} \right)^3 \cdot \frac{\text{L}}{\text{dm}^3} = 0,75 \text{ L. atm}$$

Por enunciado

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - W_{AB} \Rightarrow Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = 3 \text{ L. atm} + 0,75 \text{ L. atm} = 3,75 \text{ L. atm}$$

Ira ley de la
Termoelástica

$$\Delta U_{BC} = n \cdot C_V \Delta T = n \cdot C_V (T_C - T_B) = 0$$

Porque es un gas ideal
y los estados B y C son
de equilibrio.

Porque B → C es un proceso
isotérmico ⇒ T_C = T_B

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} - W_{BC} = 0 \Rightarrow Q_{BC} = W_{BC}$$

Ira ley de la
Termoelástica

Porque n = tie y T = tie por ser un proceso
isotérmico.

$$Q_{BC} = W_{BC} = \int_{V_B}^{V_C} P_{ext} dV = \int_{V_B}^{V_C} P_{sist} dV = \int_{V_B}^{V_C} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} = nRT \ln \left(\frac{V_C}{V_B} \right)$$

Porque B → C es un proceso
reversible ⇒ P_{ext} = P_{sist}.

Porque es un
gas ideal y todos los
puntos del proceso estan
en equilibrio (porque
el proceso es reversible).

$$Q_{BC} = W_{BC} = 0,0406 \text{ mol. } 0,08206 \frac{\text{Latm}}{\text{kmol}} \cdot 900 \text{ K. ln} \left(\frac{3 \text{ L}}{1,5 \text{ L}} \right) = 2,08 \text{ L. atm}$$

$$\Delta U_{CA} = n C_V \Delta T = n \frac{3}{2} R (T_A - T_C) = 0,0406 \text{ mol. } \frac{3}{2} \cdot 0,08206 \frac{\text{Latm}}{\text{kmol}} (300,15 \text{ K} - 900 \text{ K})$$

Porque es un gas ideal
y los estados C y A
son de equilibrio

$$\Delta U_{CA} = -3 \text{ L. atm}$$

Por ser C → A un proceso isotérmico

$$Q_{CA} = C_p \cdot n \cdot \Delta T = \frac{5}{2} R \cdot n \cdot (T_A - T_C) = \frac{5}{2} \cdot 0,08206 \frac{\text{Latm}}{\text{kmol}} \cdot 0,0406 \text{ mol} (300,15 \text{ K} - 900 \text{ K})$$

$$C_p = C_v + R = \frac{3}{2} R + R = \frac{5}{2} R$$

$$Q_{CA} = -5 \text{ L. atm.}$$

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} - W_{CA} \Rightarrow W_{CA} = Q_{CA} - \Delta U_{CA} = 5 \text{ L. atm} + 3 \text{ L. atm} = -2 \text{ L. atm}$$

Por ser un gas ideal