

# Fluídos. Hidrodinámica

Fluido ideal: Estable, irrotacional, incompresible y no viscoso

$$\rho = cte$$

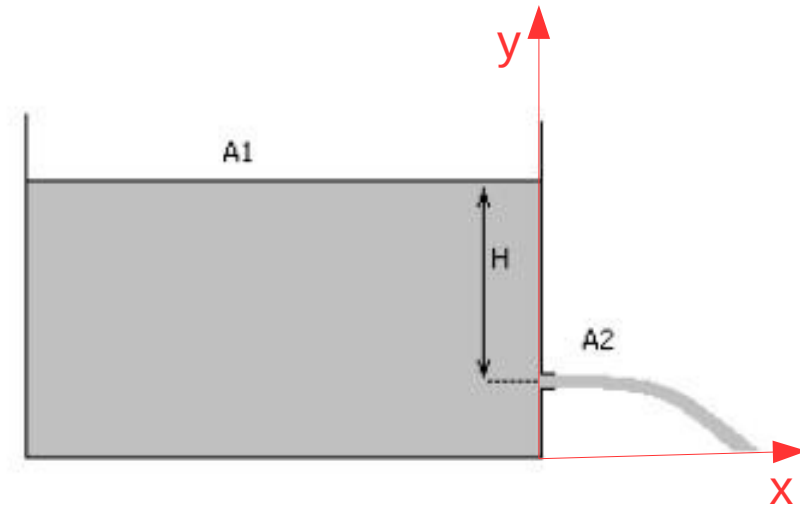
$$\text{Caudal : } Q = \frac{dV}{dt} \implies Q = cte$$

$$\text{Ecuacion de continuidad : } Q = Av$$

$$\text{Ecuacion de Bernoulli : } P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = cte$$

# Hidrodinámica

- 13) En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad  $H$  bajo el nivel del líquido. Suponga que la sección del tanque es mucho mayor que la del orificio ( $A_1 \gg A_2$ ).
- (a) Calcule la velocidad de salida del líquido del orificio y la cantidad de líquido por unidad de tiempo que abandona al tanque.
  - (b) Ignorando la resistencia con el aire y suponiendo que el orificio está a una altura  $h$  respecto al piso, calcule a qué distancia del tanque el líquido tocará al piso.
  - (c) Si en el orificio se coloca un tubo de longitud pequeña y sección  $A_2$ , que apunta hacia arriba, ¿hasta que altura se eleva el chorro del líquido?
  - (d) ¿Dependen estos resultados del tipo de líquido en el tanque?



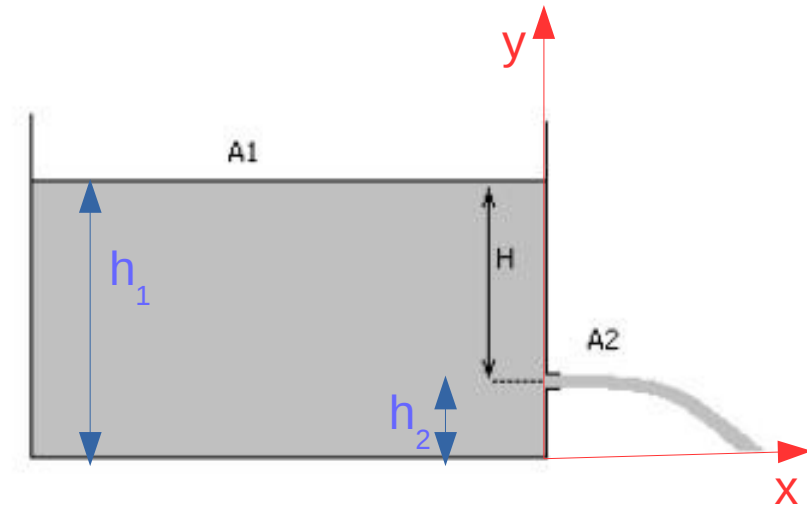
$$Q = cte = Av$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\text{Como } A_1 \gg A_2 \implies \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} \mapsto 0$$
$$v_1 \cong 0$$

# Hidrodinámica

$$v_1 \cong 0$$
$$h_1 = H + h$$
$$h_2 = h$$

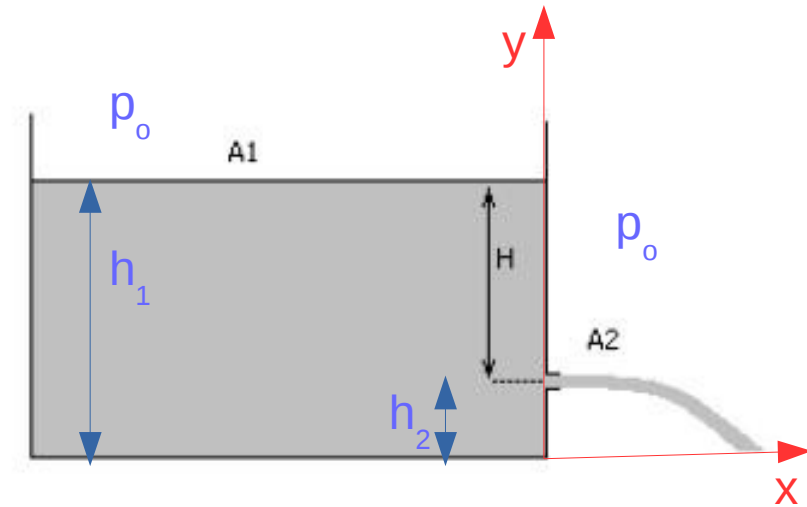


*Ecuacion de Bernoulli*

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

# Hidrodinámica

$$\begin{aligned}v_1 &\cong 0 \\h_1 &= H + h \\h_2 &= h\end{aligned}$$



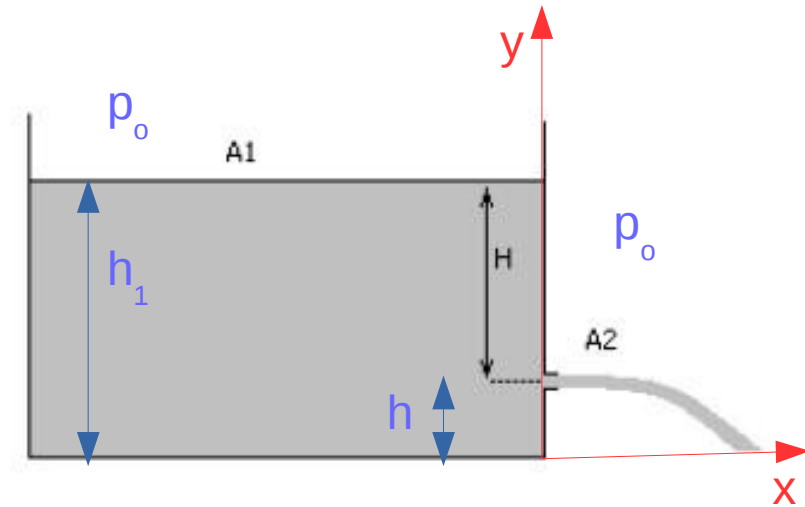
*Ecuacion de Bernoulli*

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$\underbrace{\quad}_{=0}$

# Hidrodinámica

$$\begin{aligned}v_1 &\cong 0 \\h_1 &= H + h \\h_2 &= h\end{aligned}$$



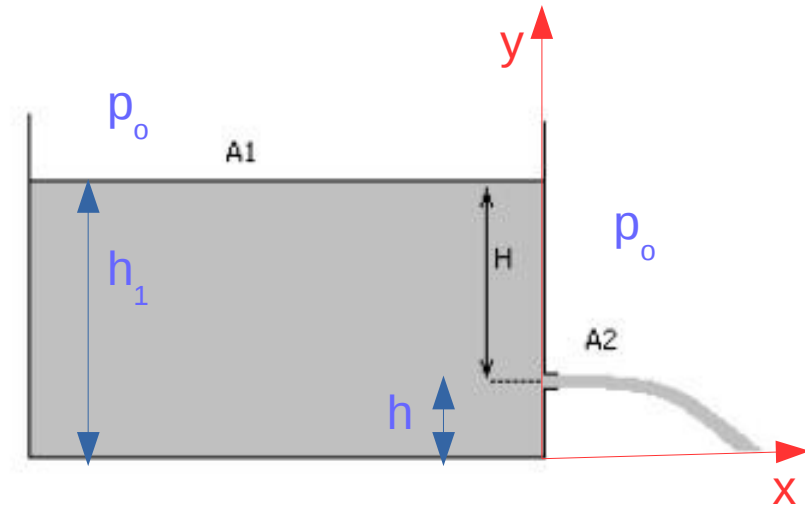
*Ecuacion de Bernoulli*

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$p_o + \rho g(H + h) = p_o + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h$$

# Hidrodinámica

$$\begin{aligned}v_1 &\cong 0 \\h_1 &= H + h \\h_2 &= h\end{aligned}$$



*Ecuacion de Bernoulli*

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$p_o + \rho g(H + h) = p_o + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h$$

$$\rho g H = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

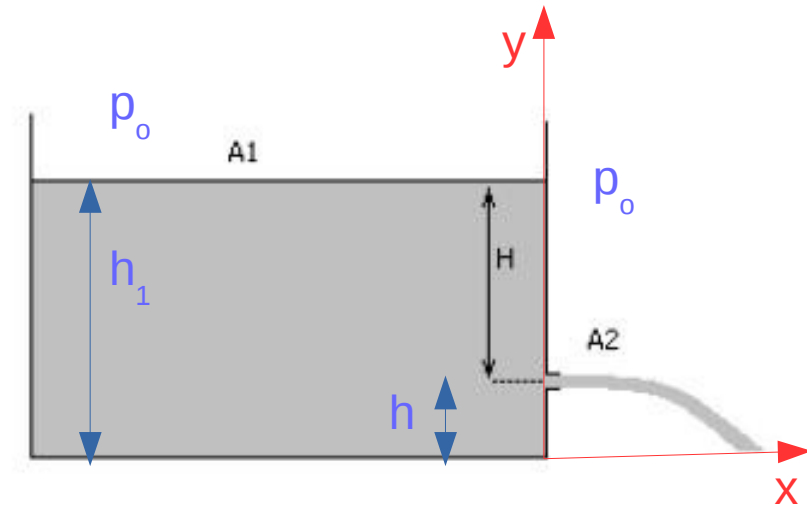
$$v_2 = \sqrt{2gH}$$

# Hidrodinámica

$$\begin{aligned}v_1 &\cong 0 \\h_1 &= H + h \\v_2 &= \sqrt{2gH}\end{aligned}$$

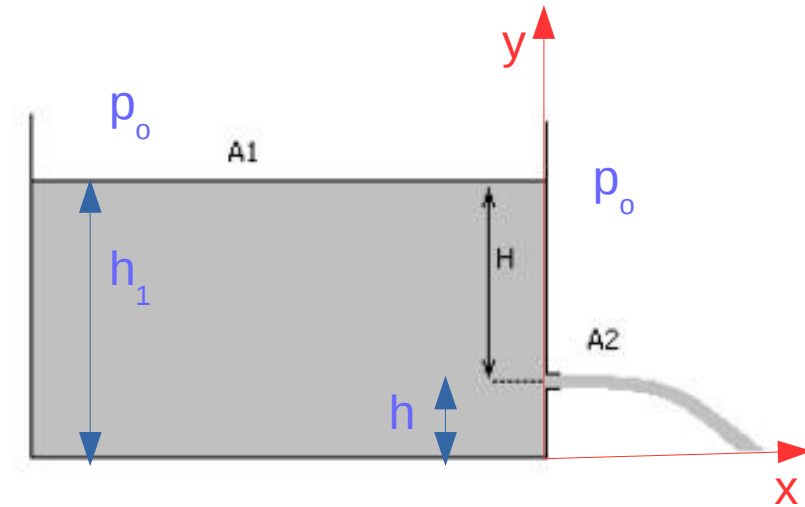
*Caudal*

$$\begin{aligned}Q &= A_2 v_2 \\Q &= A_2 \sqrt{2gH}\end{aligned}$$



# Hidrodinámica

- 13 En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad  $H$  bajo el nivel del líquido. Suponga que la sección del tanque es mucho mayor que la del orificio ( $A_1 \gg A_2$ ).
- (a) Calcule la velocidad de salida del líquido del orificio y la cantidad de líquido por unidad de tiempo que abandona al tanque.
  - (b) Ignorando la resistencia con el aire y suponiendo que el orificio está a una altura  $h$  respecto al piso, calcule a qué distancia del tanque el líquido tocará al piso.
  - (c) Si en el orificio se coloca un tubo de longitud pequeña y sección  $A_2$ , que apunta hacia arriba, ¿hasta que altura se eleva el chorro del líquido?
  - (d) ¿Dependen estos resultados del tipo de líquido en el tanque?



$$v_1 \cong 0$$

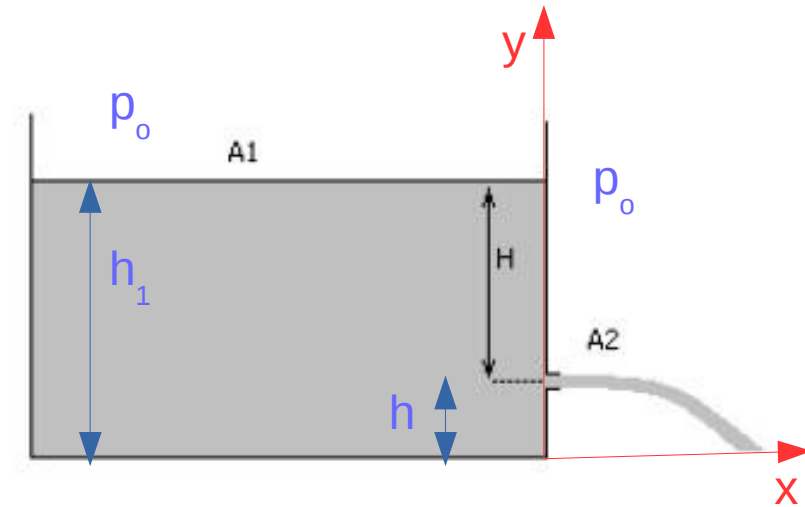
$$h_1 = H + h$$

$$v_2 = \sqrt{2gH}$$



# Hidrodinámica

- 13 En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad  $H$  bajo el nivel del líquido. Suponga que la sección del tanque es mucho mayor que la del orificio ( $A_1 \gg A_2$ ).
- (a) Calcule la velocidad de salida del líquido del orificio y la cantidad de líquido por unidad de tiempo que abandona al tanque.
  - (b) Ignorando la resistencia con el aire y suponiendo que el orificio está a una altura  $h$  respecto al piso, calcule a qué distancia del tanque el líquido tocará al piso.
  - (c) Si en el orificio se coloca un tubo de longitud pequeña y sección  $A_2$ , que apunta hacia arriba, ¿hasta que altura se eleva el chorro del líquido?
  - (d) ¿Dependen estos resultados del tipo de líquido en el tanque?



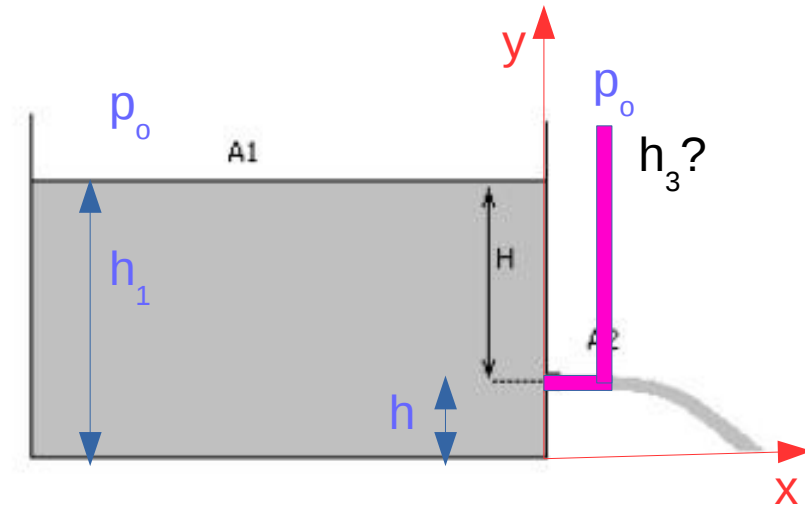
$$v_1 \cong 0$$
$$h_1 = H + h$$
$$v_2 = \sqrt{2gH}$$

Tiro oblicuo  $\rightarrow v_2$  es la velocidad inicial

$$x = 2\sqrt{Hh}$$

# Hidrodinámica

- 13 En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad  $H$  bajo el nivel del líquido. Suponga que la sección del tanque es mucho mayor que la del orificio ( $A_1 \gg A_2$ ).
- Calcule la velocidad de salida del líquido del orificio y la cantidad de líquido por unidad de tiempo que abandona al tanque.
  - Ignorando la resistencia con el aire y suponiendo que el orificio está a una altura  $h$  respecto al piso, calcule a qué distancia del tanque el líquido tocará al piso.
  - Si en el orificio se coloca un tubo de longitud pequeña y sección  $A_2$ , que apunta hacia arriba, ¿hasta que altura se eleva el chorro del líquido?
  - ¿Dependen estos resultados del tipo de líquido en el tanque?



Ecuación de Bernoulli

$$v_1 \cong 0$$

$$h_1 = H + h$$

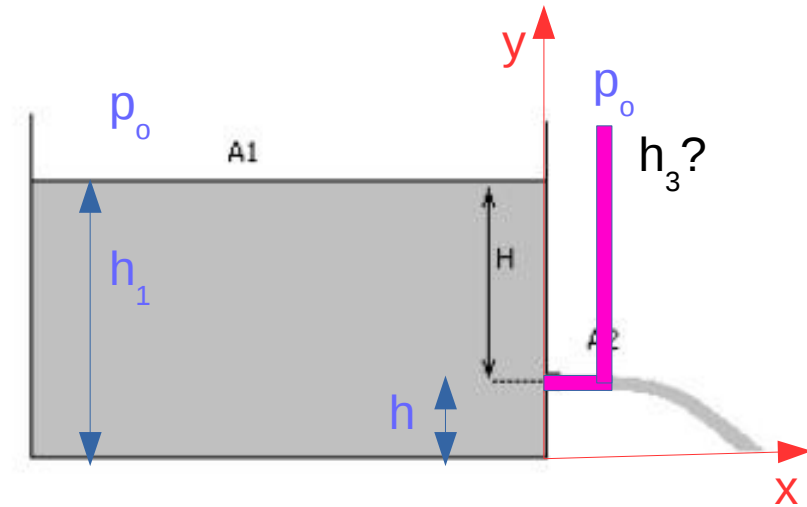
$$v_2 = \sqrt{2gH}$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 + \rho g h_3$$

Máxima altura  $v=0$ , suponemos tubo abierto  $\rightarrow P=p_0$

# Hidrodinámica

- 13 En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad  $H$  bajo el nivel del líquido. Suponga que la sección del tanque es mucho mayor que la del orificio ( $A_1 \gg A_2$ ).
- (a) Calcule la velocidad de salida del líquido del orificio y la cantidad de líquido por unidad de tiempo que abandona al tanque.
  - (b) Ignorando la resistencia con el aire y suponiendo que el orificio está a una altura  $h$  respecto al piso, calcule a qué distancia del tanque el líquido tocará al piso.
  - (c) Si en el orificio se coloca un tubo de longitud pequeña y sección  $A_2$ , que apunta hacia arriba, ¿hasta que altura se eleva el chorro del líquido?
  - (d) ¿Dependen estos resultados del tipo de líquido en el tanque?



Ecuación de Bernoulli

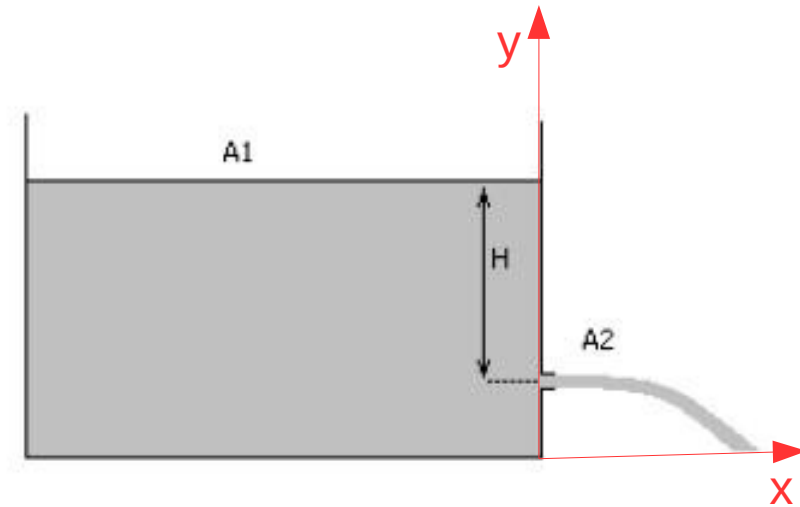
$$v_1 \cong 0$$
$$h_1 = H + h$$
$$v_2 = \sqrt{2gH}$$

$$p_o + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g(h + H) = p_o + \rho g h_3$$
$$\rho g(h + H) = \rho g h_3$$

$$H + h = h_3$$

# Hidrodinámica

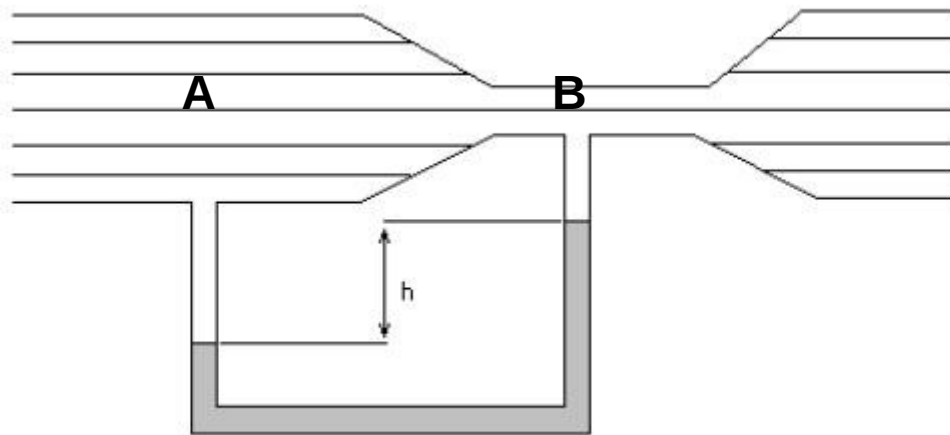
- 13 En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad  $H$  bajo el nivel del líquido. Suponga que la sección del tanque es mucho mayor que la del orificio ( $A_1 \gg A_2$ ).
- (a) Calcule la velocidad de salida del líquido del orificio y la cantidad de líquido por unidad de tiempo que abandona al tanque.
  - (b) Ignorando la resistencia con el aire y suponiendo que el orificio está a una altura  $h$  respecto al piso, calcule a qué distancia del tanque el líquido tocará al piso.
  - (c) Si en el orificio se coloca un tubo de longitud pequeña y sección  $A_2$ , que apunta hacia arriba, ¿hasta que altura se eleva el chorro del líquido?
  - (d) ¿Dependen estos resultados del tipo de líquido en el tanque?



# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
  - Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
  - Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

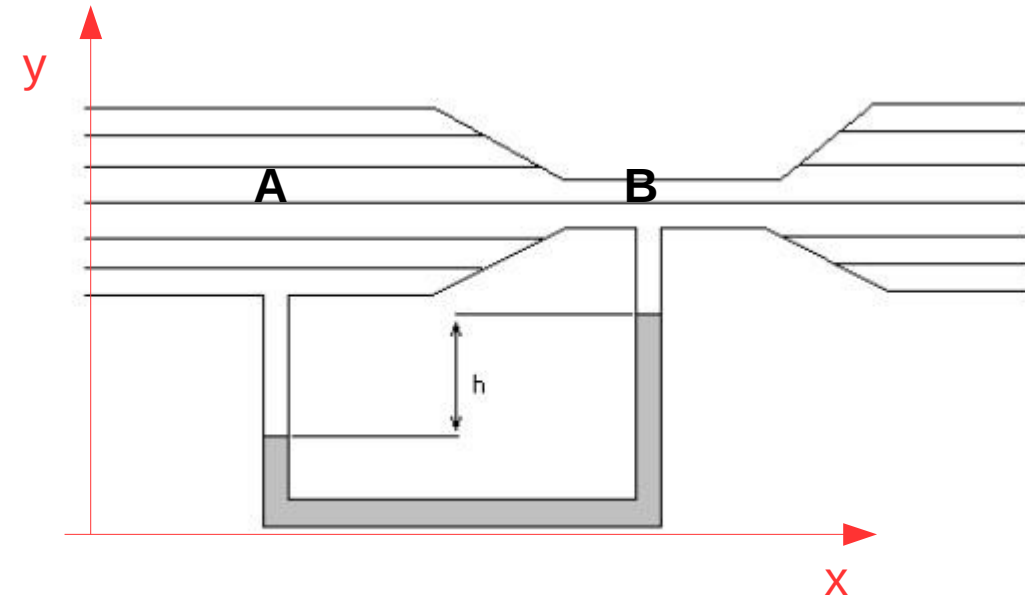
$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$



# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- (a) Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
- (b) Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
- (c) Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$



# Hidrodinámica

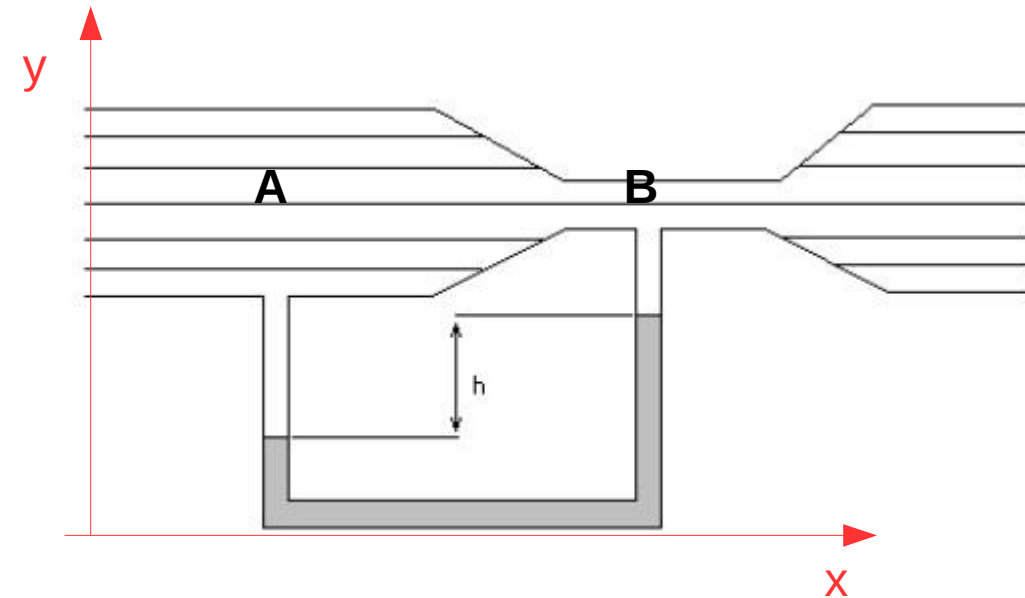
- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- (a) Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
- (b) Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
- (c) Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{27\text{dm}^3}{5\text{s}}$$

$$Q = Av_A \implies v_A = \frac{Q}{A}$$
$$Q = Bv_B \implies v_B = \frac{Q}{B}$$

$$v_A < v_B$$



# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- (a) Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
- (b) Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
- (c) Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

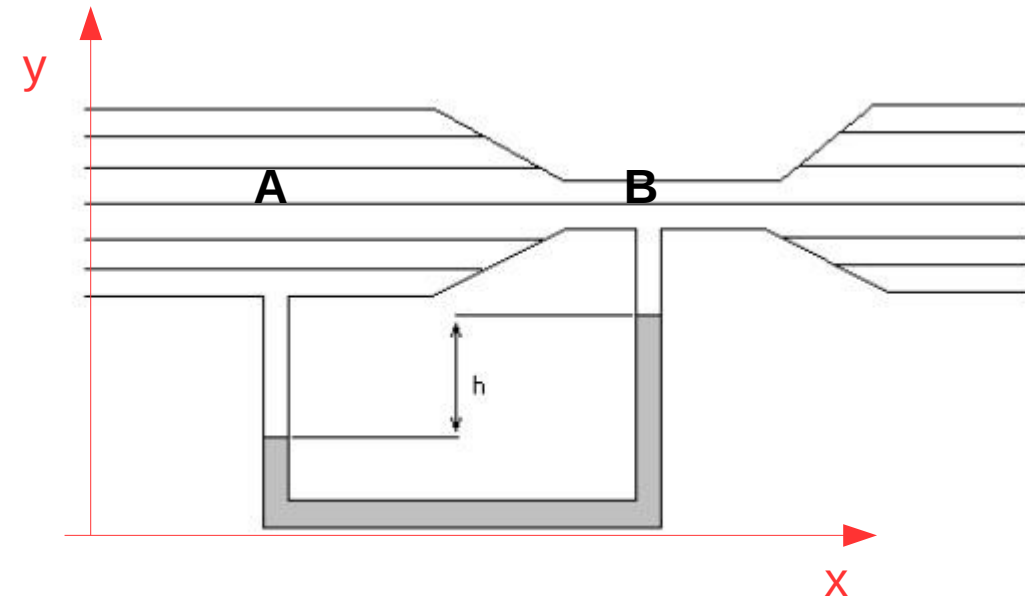
$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{27\text{dm}^3}{5\text{s}}$$

$$Q = Av_A \implies v_A = \frac{Q}{A}$$
$$Q = Bv_B \implies v_B = \frac{Q}{B}$$

$$v_A < v_B$$

$$P_A > P_B$$

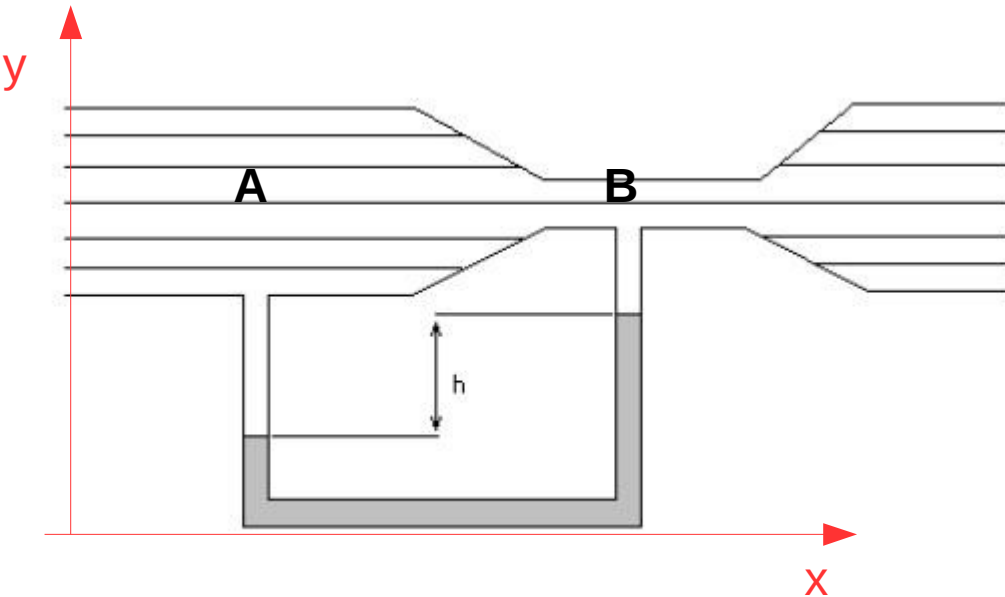




# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
  - Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
  - Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

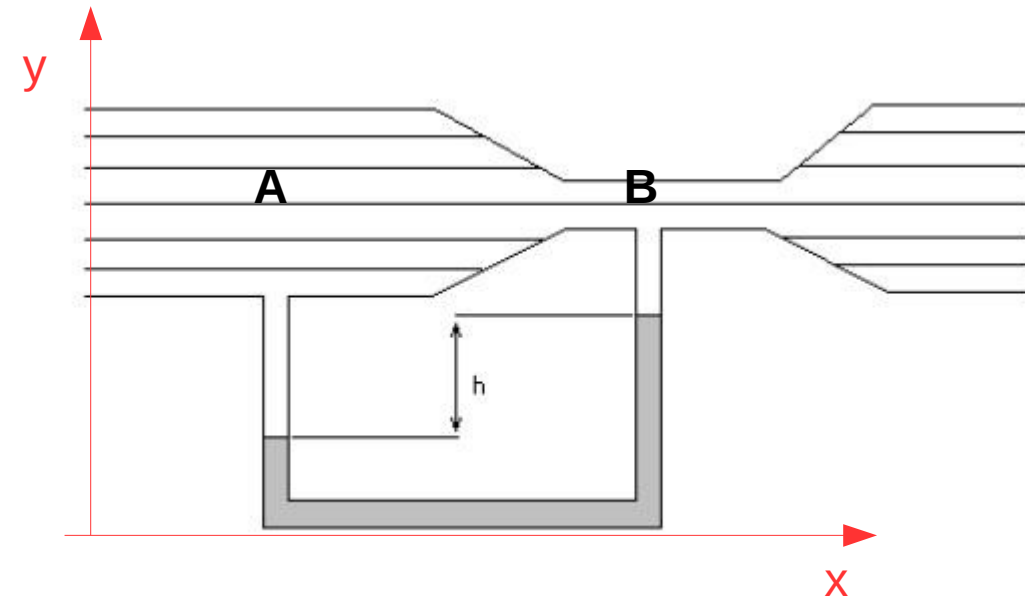
$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$v_A = \frac{Q}{A}$$
$$v_B = \frac{Q}{B}$$



# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- (a) Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
  - (b) Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
  - (c) Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{g}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$$
$$v_A = \frac{Q}{A}$$
$$v_B = \frac{Q}{B}$$



$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B$$

Tanto A como B están a la misma altura

# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
  - Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
  - Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

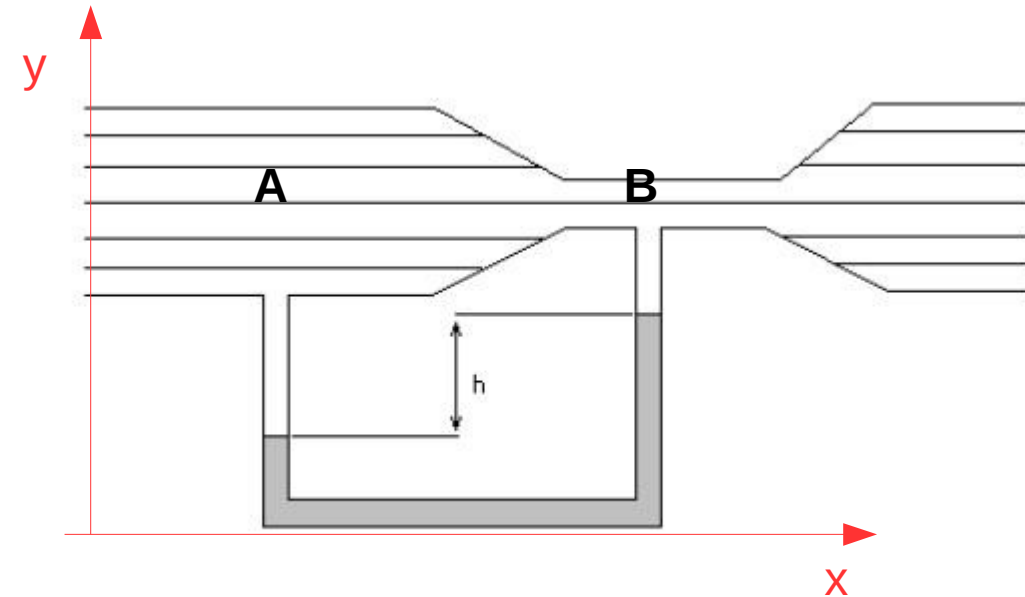
$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$v_A = \frac{Q}{A}$$

$$v_B = \frac{Q}{B}$$

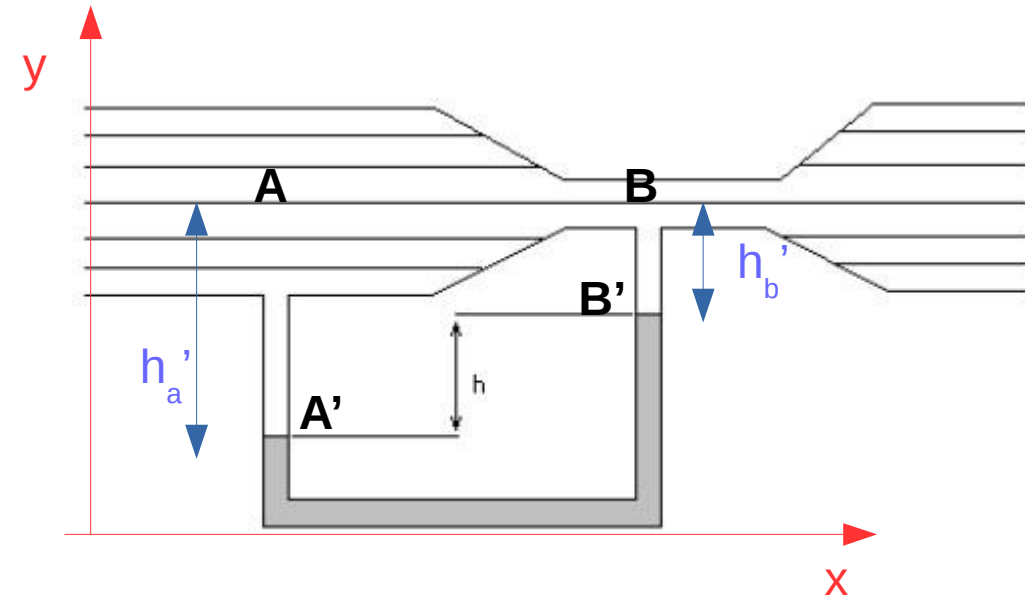
$$P_A + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{Q}{A}\right)^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{Q}{B}\right)^2$$
$$P_A - P_B = \frac{Q^2\rho}{2} \left(\frac{1}{B^2} - \frac{1}{A^2}\right)$$



# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- (a) Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
  - (b) Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
  - (c) Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{g}{\text{cm}^3}$$
$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$$
$$v_A = \frac{Q}{A}$$
$$v_B = \frac{Q}{B}$$
$$P_A - P_B = \frac{\rho Q^2}{2} \left( \frac{1}{B^2} - \frac{1}{A^2} \right)$$



# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
  - Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
  - Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$v_A = \frac{Q}{A}$$

$$v_B = \frac{Q}{B}$$

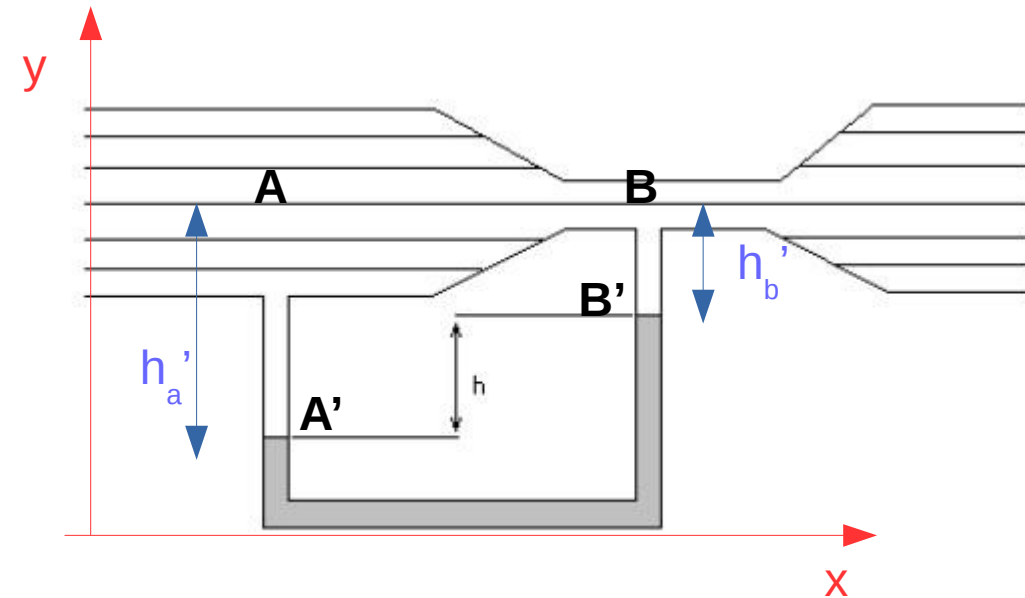
$$P_A - P_B = \frac{\rho Q^2}{2} \left( \frac{1}{B^2} - \frac{1}{A^2} \right)$$

En las columnas el fluido está quieto

$$P_{A'} = P_A + \rho g h_{a'}$$

$$P_{B'} = P_B + \rho g h_{b'}$$

$$P_{A'} = P_{B'} + \rho_M g h$$



# Hidrodinámica

- 21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de  $36\text{cm}^2$  en la parte ancha (A) y de  $9\text{cm}^2$  en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.
- Calcule las velocidades  $V_A$  y  $V_B$ .
  - Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.
  - Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

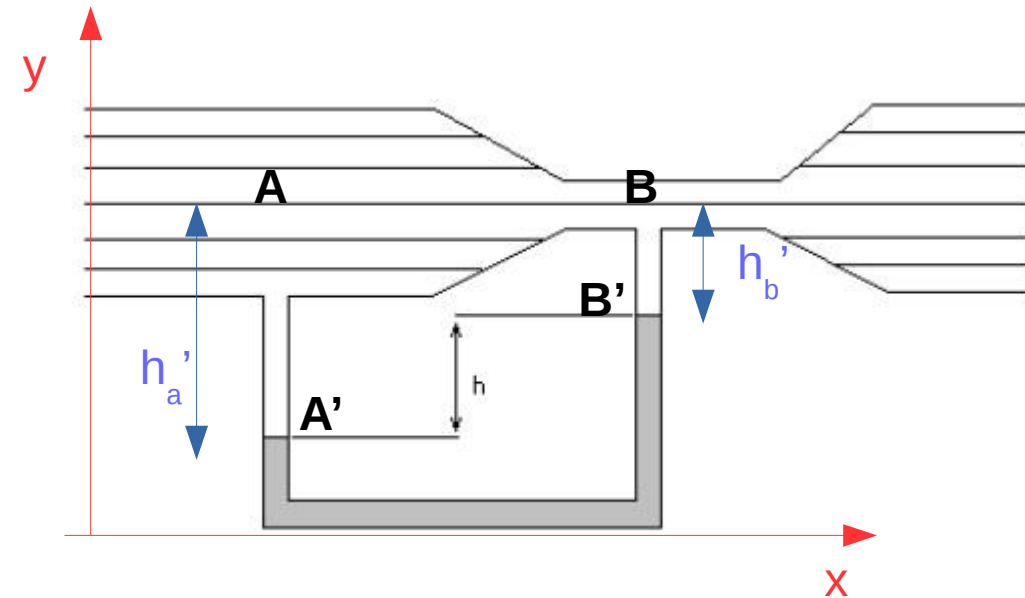
$$\rho_{\text{mercurio}} = \rho_M = 13,6 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{\text{agua}} = \rho = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

$$v_A = \frac{Q}{A}$$

$$v_B = \frac{Q}{B}$$

$$P_A - P_B = \frac{\rho Q^2}{2} \left( \frac{1}{B^2} - \frac{1}{A^2} \right)$$



En las columnas el fluido está quieto  
 $P_A + \rho g h_{a'} = P_B + \rho g h_{b'} + \rho_M g h$

$$P_A - P_B = \rho_M g h + \rho g (h_{b'} - h_{a'})$$

$$P_A - P_B = \rho_M g h - \rho g h$$

$$h = \frac{P_A - P_B}{(\rho_M - \rho)g}$$