

Mediciones Indirectas

Laboratorio MyT(A)

Mediciones Indirectas

Las mediciones indirectas son aquellas que se calculan a partir de otras mediciones mediante relaciones matemáticas en lugar de medirse directamente.

- Quiero medir la magnitud Z pero no tengo un instrumento para medir esta cantidad en forma directa.
- Conozco la relación funcional de $Z = f(X, Y)$
- Puedo determinar Z en forma indirecta, pero ¿Cómo estimar el error de ΔZ ?

Mediciones Indirectas

Las mediciones indirectas son aquellas que se calculan a partir de otras mediciones mediante relaciones matemáticas en lugar de medirse directamente.

- Quiero medir la magnitud Z pero no tengo un instrumento para medir esta cantidad en forma directa.
- Conozco la relación funcional de $Z = f(X, Y)$
- Puedo determinar Z en forma indirecta, pero ¿Cómo estimar el error de ΔZ ?

Ejemplos:

área $A = b \cdot h$

velocidad $v = \frac{d}{t}$

Valor más probable

$$\bar{A} = \bar{b} \cdot \bar{h}$$

$$\bar{v} = \frac{\bar{d}}{\bar{t}}$$

Una forma de acotar el intervalo:

$$A_{\max} = (\bar{b} + \Delta b)(\bar{h} + \Delta h)$$

$$A_{\min} = (\bar{b} - \Delta b)(\bar{h} - \Delta h)$$

$$v_{\max} = \frac{\bar{d} + \Delta d}{\bar{t} - \Delta t}$$

$$v_{\min} = \frac{\bar{d} - \Delta d}{\bar{t} + \Delta t}$$

Caso para una variable

Veamos que ocurre en el caso de una sola variable $Y = f(X)$

Por ejemplo, área de un cuadrado: $A = b^2$ $Y = X^2$

El intervalo

$$[f(\bar{X} - \Delta X), f(\bar{X} + \Delta X)]$$

no está centrado en $\bar{Y} = f(\bar{X})$

$$f(\bar{X}) + f'(\bar{X})\Delta X \quad f(\bar{X} + \Delta X)$$

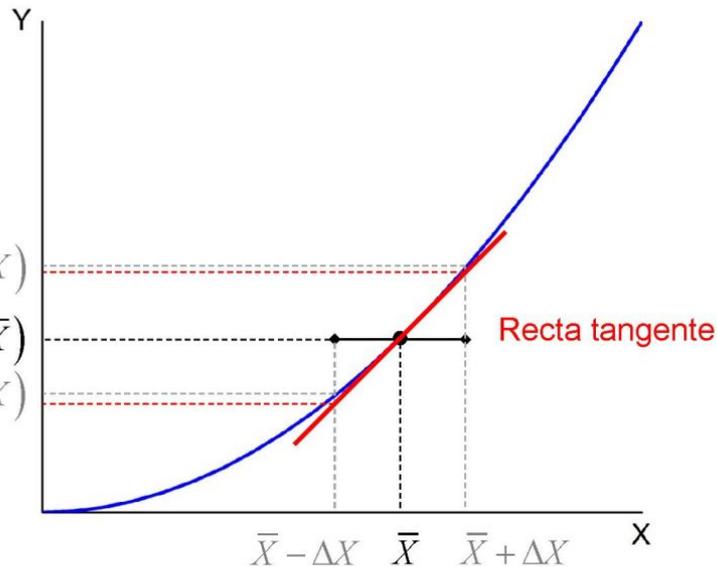
Taylor de primer orden $f(\bar{X})$

$$f(\bar{X}) - f'(\bar{X})\Delta X \quad f(\bar{X} - \Delta X)$$



$$Y = f(\bar{X}) \pm f'(\bar{X})\Delta X$$

$$Y = \bar{Y} \pm \Delta Y$$



Caso para una variable

Entonces, para una variable:

$$Y = f(X) \longrightarrow \bar{Y} = f(\bar{X}) \quad \Delta Y = \left. \frac{df}{dX} \right|_{\bar{X}} \Delta X$$

Para 2 variables:

$$Z = f(X, Y) \longrightarrow \bar{Z} = f(\bar{X}, \bar{Y})$$

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X \right)^2 + \left(\left. \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y \right)^2}$$

Fórmula de propagación de errores

Fórmula simplificada (aproximación)

$$\Delta Z = \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta X + \left. \frac{\partial f}{\partial Y} \right|_{\bar{X}, \bar{Y}} \Delta Y$$

Sobreestima el error pero simplifica las cuentas



Medir el volumen de un prisma rectangular

Para medir el volumen de un prisma rectangular de aluminio podemos:

- Medir el largo, el ancho y el alto de sus lados y calcular el volumen.
- Medir el volumen de agua desplazado (Arquímedes).
- Medir la masa del objeto y dividirlo por la densidad del aluminio.

¿Cómo podemos determinar cual de todas estas mediciones es “mejor” y cómo sabemos si existe alguna diferencia entre ellas?

Precisión y exactitud

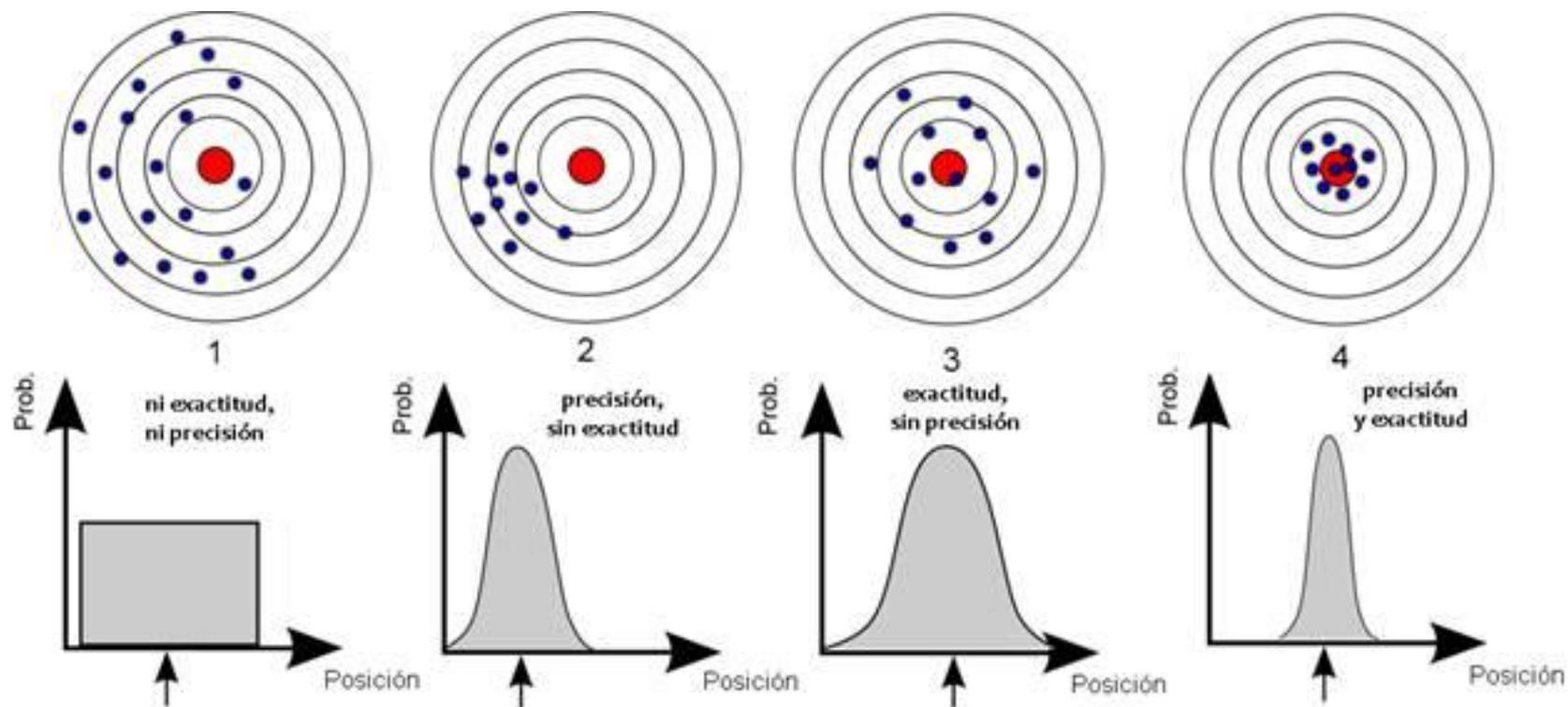
Exactitud: Es la cercanía de una medición al valor “verdadero” o “real” de la cantidad medida. Cuando no existe un valor “real”, la exactitud puede estimarse basado en hipótesis o modelos, reconociendo que esta evaluación estará sujeta a la validez de las suposiciones realizadas.

Precisión: Es la consistencia de un conjunto de mediciones entre sí, independientemente de cuán cerca están del valor “Real”. Se relaciona directamente con la dispersión de los datos respecto del valor medio.

Error Relativo:
$$Er(x) = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$$

Error Porcentual es simplemente: $100 \cdot Er(x)$

Precisión y exactitud

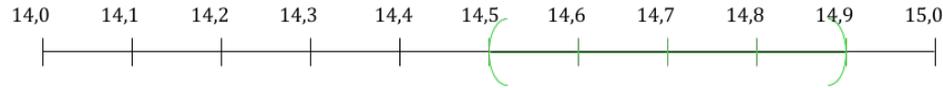


Diferencias significativas

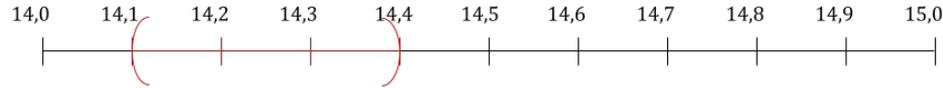
Una diferencia significativa entre dos mediciones es una discrepancia que supera el rango de error esperado, indicando que las mediciones probablemente no son iguales.

Ejemplo:

$$L_1 = (14,7 \pm 0,2) \text{ m}$$



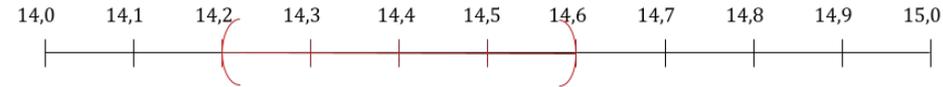
$$L_2 = (14,25 \pm 0,15) \text{ m}$$



$$L_3 = (14,65 \pm 0,25) \text{ m}$$



$$L_4 = (14,4 \pm 0,2) \text{ m}$$



Existe una diferencia significativa entre L_1 y L_2 .

No Existe una diferencia significativa entre L_3 y L_4 .

Medir el volumen de un prisma rectangular

Para medir el volumen de un prisma rectangular de aluminio podemos:

- Medir el largo, el ancho y el alto de sus lados y calcular el volumen.
- Medir el volumen de agua desplazado (Arquímedes).
- Medir la masa del objeto y dividirlo por la densidad del aluminio.