

Guía 1: Mediciones Directas e Indirectas

Parte 2: Medición de la aceleración de la gravedad y otros experimentos

Cátedra: Prof. Diego Wisniacki - Depto. Física, FCEyN, UBA.

Objetivo general: En esta práctica se busca estudiar la manera más adecuada de medir una magnitud. Para ello, se evaluarán las metodologías de medición directa e indirecta. Se buscará determinar las incertezas de las magnitudes de interés, aprendiendo a generar criterios para medir correctamente. Además, esta guía tiene como objetivo adquirir conocimientos básicos de estadística y propagación de errores para comprender la información contenida en estas mediciones. Se utilizará un programa sencillo (Origin) para facilitar su análisis.

1. Introducción:

Cuando se desea obtener una magnitud física, no siempre se cuenta con un instrumento para medirla en forma DIRECTA. Frecuentemente, la magnitud deseada se deriva de algunas otras magnitudes que fueron obtenidas en forma directa. Esto se logra a través de alguna relación funcional entre las magnitudes, y se dice que la medición fue INDIRECTA. Por ejemplo, podemos medir la distancia recorrida por un móvil y el tiempo transcurrido de forma directa (con metro y cronómetro), pero para saber la velocidad debemos estimarla de forma indirecta.

La elección del experimento es un punto crítico a la hora de obtener una magnitud. Para ello, resulta de suma importancia la decisión de los instrumentos a utilizar, así como el método elegido (siempre se debe evaluar la validez de las hipótesis del método utilizado).

Por ejemplo, si queremos obtener la superficie de un cuerpo cuya forma se aproxima a alguna forma geométrica conocida (círculo, cuadrado, etc), se podría medir directamente las longitudes (diámetros, lados, etc.) y luego realizar la cuenta adecuada para obtener la magnitud deseada. ¿Pero son realmente esas superficies círculos o cuadrados perfectos?

Cuando medimos una magnitud en forma directa, obtenemos como resultado de la medición un conjunto de valores que llamamos INTERVALOS DE CONFIANZA relacionados a la INCERTEZA de la medición. Por ejemplo, si medimos en forma directa la magnitud x , dando $x = x_0 \pm \Delta x$ (donde: x_0 es el valor medio y Δx el error absoluto), podemos decir que un dado valor de la magnitud medida se encuentra en el intervalo $(x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x)$ con cierta probabilidad, que depende de como hayamos calculado el error absoluto.

Al expresar una magnitud que fue obtenida en forma indirecta, también lo haremos en la forma: $W = W_0 \pm \Delta W$. Pero, ¿Cómo se obtienen estos parámetros? Las incertezas de las mediciones directas deberían influir o propagarse sobre el resultado de la medición indirecta. ¿La incerteza de la medición indirecta depende sólo de las incertezas de las mediciones directas o también de la relación entre ellas?

Supongamos que se puede obtener en forma indirecta la magnitud W midiendo en forma directa las magnitudes x, y, z, \dots (independientes entre sí), mediante una función $f(x, y, z, \dots)$, tal que $W = f(x, y, z, \dots)$.

A partir de las mediciones directas, conocemos los valores: $x = x_0 \pm \Delta x$; $y = y_0 \pm \Delta y$; $z = z_0 \pm \Delta z$;...

Entonces, se puede obtener en forma indirecta la magnitud $W = W_0 \pm \Delta W$ siendo:

$$W_0 = f(x_0, y_0, z_0, \dots) \quad (1)$$

$$\Delta W = \sqrt{\left[\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta x \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta y \right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta z \right]^2} \quad (2)$$

donde $\frac{\partial f}{\partial x}$ es la derivada parcial de f con respecto a x , evaluada en los valores medios: x_0, y_0, z_0, \dots ; que se obtiene considerando a x como la única variable, mientras que al resto y, z, \dots se las considera constantes.

Notar que recién después de calcular la derivada parcial, se evalúa dicha expresión en x_0, y_0, z_0, \dots . De la misma forma, es la derivada parcial de f con respecto a la variable y , considerando al resto (x, z, \dots) constantes. La expresión (2) se conoce como **fórmula de propagación de errores**. Es válida siempre que los parámetros x, y, z, \dots sean independientes (independencia significa que conocer la incerteza de la magnitud x no provee ninguna información acerca de la incerteza de las otras magnitudes).

La expresión (2) es una fórmula aproximada para ΔW , que es válida cuando las derivadas parciales de f de orden superior son despreciables frente a la primer derivada parcial (en general, estaremos dentro de las hipótesis de validez de esta aproximación). Pueden seguir un ejemplo en el apéndice.

Por otro lado, si medimos una misma magnitud física utilizando diferentes métodos, ¿obtendremos resultados diferentes? ¿Cómo los comparamos? ¿Cómo podemos determinar si dos resultados son equivalentes o son distintos?

En esta práctica aprenderemos las herramientas necesarias para obtener la incerteza de una medición indirecta a partir de mediciones directas de magnitudes independientes. Y además aprenderemos a comparar resultados de una misma magnitud procedentes de experimentos diferentes discutiendo los los conceptos de precisión y exactitud.

Actividades

Actividad 1

La predicción teórica establece que, para un péndulo ideal simple compuesto de un hilo inextensible y una masa puntual que realiza oscilaciones de pequeña amplitud en ausencia de rozamiento, el período T viene dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (3)$$

donde T es el período del péndulo y L es la longitud del hilo.

A partir de los resultados de la Guía 1 (Parte 1), halle el valor de la aceleración de la gravedad (g).

Al analizar y presentar los datos es importante tener presente las siguientes preguntas:

- Discuta si las hipótesis requeridas por la predicción teórica son válidas. ¿Cómo podría mejorarse el dispositivo experimental?
- Compare el resultado con los otros grupos, ¿todos obtuvieron el mismo valor? ¿Las diferencias entre los valores de los distintos grupos fueron significativas?
- El resultado obtenido para g ,
 - i. ¿es distinguible del resultado esperado?
 - ii. ¿es preciso?
 - iii. ¿es exacto?

Considere el valor de referencia $g = (9,7969 \pm 0,0001) \text{ m/s}^2$ (aceleración de la gravedad local medido por el Ing. Ceccato en el Laboratorio de Mecánica, Departamento de Física, FCEyN, UBA).

- En el calculo está involucrado π ¿Este tiene una incerteza asociada? Si es así, ¿Cómo la consideraría? ¿O la despreciaría? ¿Por qué?

Actividad 2 (experiencia alternativa): Determinación del volumen de un sólido

Se buscará obtener el volumen de un cuerpo utilizando dos métodos experimentales diferentes. Cabe recordar que el método involucra tanto la elección de los instrumentos de medición, como el diseño del experimento. ¿Qué suposiciones haría en cada caso para que el método sea razonablemente válido?

- a) **Por medición de sus lados:** Para medir el volumen del cuerpo, medir las magnitudes de interés utilizando un calibre. A partir de esas mediciones averiguar el volumen del objeto proponiendo un modelo geométrico.
- b) **Por medición de la masa utilizando una balanza:** Pesar el objeto del cual quiere conocer su volumen, obtener la masa y , utilizando la relación $V = \frac{m}{\rho}$ donde ρ es la densidad del material del cual está hecho el objeto, determinar el volumen del cuerpo.
- c) **Por desplazamiento de volumen:** Utilizar una probeta graduada. Llenarla hasta un volumen conocido con agua y luego sumergir cuidadosamente el objeto (debe quedar completamente sumergido). Determinar el volumen de agua desplazada por el objeto y concluir a partir de este resultado cuál es el volumen del cuerpo.

Las siguientes preguntas pueden ayudar para el análisis de los datos y considerar algunos aspectos de los métodos utilizados:

- Si utilizaron valores tabulados para alguno de los experimentos, ¿Qué incerteza les asignaron?
- ¿Se obtuvo el mismo resultado mediante los distintos métodos utilizados? ¿Cómo los compararon?
- ¿Qué resultado diría que es el más preciso? ¿Y el más confiable? ¿Por qué? ¿Se puede hablar de exactitud en esta experiencia?
- ¿Cómo se informarían los resultados en caso de ser comparables? ¿Y si no lo fueran?

Apéndice: Determinación del error en la superficie

Si se quiere medir el área S de una mesa rectangular de lados A y B . Tanto A como B fueron medidas directamente utilizando una cinta métrica, resultando: $A = A_0 \pm \Delta A$ y $B = B_0 \pm \Delta B$. El resultado de la medición indirecta de esta magnitud S será: $S = S_0 \pm \Delta S$. El valor medio del área de la mesa se obtiene como:

$$S_0 = A_0 \cdot B_0 \quad (4)$$

Y su incerteza,

$$\Delta S = \sqrt{\left[\frac{\partial S}{\partial A}(A_0, B_0) \cdot \Delta A\right]^2 + \left[\frac{\partial S}{\partial B}(A_0, B_0) \cdot \Delta B\right]^2} \quad (5)$$

Donde, $\frac{\partial S}{\partial A}(A_0, B_0) = B_0$ y $\frac{\partial S}{\partial B}(A_0, B_0) = A_0$. Entonces obtenemos,

$$\Delta S = \sqrt{[B_0 \cdot \Delta A]^2 + [A_0 \cdot \Delta B]^2} \quad (6)$$

Referencias

- [1] W. M. Haynes, D. R. Lide, T. J. Bruno, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press - Taylor & Francis Group, USA (2017).
- [2] <http://www.ub.edu/cmematerials/es/content/acero-al-carbono-035-c-temple-y-revenido> Materials, Universitat de Barcelona.