Clase n° 9: Trabajo y Energía (19/05/2020)

Mecánica y Termodinámica - Prof: P. Balenzuela - JTPs: L. Bavassi y P. Mauas

---

En la clase de hoy abordaremos los siguientes temas:

- **Trabajo y conservación de la energía.**

Con lo que veamos hoy estarán en condiciones de enfrentarse a los ejercicios del 1 al 6 de la guía.

Hasta ahora venimos resolviendo los problemas de las guías realizando diagramas de cuerpo libre, planteando las ecuaciones de Newton y calculando aceleraciones, para obtener información acerca del movimiento de los objetos mediante la integración de las ecuaciones de movimiento. Exploramos en el camino, distintos tipos de fuerzas y movimientos y en el proceso usamos distintos sistemas de coordenadas. Ahora comenzaremos a explorar los problemas de mecánica desde otra perspectiva, estudiando *el trabajo y la energía.* Hagamos un repaso de las expresiones de la teórica que necesitaremos para resolver los problemas.

De la experiencia sabemos que no demanda el mismo esfuerzo arrastrar una caja llena de libros una distancia de 1 m que arrastrarla 10 m. Si para arrastrar la caja utilizamos una soga atada a la misma, sabemos que de alguna manera no será el mismo efecto si tiramos de la soga paralela al piso, que si la soga está a 45° respecto al mismo. La noción de "esfuerzo físico", está asociada de alguna manera al trabajo de la fuerza que realizamos para la tarea.

Supongamos que un móvil sobre el cual se aplica una fuerza $\vec{F}$ sigue un camino C, que va del punto A al punto B (ver Fig.1). El **trabajo** de la fuerza $\vec{F}$ en A-B se calcula como:

$$W_{A-B}^{\vec{F}} = \int_A^B \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \ , \tag{1}$$

donde $\mathrm{d}\vec{l}$ es el diferencial de camino. En palabras, el trabajo de la fuerza $\vec{F}$ se calcula multiplicando para cada pedacito infinitesimal de camino el producto interno (producto escalar) entre el vector $\mathrm{d}\vec{l}$ tangente a la trayectoria del móvil y el vector $\vec{F}$ y luego integrando sobre todo el camino. Este producto escalar representa la proyección de la fuerza en la dirección de movimiento, integrada sobre toda la trayectoria.

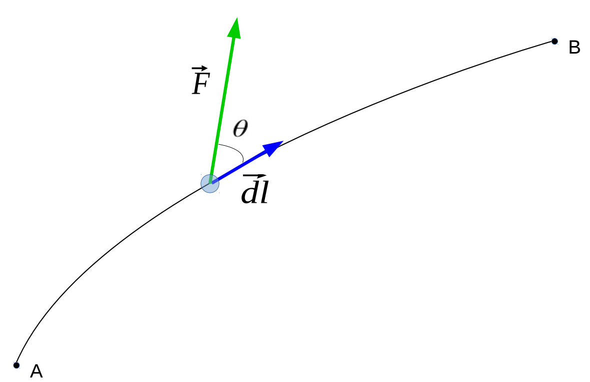

Figure 1: Un móvil se desplaza de A a B sometido a una fuerza $\vec{F}$.

Recuerde que el producto interno se puede calcular como la suma de los productos componente a componente de los vectores, o bien como [1]:

$$\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = |\vec{F}||\mathrm{d}\vec{l}| \cos\theta \tag{2}$$

donde θ es el ángulo comprendido entre el vector $\vec{F}$ y el vector $\mathrm{d}\vec{l}$. Esto implica que si $\vec{F} \perp \mathrm{d}\vec{l}$, $\theta = 90°$, $\cos\theta = 0$ y por lo tanto, $W^{\vec{F}}_{A-B} = 0$. Análogamente, si $\vec{F} // \mathrm{d}\vec{l}$, $\theta = 0°$, $\cos\theta = 1$ y por lo tanto, $W^{\vec{F}}_{A-B} = |\vec{F}||\mathrm{d}\vec{l}|$. Observe que además el trabajo sólo es distinto de cero si el desplazamiento es distinto de cero.

En el sistema internacional (SI) de unidades, la unidad de trabajo es el *joule* (J): 1 J = 1 N m $= \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$. En el sistema cegesimal de unidades (CGS), la unidad de trabajo es el *ergio* (erg, 1 J $= 1 \times 10^7$ erg $= 1 \times 10^7 \frac{\text{g cm}^2}{\text{s}^2}$).

Como vieron en la teórica, la **energía** de un sistema es su habilidad para realizar trabajo.

La energía *cinética* (que habitualmente llamamos T, K, E_{cin} o E_{K}) es la energía asociada al movimiento y, para una partícula de masa m que se mueve con rapidez v, se calcula como:

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \ , \tag{3}$$

donde $v = |\vec{v}|$ es el módulo de la velocidad del objeto en movimiento. La energía cinética depende de la masa y del módulo de la velocidad de la partícula, no de su dirección de movimiento. Observe que la energía cinética es cero solamente si la partícula está en reposo y nunca puede ser negativa.

La energía *potencial* (que habitualmente llamamos V, U o E_{pot}) está asociada a la posición o la configuración de la partícula. En esta guía utilizaremos dos tipos de energía potencial.

- La energía potencial *elástica* que es la que posee un cuerpo sometido a una fuerza elástica, y se calcula como: $V_e = \frac{1}{2} k (\Delta l)^2$ donde $\Delta l = l - l_0$ es el estiramiento del resorte respecto a su longitud natural.
- La energía potencial *gravitatoria*, que se calcula como $V_g = mgh$ es la que posee un cuerpo por estar ubicado a una altura h respecto a un punto definido arbitrariamente como cero de potencial gravitatorio[2].

La energía potencial total de una partícula es la suma de todas sus formas de energía potencial. Note además que, como dijimos, sólo depende de la posición de la partícula.

La energía mecánica total de una partícula (a la que llamamos H, E_{tot} o E_{mec}) es la suma de todas las formas de energía que posee, es decir:

$$H = T + V \ . \tag{4}$$

Además, por el *teorema de trabajo-energía* sabemos que el trabajo total hecho sobre una partícula es igual a su variación de energía cinética. Es decir,

$$W^{\text{total}} = \Delta T = T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}} \ . \tag{5}$$

Este teorema nos dice que cuando el trabajo total realizado sobre una partícula es positivo, su energía cinética aumenta, es decir que su velocidad final (en módulo) es mayor que la inicial. Del mismo modo, cuando el trabajo total realizado sobre la partícula es negativo, su energía cinética disminuye. La energía tiene las mismas unidades que el trabajo.

La energía potencial de una partícula cambia cuando la misma está sometida a fuerzas elástica y/o gravitatoria que realizan trabajo no nulo. La fuerza elástica y la gravitatoria (peso) son fuerzas **conservativas**. Ambas están asociadas a una función potencial. El trabajo de las fuerzas conservativas ($\vec{F_C}$) cumple que:

$$W^{\vec{F_C}} = -\Delta V = -(V_{\text{final}} - V_{\text{inicial}}) \ . \tag{6}$$

Dado que la energía potencial sólo depende de la posición, el trabajo de las fuerzas conservativas sólo depende de la diferencia de las posiciones inicial y final. Dicho de otra manera, si un móvil va de A-B recorriendo dos caminos distintos, C_1 y C_2, el trabajo de las fuerzas conservativas (peso y fuerza elástica) valdrá lo mismo independientemente del camino ($W_{C_1} = W_{C_2}$).

Las demás fuerzas con las que trabajaremos en esta guía, además de la gravitatoria y la elástica, son **no conservativas** ($\vec{F_{NC}}$). El trabajo total de las fuerzas aplicadas sobre una partícula es la suma del trabajo de todas las fuerzas, las conservativas y las no conservativas, es decir, $W^{\text{total}} = W^{\vec{F_C}} + W^{\vec{F_{NC}}}$. Si juntamos los teoremas (5) y (6), podemos ver que:

[1] Si no recuerda cómo se calcula el producto interno, puede servirle revisar la guía 0.

[2] Como veremos en los ejemplos, en cada problema debemos establecer explícitamente un único punto que consideramos que tiene $V_g = 0$ y mantenerlo hasta el final.

$$W^{\vec{F_{NC}}} = \Delta H = H_{\text{final}} - H_{\text{inicial}} \ . \qquad (7)$$

Dicho de otra forma, la variación de la energía total de una partícula equivale al trabajo de las fuerzas no conservativas aplicadas sobre ella.

Apliquemos estos conceptos resolviendo algunos de los problemas de la guía.

1 Problema 1

Imagine que se levanta un libro de 1.5kg desde el suelo para dejarlo sobre un estante situado a 2m de altura. ¿Qué fuerza tiene que aplicarse para mover el libro a velocidad constante? ¿Qué trabajo se realiza sobre el libro?

¿Qué hubiéramos hecho para calcular la fuerza necesaria si este problema hubiera aparecido en la guía de dinámica?

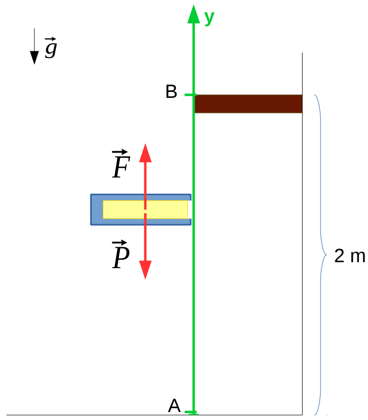

Figure 2: Esquema del problema 1. Un libro se levanta desde el suelo hasta un estante con velocidad constante, aplicando una fuerza $\vec{F}$ sobre él.

Pues bien, definamos la coordenada y desde el piso creciente hacia arriba para describir la altura del libro, de manera que la posición del libro cuando está en el suelo sea $y = 0$ (punto A) e $y = 2$ m (punto B) cuando el libro llega a la altura del estante (ver Fig. 2). Del diagrama de cuerpo libre para el libro vemos que el mismo está sometido a la fuerza peso, $\vec{P} = -mg\ \hat{y}$, y a una fuerza $\vec{F} = F\ \hat{y}$ que es la que se aplica para levantarlo. El problema me aclara que se aplica una fuerza tal que el libro se desplaza a velocidad constante, es decir que $\ddot{y} = 0$. Por lo tanto, la ecuación de Newton en $\hat{y}$ resulta:

$$F - mg = ma_y = m\ddot{y} = 0 \Rightarrow F = mg = (1.5\text{ kg})\ (10\frac{m}{s^2}) = 15\text{N} \ . \qquad (8)$$

El trabajo asociado a dicha fuerza entre el suelo (punto A) y el estante (punto B) es:

$$W^{\vec{F}}_{A-B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_{y=0\text{ m}}^{y=2\text{ m}} (F\ \hat{y})\cdot(\text{d}y\ \hat{y}) = F\int_{y=0\text{ m}}^{y=2\text{ m}} \text{d}y = F\ \Delta y_{A-B} = 15\text{N}\ (2\text{ m}-0\text{ m}) = 30\text{J} = 30\times 10^7\text{erg}\ , \qquad (9)$$

donde utilizamos que $\hat{y}\cdot\hat{y} = 1$ y que F es constante en todo el recorrido (por eso puede salir de la integral en la tercera igualdad). Observe que como la fuerza y el desplazamiento son colineales y la fuerza es constante en todo el recorrido, el resultado de la integral es el producto del módulo de la fuerza y el desplazamiento.

Ahora bien, veamos cuál es la manera equivalente de resolverlo aplicando los conceptos de trabajo y energía que vimos.

Dado que la velocidad del libro es constante, de (5) vemos que $W^{\text{total}} = \Delta T = T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}} = 0$. En este caso, $W^{\text{total}} = W^{\vec{F}} + W^{\vec{P}} = 0$, es decir que $W^{\vec{F}} = -W^{\vec{P}}$. Si calculamos el trabajo del peso, vemos que:

$$W^{\vec{P}} = \int_{y=0\text{ m}}^{y=2\text{ m}} (-mg\ \hat{y})\cdot(\text{d}y\ \hat{y}) = -mg\int_{y=0\text{ m}}^{y=2\text{ m}} \text{d}y = -mg\ (2\text{ m} - 0\text{ m}) = -(1.5\text{ kg})\ (10\frac{m}{s^2})\ 2\text{m} = -30\text{J}\ . \qquad (10)$$

Por lo tanto, $W^{\vec{F}} = 30\text{J}$. Además,

$$W^{\vec{F}} = \int_{y=0\ \text{m}}^{y=2\ \text{m}} (F\ \hat{y}) \cdot (\text{d}y\ \hat{y}) = F \int_{y=0\ \text{m}}^{y=2\ \text{m}} \text{d}y = F\ \Delta y_{A-B} = F\ (2\ \text{m}) = 30\text{J}\ . \tag{11}$$

Por lo tanto, $\boxed{F = 30\text{J}/2\ \text{m} = 15\text{N}}$.

2 Problema 5

Un cuerpo de masa m = 1kg parte de la posición A, ubicada en la base de un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, con una velocidad inicial de 20m/s. Sube por el plano inclinado hasta llegar al extremo superior que se encuentra a una altura de h = 5m respecto de la base del plano, desde donde sigue una trayectoria horizontal. En el punto B, situado a 15m del tope del plano, choca con un resorte de constante k = 2000N/m. Entre A y B existe rozamiento siendo el valor del coeficiente $\mu_d = 0.2$. (a) ¿Con qué velocidad pasa por primera vez por el punto C? ¿Vuelve a pasar? (b) ¿Cuál es la variación de energía cinética entre A y la posición de compresión máxima? (c) ¿Cuál es la variación de energía total entre A y la posición de compresión máxima? (d) Halle la compresión máxima del resorte.

En la Fig. 3 se muestra un esquema del problema. Cuando la masa m se encuentra en la base del plano, en el punto A, se le da al bloque una velocidad inicial. La intuición nos dice que el bloque se irá frenando al ascender debido a su peso y a causa de la fuerza de rozamiento entre el bloque y el plano cuyo sentido se opone a la velocidad. La fuerza de rozamiento (F_r) en este caso es dinámica ($F_r = F_{r,d}$), ya que el bloque desliza sobre el plano, es decir que las dos superficies de contacto tienen velocidad una respecto de la otra. La distancia entre el punto A y el punto C es en principio desconocida; sin embargo, por trigonómetría, podemos ver que $d_{A-C} = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{5\text{m}}{\sin 30°}$. Si logra llegar al punto C con velocidad no nula, continuará su recorrido por el tramo horizontal, durante el cual seguirá avanzando y frenándose debido a la fuerza de rozamiento dinámica, hasta llegar al punto B . Si luego de recorrer $d_{C-B} = 15\text{m}$ llega a B con velocidad no nula, comprimirá el resorte. En la Fig. 3 se muestra el sistema de referencia elegido: el movimiento del bloque podrá ser descripto mediante la coordenada x que recorre la superficie del plano y cuyo origen coincide con el extremo fijo del resorte. En particular se ha elegido este sistema de referencia para que resulte sencillo escribir la elongación del resorte; sin embargo, podría elegirse otro. Dado que el bloque nunca se despega del plano, y por la elección del sistema de coordenadas, $\ddot{y} = 0$ en todo el recorrido.

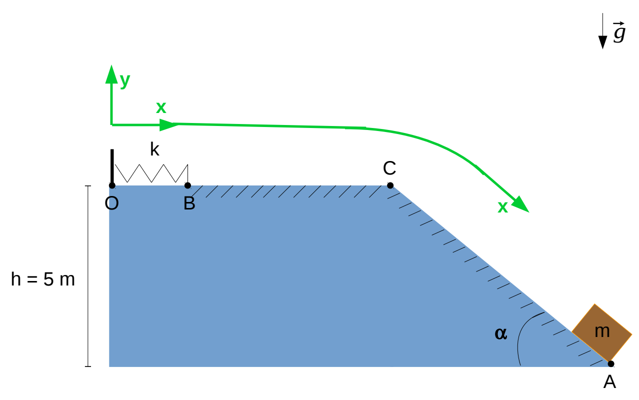

Figure 3: Esquema del problema 5 y sistema de coordenadas. Un cuerpo de masa m parte de la posición A, sube por el plano inclinado un ángulo α hasta C, y luego sigue una trayectoria horizontal. En B choca con un resorte de constante elastica k.

Pensemos a continuación en las fuerzas que afectan al bloque a lo largo de su recorrido, el cual se divide en dos tramos diferentes, A-C y C-B. En la Fig. 4, se muestra el diagrama de cuerpo libre del bloque en ambos tramos. A partir del diagrama podemos plantear las ecuaciones de Newton en ambos tramos.

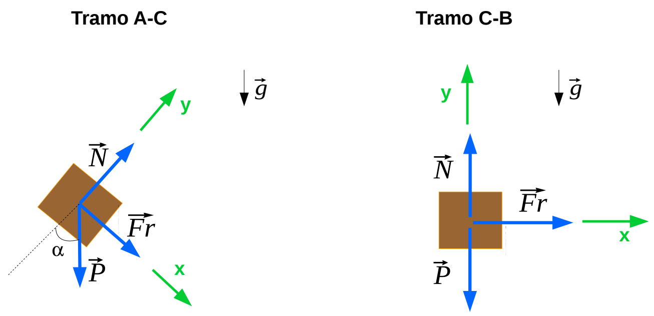

Figure 4: Diagrama de cuerpo libre para el bloque del problema 5, en los tramos A-C y C-B.

Para el *tramo A-C*:

$$x) \qquad F_{r,d} + mg\sin\alpha = \mu_d N_{A-C} + mg\sin\alpha = m\ddot{x}_{A-C} \tag{12}$$

$$y) \qquad N_{A-C} - mg\cos\alpha = m\ddot{y}_{A-C} = 0 \Rightarrow N_{A-C} = mg\cos\alpha \ . \tag{13}$$

Para el *tramo C-B*:

$$x) \qquad F_r = F_{r,d} = \mu_d N_{C-B} = m\ddot{x}_{C-B} \tag{14}$$

$$y) \qquad N_{C-B} - mg = m\ddot{y}_{C-B} = 0 \Rightarrow N_{C-B} = mg \ . \tag{15}$$

Si este problema correspondiera a la guía de dinámica, ¿cómo lo resolvería? Probablemente pensaría en integrar en el tiempo la aceleración en x para calcular la velocidad del bloque y luego integraría nuevamente para calcular la posición en función del tiempo, utilizando las condiciones iniciales del bloque en el problema.

Sin embargo, en esta oportunidad resolveremos el problema utilizando los teoremas de conservación de la energía, que nos permitirán relacionar el trabajo con la variación de energía en vez de integrar fuerzas y aceleraciones.

¿A qué fuerzas conservativas está sometido el bloque en su recorrido? A la fuerza peso en toda su trayectoria y a la fuerza elástica únicamente entre B y O.

¿Y cuáles son las fuerzas no conservativas? La fuerza de rozamiento entre A y B, y la normal en todo el recorrido.

Veamos cómo aplicar el teorema de conservación (7) para resolver el ítem a), relacionando la variación de energía mecánica entre A y C, $\Delta H_{A-C} = H_{\mathrm{C}} - H_{\mathrm{A}}$, con el trabajo de las fuerzas no conservativas en dicho tramo. Para ello, notemos que $W_{A-C}^{\vec{F_{NC}}} = W_{A-C}^{\vec{N}} + W_{A-C}^{\vec{F_{r,d}}}$. Ahora bien, dado que la normal es perpendicular al desplazamiento entre A y C, $W_{A-C}^{\vec{N}} = 0$. Por lo tanto, $W_{A-C}^{\vec{F_{NC}}} = W_{A-C}^{\vec{F_{r,d}}}$. Calculemos este trabajo:

$$W_{A-C}^{\vec{F_{r,d}}} = \int_A^C \vec{F_{r,d}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}_{A-C} = \int_A^C |\vec{F_{r,d}}|\ |\mathrm{d}\vec{l}_{A-C}|\ \cos\pi = -\int_A^C |\vec{F_{r,d}}|\ \mathrm{d}l_{A-C} \ . \tag{16}$$

Sabemos que $|\vec{F_{r,d}}_{A-C}| = \mu_d N_{A-C}$ y de la ecuación de Newton para $\ddot{y}_{A-C}$, $N_{A-C} = mg\cos\alpha$, por lo tanto:

$$W_{A-C}^{\vec{F_{r,d}}} = -\int_A^C \mu_d mg\cos\alpha\ \mathrm{d}l_{A-C} = -\mu_d mg\cos\alpha \int_A^C \mathrm{d}l_{A-C} = -\mu_d mg\cos\alpha\ d_{A-C} = -17.3\mathrm{J} \ . \tag{17}$$

Observemos que dado que la fuerza de rozamiento dinámica es constante entre A-C, el módulo del trabajo se calcula como la fuerza por la distancia entre A y C recorrida por el bloque. Además, dado que el sentido de la fuerza es contrario al desplazamiento, el trabajo que ésta realiza sobre el bloque es negativo ($W_{A-C}^{\vec{F_{r,d}}} < 0$). Esto implica que, como esperamos, la fuerza de rozamiento dinámica le quita energía mecánica al bloque, pues $\Delta H_{A-C} = W_{A-C}^{\vec{F_{r,d}}} = H_\mathrm{C} - H_\mathrm{A} < 0 \Rightarrow H_\mathrm{C} < H_\mathrm{A}$. Este resultado es cualitativamente muy importante: es fundamental chequear que el signo del trabajo calculado coincida con lo que esperamos para la dinámica del problema. Además es importante corroborar que las unidades que obtenemos sean las correctas.

Nos falta un último paso para poder calcular la velocidad en C, y es escribir la variación de la energía mecánica entre A y C. En A, $H_A = T_A + V_A = T_A + V_{g,A}$. Si definimos el cero de energía potencial gravitatoria en la base del plano, $V_{g,A} = 0$, y por lo tanto, $H_A = T_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}(1\mathrm{kg})(20\mathrm{m/s})^2 = 200\mathrm{J}$. En C, $H_C = T_C + V_C = T_C + V_{g,C} = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh$. De esta manera, podemos escribir (7) y despejar la única incógnita v_C:

$$\Delta H_{A-C} = H_\mathrm{C} - H_\mathrm{A} = (\frac{1}{2}mv_C^2 + mgh) - (\frac{1}{2}mv_A^2) = W_{A-C}^{\vec{F_{r,d}}} = -17.3\mathrm{J} \Rightarrow \boxed{v_C = 16.3 \text{ m/s}} \,. \tag{18}$$

Esta es la respuesta del ítem a). Observe que mediante la aplicación de teoremas de conservación logramos calcular la velocidad en B sin necesidad de integrar la ecuación de movimiento para obtener la dependencia temporal de la velocidad y la posición.

Note además que podríamos haber elegido resolver el problema aplicando la relación (5), que vincula la variación de energía cinética con el trabajo de todas las fuerzas, conservativas y no conservativas. Esto hubiera implicado calcular también el trabajo de las fuerzas conservativas, en este caso el peso. Sin embargo, observe que el resultado final será el mismo, pues al calcular el trabajo del peso, hubiéramos obtenido la diferencia de potencial gravitatorio entre los puntos inicial y final de cada tramo. Esta diferencia en nuestros calculos aparece como parte de la variación de la energía mecánica (del otro lado de la igualdad). Ambos teoremas son equivalentes si se aplican correctamente.

Continuemos analizando la conservación de la energía en el resto del recorrido, para saber si el bloque volverá a pasar por C. Ahora que conocemos v_C, podemos calcular $H_C = 182.7\mathrm{J} < H_A$.

¿Qué ocurre ahora en el tramo C-B? Nuevamente podemos pensar en aplicar el mismo teorema de conservación que antes, para lo cual debemos calcular el trabajo de las fuerzas no conservativas entre C-B. Nuevamente las fuerzas no conservativas que actúan entre C y B son la normal y la fuerza de rozamiento dinámica. La primera es perpendicular al desplazamiento en C-B, por lo tanto no realiza trabajo. Por ello, sólo debemos volver a calcular el trabajo de la fuerza de rozamiento, esta vez entre C y B:

$$W_{C-B}^{\vec{F_{r,d}}} = \int_C^B \vec{F_{r,d}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}_{C-B} = \int_C^B |\vec{F_{r,d}}|\ |\mathrm{d}\vec{l}_{C-B}|\ \cos\pi = -\int_C^B |\vec{F_{r,d}}|\ \mathrm{d}l_{C-B} \,. \tag{19}$$

Utilizando la expresión para $N_{C-B} = mg$ de la ecuación de Newton para $\ddot{y}_{C-B}$, vemos que:

$$W_{C-B}^{\vec{F_{r,d}}} = -\int_C^B \mu_d mg\ \mathrm{d}l_{C-B} = -\mu_d mg \int_C^B \mathrm{d}l_{C-B} = -\mu_d mg\ d_{C-B} = -30\mathrm{J} \,. \tag{20}$$

Sabemos entonces que $\Delta H_{C-B} = H_\mathrm{B} - H_\mathrm{C} = W_{C-B}^{\vec{F_{r,d}}} = -30\mathrm{J}$. Escribamos explícitamente H_B y H_C. La energía mecánica en C, que ya escribimos anteriormente es $H_C = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh$. La energía mecánica en B es la suma de las energías cinética y potencial en B, $H_B = T_B + V_B$. Notemos que, justo en el instante en que el bloque llega a la posición B y entra en contacto con el resorte, éste se encuentra en su longitud natural. Por lo tanto la fuerza elástica que siente el bloque en dicho instante es nula (pues su elongación es nula) y por ende la energía potencial elástica del bloque en B es nula también, $V_{e,B} = 0$. Entonces la energía potencial en B para la masa es únicamente gravitatoria y vale $V_B = V_{g,B} = mgh$. Por lo tanto, $H_B = T_B + V_B = T_B + V_{g,B} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$. Ahora sí, podemos escribir ambos lados de la igualdad (7) para relacionar B y C, y así desjejar v_B:

$$\Delta H_{C-B} = H_\mathrm{B} - H_\mathrm{C} = (\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh) - (\frac{1}{2}mv_C^2 + mgh) = W_{C-B}^{\vec{F_{r,d}}} = -30\mathrm{J} \Rightarrow \boxed{v_B = 14.3 \text{ m/s}} \,. \tag{21}$$

Nuevamente es importante corroborar que la velocidad del bloque en B es menor que en C; ambos puntos están a la misma altura y la fuerza de rozamiento dinámica provocó una pérdida de energía sobre el bloque, disminuyendo su velocidad. Veamos que $H_B = 152.7\mathrm{J}$.

¿Qué ocurrirá luego? Pues bien, dado que el bloque llega a B con velocidad inicial no nula, el resorte se comprimirá en contacto con el bloque hasta un dado punto que denominaremos "de máxima compresión" (MC) en el cual el bloque se frenará, y luego el resorte lo empujará nuevamente hacia atrás (en el sentido en que crece x), pasando el bloque nuevamente por B con velocidad no nula, esta vez en sentido contrario. MC es el punto de retorno del bloque. ¿Qué podemos decir de la energía mecánica en este trayecto? Recordemos que entre B y O no existe rozamiento con el suelo (o bien podemos despreciarlo). Esto implica que la única fuerza no conservativa en el tramo B-MC-B es la normal, que sabemos que no hace trabajo por ser perpendicular al desplazamiento del bloque. Por ende, $W_{B-MC}^{\vec{F_{NC}}} = 0$ y $W_{MC-B}^{\vec{F_{NC}}} = 0$, y la energía mecánica en esta sección del recorrido se conserva. Esto implica que el módulo de la velocidad del bloque cuando vuelve a pasar por B (luego de comprimirse y descomprimirse el resorte) será el mismo que el que calculamos anteriormente. Al llegar a B, el bloque se despegará del resorte y volverá a recorrer el tramo B-C, esta vez en sentido contrario. Nuevamente en este tramo la fuerza de rozamiento efectuará trabajo sobre el bloque, que valdrá lo mismo que calculamos para C-B, $W_{B-C}^{\vec{F}_{r,d}} = -30\text{J}$. Esta variación de energía es menor a la energía mecánica del bloque en B por lo cual efectivamente el bloque volverá a pasar por C con velocidad no nula. Si quisiéramos calcular la velocidad con la que pasa por C por segunda vez, podemos notar que $\Delta H'_{B-C} = H'_{\text{C}} - H_{\text{B}} = (\frac{1}{2}mv_C'^2 + mgh) - (\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh) = -30\text{J} \Rightarrow v'_C = 12.02\text{m/s}$.

Pensemos qué ocurre con la energía mecánica en la posición de máxima compresión (Ver Fig.5). Recordemos lo que sabemos de movimiento oscilatorio. La posición de máxima compresión del resorte es aquella en la cual la velocidad del bloque es nula, $v_{MC} = 0$, lo cual implica que $T_{MC} = 0$. Por otro lado, el módulo de la compresión Δx es el máximo de todo el recorrido. La energía potencial elástica en MC es: $V_{e,MC} = \frac{1}{2}k\Delta x_{MC}^2$.

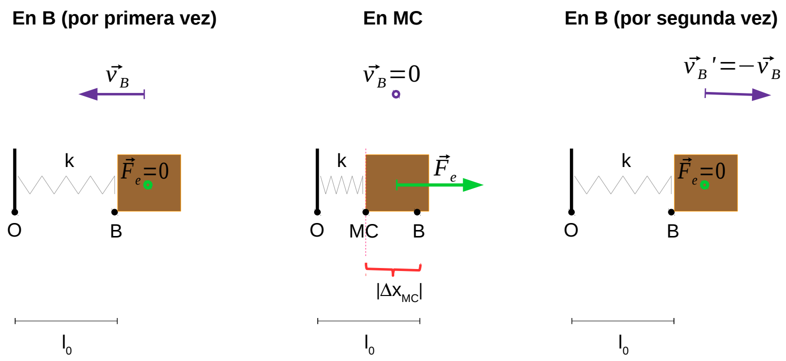

Figure 5: Esquema del bloque del problema 5 en su recorrido entre el punto B y la posición de máxima compresión del resorte (MC). En violeta se simboliza el vector velocidad, mientras que en verde se representa la fuerza elástica.

Por lo dicho, la variación de la energía cinética entre A y la posición de la máxima compresión que se pide en b) es: $\boxed{\Delta T_{A-MC} = T_{MC} - T_A = \frac{1}{2}mv_{MC}^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 - (\frac{1}{2}(1\text{kg})(20\text{m/s})^2) = -200\text{J}}$.

Por otro lado, la variación de energía potencial entre A y la posición de la máxima compresión es: $\Delta V_{A-MC} = V_{MC} - V_A = (V_{g,MC} + V_{e,MC}) - 0 = (mgh + \frac{1}{2}k\Delta x_{MC}^2) - 0$. Aún no conocemos el valor de Δx_{MC}, pero lo averiguaremos enseguida.

Recapitulemos lo que aprendimos para responder el ítem c). La variación de energía mecánica entre A y la posición de máxima compresión se puede separar en distintos tramos, cada uno de los cuales conocemos: $\Delta H_{A-MC} = \Delta H_{A-C} + \Delta H_{C-B} + \Delta H_{B-MC}$. Sabemos que:

$$\Delta H_{A-C} = W_{A-C}^{\vec{F}_{NC}} = W_{A-C}^{\vec{F}_{r,d}} = -17.3\text{J} \tag{22}$$

$$\Delta H_{C-B} = W_{C-B}^{\vec{F}_{NC}} = W_{C-B}^{\vec{F}_{r,d}} = -30\text{J} \tag{23}$$

$$\Delta H_{B-MC} = W_{B-MC}^{\vec{F}_{NC}} = 0 \text{ (ya que la unica fuerza no conservativa en B} - \text{MC es } \tilde{\text{N}} \perp \tilde{\text{dl}}) \tag{24}$$

$$\tag{25}$$

Por lo tanto $\boxed{\Delta H_{A-MC} = \Delta H_{A-B} = -47.3\text{J}}$.

Por último debemos hallar la máxima compresión del resorte. Si escribimos explícitamente la variación de energía mecánica que calculamos en c):

$$\begin{aligned}
\Delta H_{A-MC} &= -47.3\text{J} && (26)\\
&= \Delta T_{A-MC} + \Delta V_{A-MC} && (27)\\
&= (T_{MC} - T_A) + (V_{MC} - V_A) && (28)\\
&= (0 - T_A) + (V_{g,MC} + V_{e,MC} - 0) && (29)\\
&= (0 - \frac{1}{2}mv_A^2) + (mgh + \frac{1}{2}k\Delta x_{MC}^2 - 0) \Rightarrow \boxed{|\Delta x_{MC}| = 0.32\text{m}} && (30)\\
& && (31)
\end{aligned}$$

La energía mecánica en MC es únicamente potencial (elástica y gravitatoria), vale $H_{MC} = mgh + \frac{1}{2}k\Delta x_{MC}^2 = 152.7\text{J}$ y resulta de la diferencia entre la energía mecánica inicial ($H_A = 200\text{J}$) y la pérdida de energía debida al rozamiento entre A y B. Observemos que, dado que no hay pérdida de energía entre B y MC, la energía cinética en B se transforma íntegramente en energía potencial elástica en MC (pues están a igual altura).