# LABORATORIO DE MECÁNICA Y TERMODINÁMICA TURNO MARTES Y JUEVES – CÁTEDRA: PROF. ANA AMADOR

Estudiantes de Licenciatura en Biología y Geología. Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

# PRÁCTICA 4: Movimiento de un cuerpo en un fluido viscoso

# ΟΒJΕΤΙVΟ

En esta experiencia de laboratorio se estudiará el movimiento de caída de una esfera en el seno de un fluido, analizando en particular el comportamiento de la fuerza viscosa.

# INTRODUCCIÓN

La figura 1 muestra el diagrama de cuerpo libre para un cuerpo que cae en un medio viscoso. Además de su propio peso (P = mg), el cuerpo es sometido a una fuerza denominada "empuje" (E), de sentido contrario al peso, por el solo hecho de encontrarse sumergido. Según el principio de Arquímedes, el empuje es igual al peso del líquido desalojado:

$$E = g \delta_{lig} V_c \tag{1}$$

siendo  $\delta_{liq}$  la densidad del líquido y  $V_c$  el volumen del cuerpo sumergido. Si el cuerpo está además en movimiento, existe una fuerza viscosa ( $F_v$ ) que se opone al mismo, que es proporcional a la velocidad y que depende también del tamaño y forma del cuerpo. Para el caso de una esfera en un flujo laminar, la Ley de Stokes expresa que:

$$F_{v} = 6\pi\eta R v \tag{2}$$

donde  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad del fluido, *R* el radio de la esfera y *v* la velocidad.

Figura 1: Diagrama de cuerpo libre de una esfera en el seno de un fluido viscoso.

Si analizamos las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo, y planteamos la 2ª Ley de Newton, obtenemos:

$$mg - E - F_{\nu} = ma \tag{3}$$





donde *a* es la aceleración del cuerpo. Puede verse que si  $mg > E + F_v$  el cuerpo se acelera y aumenta su velocidad. Sin embargo, al aumentar la velocidad, aumenta la fuerza viscosa y se reduce la aceleración. En el límite en que  $mg = E + F_v$ , la aceleración se hace nula y, por lo tanto, la velocidad se hace constante alcanzando su valor límite ( $v = v_{lim}$ ).

Para el caso de una esfera ( $V_c = \frac{4}{3}\pi R^3$ ), en la situación límite ( $a = 0, v = v_{lim}$ ), remplazando (1) y (2) en la ecuación (3), se deduce que:

$$v_{lim} = \frac{2}{9} \frac{R^2 g(\delta_{esf} - \delta_{liq})}{\eta}$$
(4)

donde  $\delta_{esf}$  es la densidad de la esfera.

Además, si se resuelve la ecuación diferencial de movimiento para el cuerpo, puede obtenerse que:

$$v(t) = v_{lim} - (v_{lim} - v_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$
(5)

$$x(t) = v_{lim}t + \tau(v_{lim} - v_0)e^{-\frac{t}{\tau}} - \tau(v_{lim} - v_0)$$
(6)

donde  $\tau = \frac{m_c}{6\pi R\eta}$ ,  $v_0$  denota la velocidad inicial, y se asume distancia inicial nula.

#### ACTIVIDADES

Se propone estudiar el movimiento de esferas de acero de distintos tamaños en diferentes líquidos. En particular, en esta práctica pueden adquirir videos de la trayectoria de la esfera y luego analizar su movimiento con el programa *Tracker*, para determinar la velocidad límite y la viscosidad.

- a) ¿Cómo puede determinarse la velocidad límite? ¿Cuál sería su error?
- b) ¿Cómo puede determinarse la densidad de las esferas y los líquidos?
- c) ¿Cómo podría determinarse η en este experimento?
- d) Analice si es posible estudiar la posición y la velocidad en función del tiempo antes de que el cuerpo alcance la velocidad limite. De ser así, haga un ajuste de una función apropiada de manera de estimar  $\tau$  y a partir de allí obtener la viscosidad  $\eta$ . Compare este resultado de  $\eta$  con el obtenido al utilizar la ecuación (4). Considere una velocidad inicial nula, y si es posible, estudie también el caso  $v_0 > v_{lim}$ .

#### LABORATORIO DE MECÁNICA Y TERMODINÁMICA

### TURNO MARTES Y JUEVES - CATEDRA: PROF. ANA AMADOR

Estudiantes de Licenciatura en Biología y Geología

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

#### APÉNDICE: PROGRAMA TRACKER

*Tracker* es un software gratuito creado por Open Source Physics (OSP) que corre en varios sistemas operativos. El programa permite analizar videos y modelar los resultados. Se caracteriza por incluir una herramienta que permite el seguimiento de objetos (posición, velocidad y aceleración superponiendo los gráficos), posee gran variedad de filtros espaciales para mejorar la imagen y posee perfiles de línea para el análisis de espectros y de patrones de interferencia. Está especialmente diseñado para ser utilizado en los laboratorios de física de las universidades.

### Ayuda

- 1. Es importante que el fondo y la iluminación sean homogéneos para evitar el ruido en la medición.
- 2. En cada video que se hace es necesario tener una magnitud patrón para poder calibrar las distancias recorridas.
- 3. Una vez abierto el archivo en el Tracker, hay que elegir los cuadros de interés del video con la herramienta "ajustes de corte" ("clip settings"), luego cargar la calibración espacial (utilizando el patrón) con la herramienta "calibración" y finalmente agregar el sistema de referencia.
- 4. La trayectoria de la esfera se puede determinar de forma manual (cuadro a cuadro marcar posición) o de forma automática. Esta última resulta más precisa. Para ello usar "crear" > "masa puntual" ("point mass"). Se elige el key frame (que es lo que va a tener que seguir el programa), esto se hace en el primer cuadro de la trayectoria presionando shift+Ctrl+click del mouse.

# LINKS ÚTILES

- <u>https://physlets.org/tracker/</u>
- https://www.youtube.com/watch?v=n4Eqy60yYUY

# <u>Cómo se analiza un video de un objeto en caída libre con el</u> programa *Tracker*



Figura 1: arreglo experimental

1- Armar el arreglo experimental y realizar el experimento (ver figura 1). Para filmar el recorrido de la esfera utilizar la cámara de video de su celular o el programa *AvaCam* si utiliza la webcam.

2- Abrir el video del experimento (ver la carpeta donde se guarda) con el programa *Tracker*.

3- Seleccionar los fragmentos de interés, para ello: con un Click derecho en la barra de abajo marcar el cuadro inicial y luego el cuadro final de la misma forma (ver figura 2).

076 100% ★ K ▷	Ajustes del Corte	1 1 ⊪ ⁻≆
ej caida libre.mp4	Establecer cuadro inicial aquí (76) Establecer cuadro final aquí (76)	

Figura 2: Selección de fragmentos

- 4- Calibrar el video con la herramienta: Seleccionar un fragmento en el video y comparar con la magnitud patrón para determinar el valor del mismo. Cargar la calibración espacial.
- 5- Agregar el sistema de referencia con la herramienta:
- 6- Para determinar la trayectoria de la esfera de forma automática se debe crear el punto de masa puntual (masa A) utilizando: crear > masa puntual y con Shift+Crtl+Click del mouse se elige el fragmento que sigue automáticamente el programa
- 7- En la parte derecha del programa se va graficando las variables elegidas. Haciendo doble Click sobre el gráfico se abren los datos.
- 8- Exportar las columnas "x" y "t" al *Origin* para analizar los datos.