TP4: Movimiento de un cuerpo en un fluido viscoso

Mecánica y Termodinámica
Verano 2023

Objetivos

En esta experiencia de laboratorio se estudiará el movimiento de caída de una esfera en el seno de un fluido, analizando en particular el comportamiento de la fuerza viscosa.

Introducción

La figura 1 muestra el diagrama de cuerpo libre para un cuerpo que cae en un medio viscoso. Además de su propio peso ($P = mg$), el cuerpo es sometido a una fuerza denominada "empuje" (E), de sentido contrario al peso, por el solo hecho de encontrarse sumergido. Según el principio de Arquímedes, el empuje es igual al peso del líquido desalojado:

$$E = g\delta_{liq}V_c \tag{1}$$

siendo δ_{liq} la densidad del líquido y V_c el volumen del cuerpo sumergido. Si el cuerpo está además en movimiento, existe una fuerza viscosa (F_v) que se opone al mismo, que es proporcional a la velocidad y que depende también del tamaño y forma del cuerpo. Para el caso de una esfera en un flujo laminar, la Ley de Stokes expresa que:

$$F_v = 6\pi R\eta v \tag{2}$$

donde η es el coeficiente de viscosidad del fluido, R el radio de la esfera y v la velocidad.

Si analizamos las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo, y planteamos la 2ª Ley de Newton, obtenemos:

$$mg - E - F_v = ma \tag{3}$$

donde a es la aceleración del cuerpo. Puede verse que si $mg > E + F_v$ el cuerpo se acelera y aumenta su velocidad. Sin embargo, al aumentar la velocidad, aumenta la fuerza viscosa y se reduce la aceleración. En el límite en que $mg = E + F_v$, la aceleración se hace nula y, por lo tanto, la velocidad se hace constante alcanzando su valor límite ($v = v_{lim}$). Para el caso de una esfera ($V_c = \frac{4}{3}\pi R^3$), en la situación límite ($a = 0$, $v = v_{lim}$), remplazando (1) y (2) en la ecuación (3), se deduce que:

$$v_{lim} = \frac{2}{9}\frac{R^2 g(\delta_{esf} - _{liq})}{\eta} \tag{4}$$

donde δ_{esf} es la densidad de la esfera.

Además, si se resuelve la ecuación diferencial de movimiento para el cuerpo, puede obtenerse que:

$$v(t) = v_{lim} - (v_{lim} - v_o)e - \frac{t}{\tau} \quad (5)$$

$$x(t) = v_{lim}t + \tau(v_{lim} - v_o)e^{-\frac{t}{\tau}} - \tau(v_{lim} - v_o) \quad (6)$$

donde $\tau = \frac{m_c}{6\pi T\eta}$, v_0, denota la velocidad inicial, y se asume distancia inicial nula.

Actividades

Se propone estudiar el movimiento de esferas de acero de distintos tamaños en diferentes líquidos. En particular, en esta práctica pueden adquirir vídeos de la trayectoria de la esfera y luego analizar su movimiento con el programa **Tracker** para determinar la velocidad límite y la viscosidad (`https://physlets.org/tracker/`).

1. ¿Cómo puede determinarse la velocidad límite? ¿Cuál sería su error?
2. ¿Cómo puede determinarse la densidad de las esferas y los líquidos?
3. ¿Cómo podría determinarse en este experimento?
4. Analice e si es posible estudiar la posición y la velocidad en función del tiempo antes de que el cuerpo alcance la velocidad limite. De ser así, haga un ajuste de una función apropiada de manera de estimar y a partir de allí obtener la viscosidad . Compare este resultado de con el obtenido al utilizar la ecuación (4). Considere una velocidad inicial nula, y si es posible, estudie también el caso $v_o > v_{lim}$.

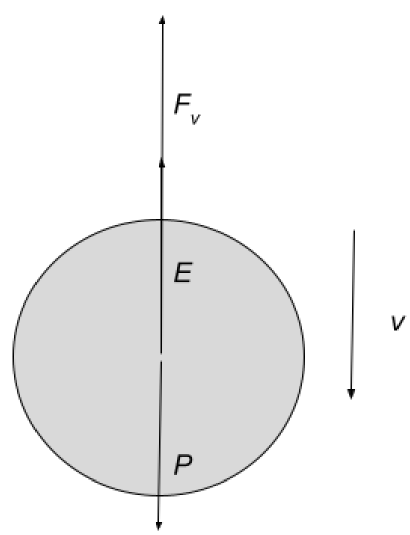

Figura 1: Diagrama cuerpo libre .