Mediciones aleatorias

Laboratorio MyT(A)

Otros errores:

$$x = (x_0 \pm \epsilon)\text{unidad}$$

$$\epsilon^2 = \epsilon_{inst}^2 + \epsilon_{est}^2 + \epsilon_{sist}^2$$

Error sistemático:

- Causados por imperfecciones en los instrumentos de medida (reloj que atrasa o adelanta), el método experimental o por el observador.
- Tienden a desviar el valor de una medida en una sola dirección (dan valores siempre mayores o siempre menores que el valor verdadero).

Error estadístico (causal o aleatorio):

- Se producen al azar, por causas no controladas o desconocidas.
- Repito una medición varias veces (con el mismo instrumento y en las mismas condiciones) y los resultados no siempre se repiten.
- Estos errores pueden cometerse con igual probabilidad por defecto

Otros errores:

$$x = (x_0 \pm \epsilon)\text{unidad}$$

$$\epsilon^2 = \epsilon_{inst}^2 + \epsilon_{est}^2 + \epsilon_{sist}^2$$

Error sistemático:

- Causados por imperfecciones en los instrumentos de medida (reloj que atrasa o adelanta), el método experimental o por el observador.
- Tienden a desviar el valor de una medida en una sola dirección (dan valores siempre mayores o siempre menores que el valor verdadero).

Error estadístico (causal o aleatorio):

- Se producen al azar, por causas no controladas o desconocidas.
- Repito una medición varias veces (con el mismo instrumento y en las mismas condiciones) y los resultados no siempre se repiten.
- Estos errores pueden cometerse con igual probabilidad por defecto

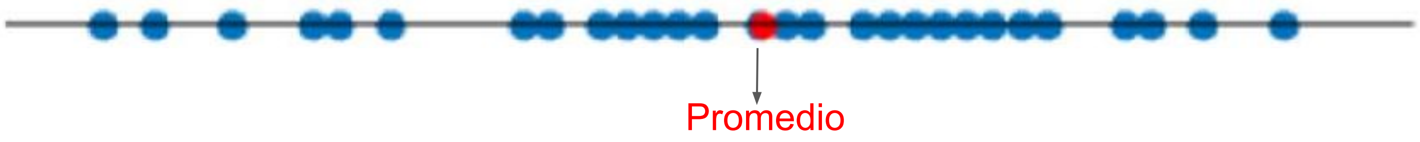
Mediciones con fluctuaciones aleatorias:

Variable aleatoria: Resultado que no se reproduce al repetir el experimento:

- Por naturaleza de la variable que se mide
- Por el proceso de medición

Ejemplo:
Se mide N veces (50) la magnitud X. Se obtienen los siguientes resultados:

X = {37; 31; 39; 28; 45; 35; 25; 28; 27; 32; 27; 34; 47; 39; 38; 21; 24; 32; 28; 13; 14; 40; 22; 50; 7; 34; 30; 22; 34; 22; 38; 30; 13; 5; 27; 41; 31; 30; 36; 16; 44; 21;30; 26; 31; 10; 45; 35; 50; 44}



Promedio
- ¿Qué puede decirse de la medición #51? ¿Qué tan cerca/lejos estará del promedio?
- Y si se mide de nuevo 50 veces, ¿cuál será el promedio?

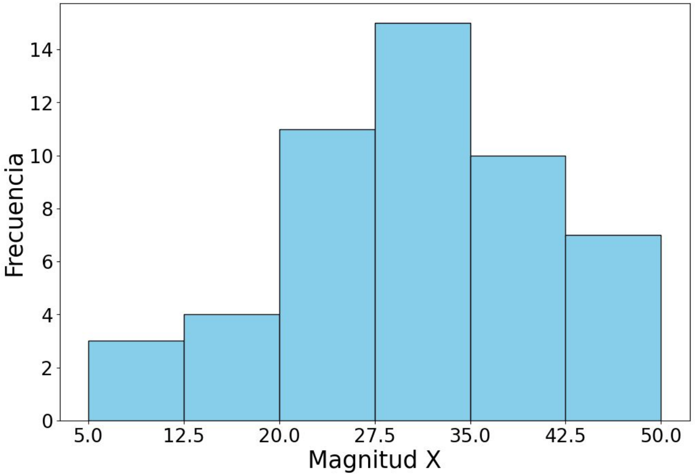
Debemos analizar la distribución

Histograma

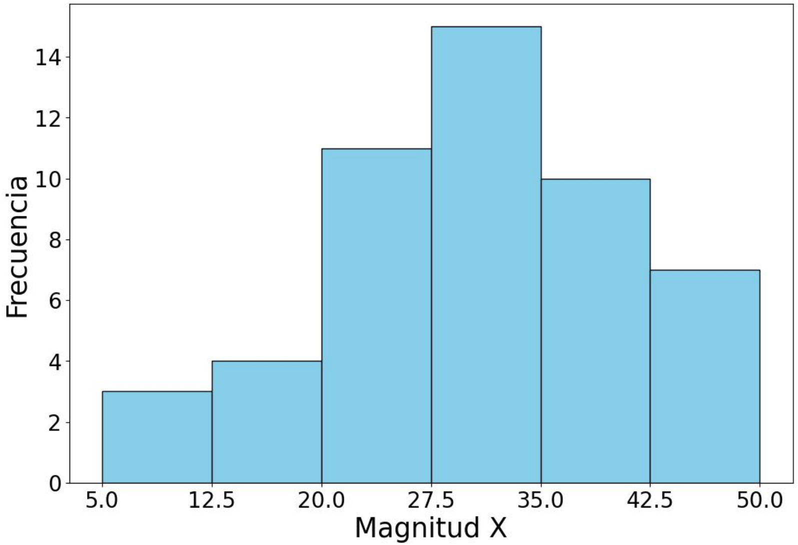
Un histograma es un gráfico de barras que muestra la distribución de un conjunto de datos, agrupando las frecuencias de los valores dentro de intervalos específicos.

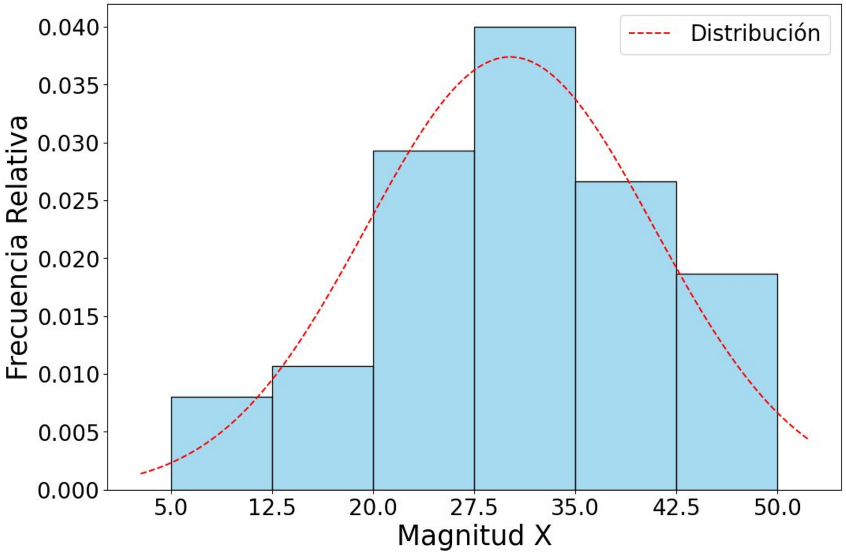
1. Se divide al eje x en n intervalos (bins) iguales
2. Se cuenta cuántas mediciones caen en cada bin (frecuencia)

Intervalo	Frecuencia
5 – 12,5	3
12,5 – 20	4
20 – 27,5	11
27,5 – 35	15
35 – 42,5	10
42,5 – 50	7



Histograma



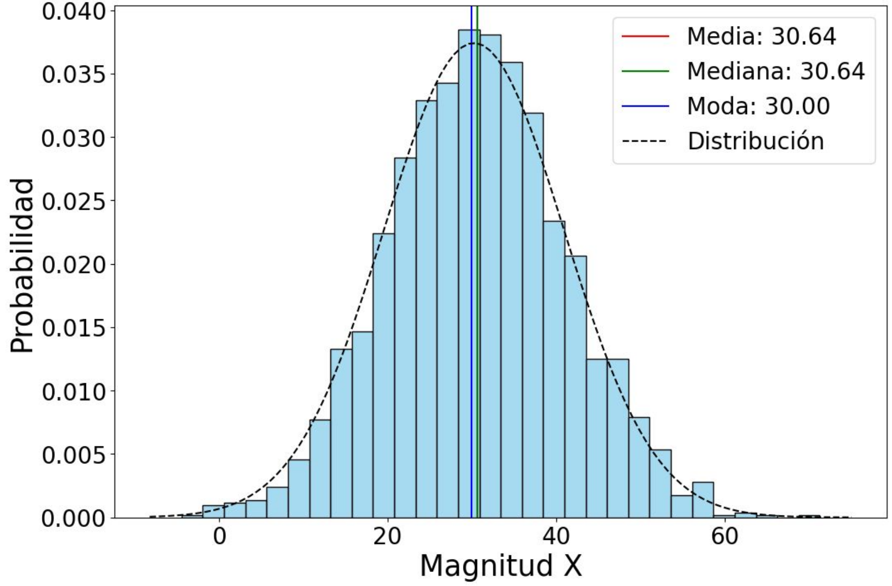


Frecuencia: Cantidad de datos en cada intervalo

Frecuencia Relativa (Probabilidad): Frecuencia sobre el número total de datos

Parámetros característicos:

Medidas de Tendencia Central



<u>Media:</u> Promedio de los datos

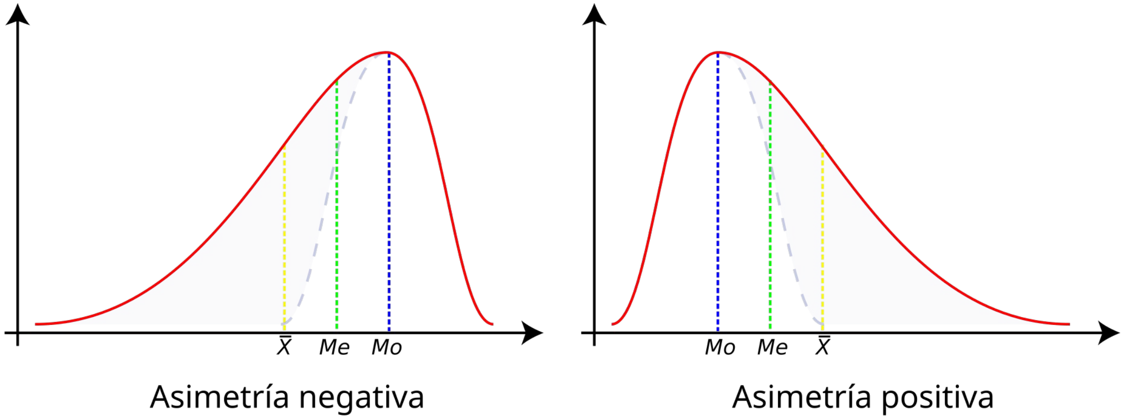
$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} x_i$$

<u>Moda:</u> Valor más frecuente

<u>Mediana:</u> Valor que queda en el medio de los datos (ordenados de menor a mayor)

Parámetros característicos:

Medidas de Tendencia Central



<u>Media:</u> Promedio de los datos

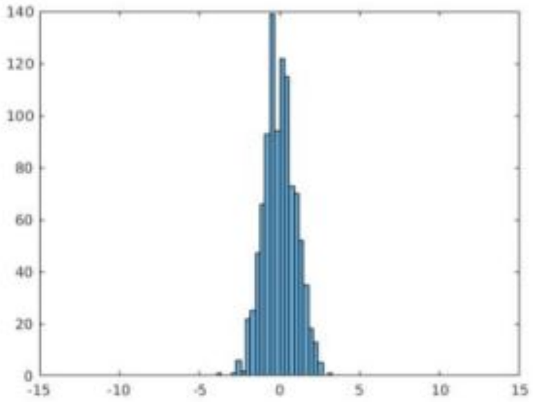
$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N} x_i$$

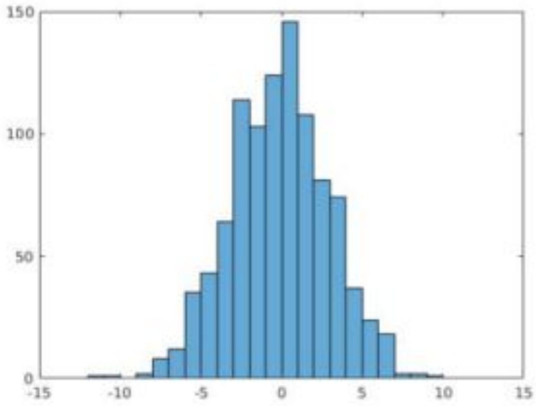
<u>Moda:</u> Valor más frecuente

<u>Mediana:</u> Valor que queda en el medio de los datos (ordenados de menor a mayor)

Parámetros característicos:

Dispersión de los Datos





Varianza: distancia cuadrática media de los datos al valor medio

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

Desvío Standard: raíz de la varianza

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i}^{N} (x_i - \bar{x})^2}$$

Distribución normal (Gausseana):

- Cuando se trata de errores casuales los histogramas pueden aproximarse por una función gaussiana:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

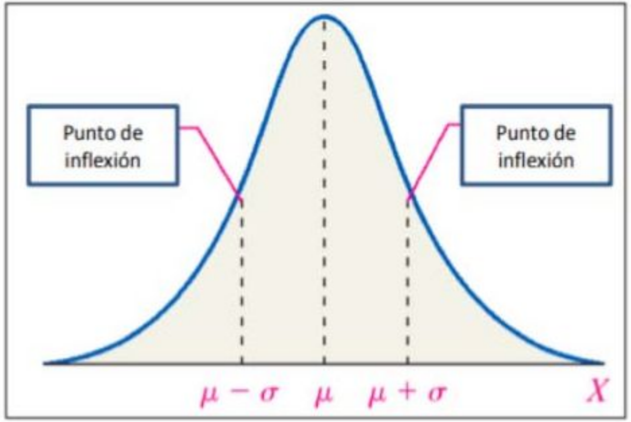
- Simétrica
- Depende de 2 parámetros: media y desvío estándar

- Cuanto mayor sea el número de mediciones mejor es la aproximación

- En teoría, si se midiera infinitas veces se obtendría una distribución gaussiana cuyo valor medio μ sería el "valor real" de la magnitud

- Probabilidad de que una medición se halle en el intervalo $(x_1; x_2)$:

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$



Distribución normal (Gausseana):

$$\int_{\bar{x}-\sigma}^{\bar{x}+\sigma} f(x)\,dx = 0{,}68$$

El 68% de los datos caen en el intervalo $(\bar{x}-\sigma;\bar{x}+\sigma)$

$$\int_{\bar{x}-2\sigma}^{\bar{x}+2\sigma} f(x)\,dx = 0{,}95$$

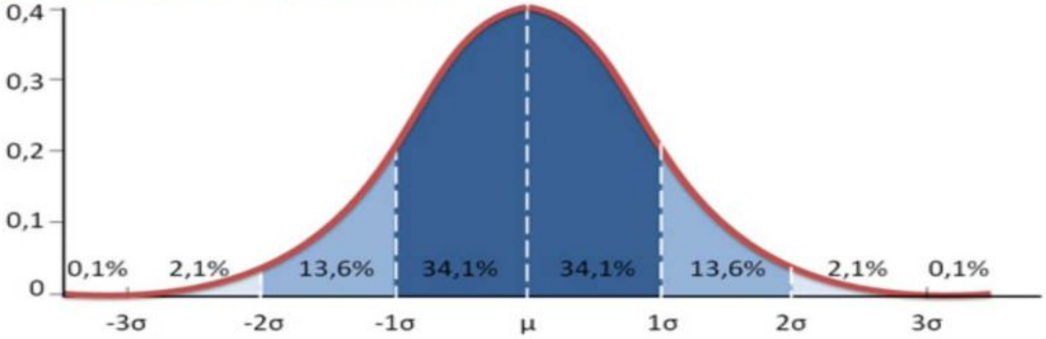
El 95% de los datos caen en el intervalo $(\bar{x}-2\sigma;\bar{x}+2\sigma)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

El 100% de los datos caen en el intervalo $(-\infty;+\infty)$

Normalización

Los porcentajes representan la probabilidad de que una nueva medición caiga en el respectivo intervalo



Distribución de promedios:

Experimento 1: Se mide N veces la magnitud x $\longrightarrow$ $\overline{x}_1$ $\quad \sigma_1$

Experimento 2: Se mide N veces la magnitud x $\longrightarrow$ $\overline{x}_2$ $\quad \sigma_2$

$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

Experimento M: Se mide N veces la magnitud x $\longrightarrow$ $\overline{x}_M$ $\quad \sigma_M$

Promedio de los promedios $\overline{\overline{x}}$

Desvío de los promedios ξ

- Al medir una vez, hay un 68% de probabilidad de que el resultado x caiga en $\overline{x} \pm \sigma$

- Al medir **N veces**, hay un 68% de probabilidad de que el **promedio** $\overline{x}$ caiga en $\overline{\overline{x}} \pm \xi$

Cuando se reporta un promedio $\overline{x}$ el error se asocia a $\xi = \dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$

Definición: $\boxed{\text{Error estadístico} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}}$