Guía 1: cinemática

Parte I: movimiento 1D

1. Un automóvil viaja en línea recta desde el punto A hacia el B (distancia AB = 300 km) a una velocidad constante v_1, tardando 3 hs y 45 minutos en realizar el trayecto. Otro automóvil lo hace de B hacia A a una velocidad v_2, tardando 6 hs en hacer el recorrido. El segundo automóvil parte una hora antes que el primero.

   (a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.

   (b) Calcule las velocidades v_1 y v_2 de los automóviles escríbalas como magnitudes vectoriales.

   (c) Escriba la ecuación horaria para cada automóvil y calcule el tiempo y la posición de encuentro.

   (d) En un mismo gráfico represente $x(t)$ para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.

   (e) En un mismo gráfico represente $v(t)$ para ambos móviles. ¿Qué representa el área bajo cada curva entre dos instantes de tiempo?

   Repita los ítems (c), (d) y (e) utilizando las mismas velocidades v_1 y v_2 pero considerando ahora que ambos automóviles parten de A y se mueven en el mismo sentido.

2. Las cucarachas grandes pueden correr a 1.5 m/s en tramos cortos. Suponga que está de paseo, enciende la luz en un hotel y ve una cucaracha alejándose en línea recta a 1.5 m/s. Si inicialmente usted estaba 0.9 m detrás del insecto y se acerca hacia éste con una velocidad inicial de 0.8 m/s, ¿qué aceleración constante mínima necesitará para alcanzarlo cuando éste haya recorrido 1.2 m, justo antes de escapar bajo un mueble?

3. Un automovilista parte en el instante $t = 0\,\mathrm{s}$, de $x = 0\,\mathrm{m}$ con una velocidad de 10 m/s y con una aceleración de $1\,\mathrm{m/s^2}$ (constante). Dicha aceleración tiene la misma dirección que la velocidad pero sentido contrario.

   (a) ¿En qué instante el auto tiene $v = 0\,\mathrm{m/s}$? ¿Qué distancia recorrió?

   (b) ¿En qué instante vuelve a pasar por $x = 0\,\mathrm{m}$? ¿Qué sucederá luego?

   (c) Grafique $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$.

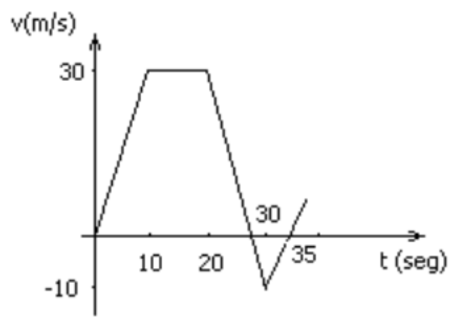
   (d) Tomando ahora la aceleración de $1\,\mathrm{m/s^2}$ en el mismo sentido que la velocidad, rehaga (c) y compare con el caso anterior.

4. El gráfico de la figura representa la velocidad en función del tiempo para una partícula con movimiento rectilíneo.

   (a) Halle $x(t)$, sabiendo que el móvil partió de $x = 0\,\mathrm{m}$.

   (b) Grafique $x(t)$ y $a(t)$.

   (c) Halle x, v y a en $t = 5\,\mathrm{s}$ y en $t = 25\,\mathrm{s}$.



5 La aceleración de una partícula que se mueve sobre una trayectoria recta está dada por $a(t) = -2\frac{m}{s^4}\,t^2$.

(a) Encuentre la velocidad y la posición en función del tiempo sabiendo que $x(0\,\mathrm{s}) = 0$ m y $v(0\,\mathrm{s}) = 10$ m/s.

(b) Calcule la posición y velocidad de la partícula en $t = 3$ s.

6 Se lanza un cuerpo hacia arriba con velocidad inicial de 15 m/s. Un segundo después se deja caer otro cuerpo desde una altura 15 m sin velocidad inicial.

(a) Calcule el tiempo que tardan en encontrarse.

(b) ¿A qué distancia del piso se encuentran?

7 La tripulante de un globo aerostático, que sube verticalmente con velocidad constante de magnitud 5 m/s, suelta un saco de arena cuando el globo está a 40 m sobre el suelo. Después de que se suelta, el saco está en caída libre.

(a) Calcule la posición y velocidad del saco a 0.25 s y 1 s después de soltarse.

(b) ¿Cuántos segundos tardará el saco en chocar con el suelo después de soltarse?

(c) ¿Con qué velocidad chocará?

(d) ¿Qué altura máxima alcanza el saco sobre el suelo?

(e) Dibuje las gráficas $a_y(t)$, $v_y(t)$ e $y(t)$ para el movimiento del saco.

Parte II: movimiento 2D y movimiento relativo

8 La posición de una partícula en el espacio se puede describir con el siguiente vector posición $\mathbf{r}(t) = (t^3 + 2t + 1, -e^{2t}, cos(3t))$ [reflexione sobre cuál es la unidad de t en este caso]. Calcule :

(a) $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ (b) $|\mathbf{v}(t)| = \left|\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right|$ (c) $\mathbf{a}(t) = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$

En los tres casos evalúe en $t = 0$ y en $t = \pi/6$.

9 Un coche viaja a lo largo de una curva sobre un plano. Sus coordenadas cartesianas en función del tiempo están dadas por las ecuaciones: $x(t) = 2\frac{m}{s^3}t^3 - 3\frac{m}{s^2}t^2$, $y(t) = 1\frac{m}{s^2}t^2 - 2\frac{m}{s}\,t + 1m$. Halle:

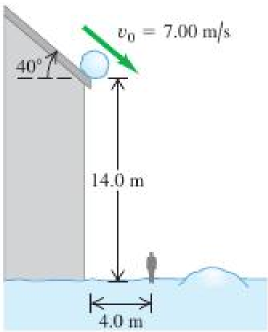
(a) La posición del coche en $t = 1\,\mathrm{s}$.

(b) Los vectores $\vec{v} = \vec{v}(t) = v_x(t)\hat{x} + v_y(t)\hat{y}$ y $\vec{a} = \vec{a}(t) = a_x(t)\hat{x} + a_y(t)\hat{y}$.

(c) Los tiempos en los que $\vec{v} = 0\,\mathrm{m/s}$.

10 Una avioneta vuela horizontalmente a 1000 m de altura y deja caer un paquete. Este golpea el suelo 500 m más adelante del lugar donde fue arrojado. Calcule la velocidad del avión y a qué altura está el paquete cuando avanzó 100 m en la dirección horizontal.

11 Una bola de nieve rueda del techo de un granero con inclinación hacia abajo de 40°. El borde del techo está a 14 m del suelo y la bola tiene una velocidad de 7 m/s al salir del techo. Puede despreciarse la resistencia del aire.



(a) ¿A qué distancia del borde del granero golpea la bola el piso si no golpea otra cosa al caer?

(b) Dibuje los gráficos $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ y $v_y(t)$ para el movimiento de la bola.

(c) Un hombre de 1.9 m de estatura está parado a 4 m del granero. ¿Lo golpeará la bola?

12 Se lanza una pelota con una dirección α respecto a la horizontal y con una velocidad inicial de 20 m/s desde el borde de un acantilado de 45 m de altura. En el instante de lanzamiento, una mujer comienza a correr alejándose de la base del acantilado con velocidad constante de 6 m/s. La mujer corre en línea recta sobre suelo plano, y puede despreciarse la acción de la resistencia del aire sobre la pelota.

(a) ¿Con qué ángulo α por arriba de la horizontal deberá lanzarse la pelota para que la corredora la atrape justo antes de que toque el suelo?

(b) Calcule la distancia que recorre la mujer justo antes de atrapar la pelota. ¿Cuál es el tiempo que tardó en atraparla?

(c) Calcule la velocidad de la pelota, en módulo y dirección, en el momento en que es atrapada por la mujer.

(d) ¿Cuál es la componente horizontal de la velocidad de la pelota *relativa* a la mujer?

205:327-343.

13 Un río de orillas rectas y paralelas tiene un ancho de 40 m. El agua del río baja a una velocidad de 4 km/h paralela a los márgenes. Un nadador quiere cruzar el río en línea recta desde el punto A hasta el B.

(a) ¿En qué dirección tiene que nadar para llegar a B en un minuto? ¿A qué velocidad nada?

(b) ¿Cuál es la mínima velocidad que puede tener el nadador para poder llegar a B (siempre en línea recta)?

14 El mismo nadador del ejercicio anterior quiere volver de B hasta A un tiempo después pero observa que la corriente del río ya no es la misma. Decide nadar a 6 km/h en cierta dirección pero llega a la otra orilla a 20 metros de A (río abajo) después de nadar 1.5 minutos.

(a) ¿Cuál es la velocidad del agua del río ahora? ¿En qué dirección nadó?

(b) ¿Podría haber llegado justo al punto A eligiendo una mejor dirección de nado?

Optativos

15 Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales. Es decir, encuentre las funciones $y(t)$. En todos los casos, y_0 es una constante.

(a) $\frac{dy}{dt} = 2$; $y(0) = 0$

(b) $\frac{dy}{dt} = e^t + 2$; $y(0) = y_0$

(c) $\frac{dy}{dt} = 2y$; $y(1) = y_0$

16 Sabiendo que una partícula a tiempo $t = 0\,\mathrm{s}$ parte del origen y se mueve en línea recta con velocidad $v(t) = 3\frac{m}{s}\, e^{-2t/s}$, encuentre la posición $x(t)$. Analice si la partícula se detendrá en algún momento y, si es así, hasta qué posición llegará.

17 Una piedra se hunde en el agua con una aceleración dada por $a = g - b\,v$, donde g es la aceleración de la gravedad (10 m/s^2) y b es una constante positiva que depende de la forma y del tamaño de la piedra y de las propiedades físicas del agua. Nótese que en este caso la aceleración de la piedra depende de su velocidad.

(a) ¿Cuáles son las unidades de la constante b?

(b) Suponiendo que la piedra parte del reposo, encuentre la función $v(t)$ que describe la velocidad de la piedra en función del tiempo.

(c) Usando el resultado de (b), exprese la aceleración y la posición de la piedra en función del tiempo.

(d) ¿Qué distancia recorre una piedra de $b = 1$ en 1 segundo? ¿y una de $b = 2$? (las unidades de b son las que averiguó en la pregunta (a)).