

# Guía 3: Movimiento oscilatorio

## Parte 2: Movimiento oscilatorio armónico amortiguado

Cátedra: Prof. Diego Wisniacki - Depto. Física, FCEyN, UBA.

**Objetivo general:** Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características fundamentales del movimiento oscilatorio armónico, tanto simple como amortiguado.

### Introducción

En las oscilaciones de los sistemas reales el movimiento está amortiguado debido a la acción de fuerzas disipativas. Por ejemplo, podemos considerar el caso de un sistema masa-resorte oscilando en el aire y luego en aceite. Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante en el último caso es mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores.

Si bien la intuición nos dice que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápido en el aceite que en el aire, a priori, no sabemos si la amplitud de la oscilación decrecerá de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles) con el tiempo, ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. La forma en la que el movimiento se amortiguará depende de la relación funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema.

Consideremos el caso de un cuerpo de masa  $m$  que se mueve en el seno de un fluido viscoso. Sabemos que la fuerza de rozamiento  $F_R$  es proporcional a la velocidad relativa  $v$  del cuerpo en el medio de la siguiente forma:

$$F_R = -b v \quad (1)$$

donde  $b$  es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido.

Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2)$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados, y de la relación entre ellos. Se define la constante de amortiguamiento del fluido <sup>1</sup>  $\gamma$  como:

$$\gamma = \frac{b}{2m} \quad (3)$$

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado. Si  $\gamma^2 < \omega_0^2$  nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

---

<sup>1</sup>Cuidado: En muchas referencias la notación de  $b$  y  $\gamma$  es distinta, y deberán volver a las ecuaciones de movimiento para interpretar correctamente los resultados.

$$x(t) = a e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) \tag{4}$$

donde  $A$  y  $\phi$  son constantes a determinar, y  $\omega$  es la frecuencia de oscilación del sistema que puede expresarse como:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}. \tag{5}$$

Para el caso de un sistema masa-resorte  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

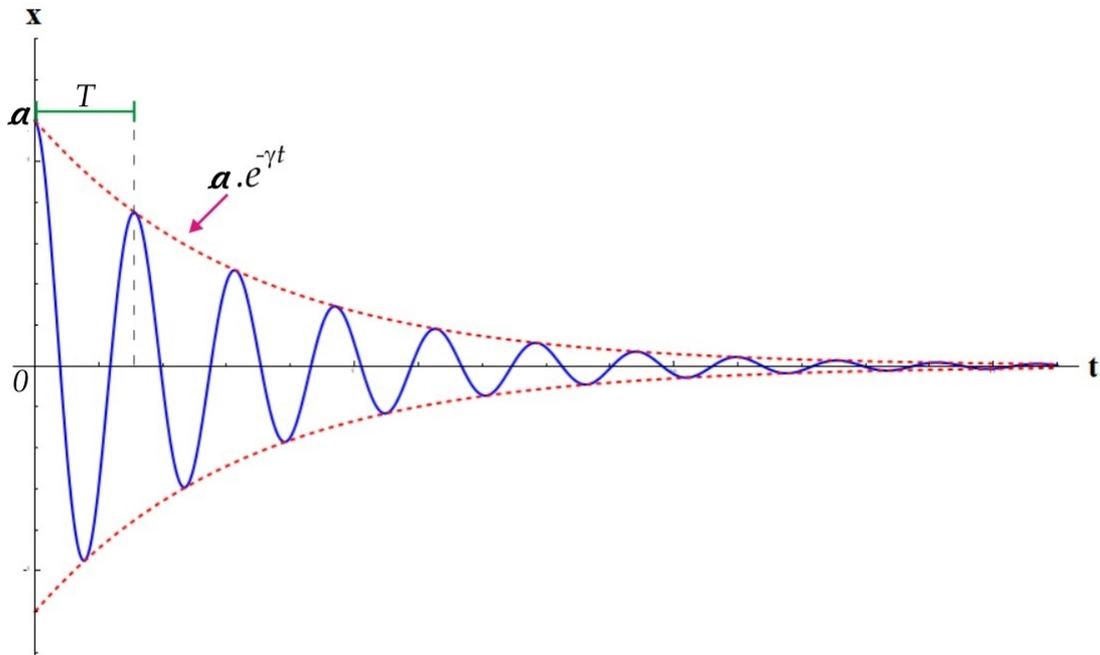


Figura 1: La amplitud del movimiento disminuye según la función  $A.e^{-\gamma t}$  siendo  $\gamma = \frac{b}{2m}$ .  $T$  representa el período de la oscilación.

Si la oscilación ocurre alrededor de una posición  $x_0$ , entonces

$$x(t) = a e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) + x_0. \tag{6}$$

Si medimos con el sensor de fuerza vinculado al resorte, podemos reescribir a la fuerza esperada en nuestras mediciones como dada teóricamente por la siguiente expresión ( $F(t) = -k x(t)$ )

$$F(t) = -k a e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) - k x_0. \tag{7}$$

Es decir,

$$F(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \phi) + F_0 \tag{8}$$

donde  $A = -k a$ .

## Actividades

En esta segunda parte de la guía se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas del sistema masa-resorte cuando la masa se encuentra sumergida en un fluido viscoso. Para ello,

utilice el mismo resorte empleado durante la *Guía 3 (Parte 1)*, del cual ya conoce su constante elástica. Adose una esfera de masa  $m$  al resorte, y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (por ejemplo, glicerina o agua con detergente) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa líquido pero no así el resorte. Con este montaje simple se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

Utilizando el método dinámico 1 de la *Guía 3 (Parte 1)*, tome registro del movimiento para una única masa.

**Análisis:** Determine el coeficiente de amortiguamiento  $\gamma$  de 3 maneras distintas:

1. Estudie si varía la frecuencia angular de este sistema respecto del sistema sin amortiguamiento. ¿Debería variar según fundamentos teóricos? ¿Es útil este método para determinar el coeficiente de amortiguamiento?

Recuerde que la frecuencia angular es  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  donde ahora  $T$  es el período de la oscilación del sistema amortiguado. Entonces, para responder la pregunta de este ítem primero deberá calcular el período de la oscilación como lo hizo en la *Guía 3 (Parte 1)*.

2. Identifique los picos de la función trigonométrica y gráfíquelos por separado. ¿A qué función debería corresponder según el modelo? Observación 1: Para encontrar los picos puede utilizar la opción *Find Peaks* del Origin.

Transforme las variables y partir de una regresión lineal obtenga el valor de  $\gamma$  correspondiente.

Observación: Antes de transformar las variables recuerde restar el valor de  $F_0$ .

3. Finalmente, realice un ajuste no lineal de la señal amortiguada y determine a partir de los valores de los parámetros del ajuste la constante correspondiente (ver **tutorial-ajuste.pdf**).

Por último, estudie la precisión, exactitud y “utilidad” de cada uno de los métodos propuestos. Si se le ocurre otro, calcule también por ese método y compare.

### Comentarios útiles

- La masa total efectiva del sistema es  $m = \frac{m_r}{3} + m_d + m_p$ , donde  $m_r$  representa la masa del resorte,  $m_d$  es la masa del dispositivo que oscila dentro del agua y  $m_p$  corresponde a masas que eventualmente pueden ser añadidas al sistema. Las masas  $m_p$  sugeridas son 0, 50 y 100 g.
- Las condiciones iniciales del movimiento deben garantizar que el movimiento dentro del líquido no se amortigüe en sólo uno o dos períodos. Al mismo tiempo, se debe poner especial atención para que el cambio de amplitud en cada oscilación no esté acompañado por una variación significativa en la porción de masa sumergida.
- Asegurarse que el pie donde se encuentra montado el sensor de fuerza no se mueva o vibre durante la oscilación. Este efecto puede influir en la medición y generar una señal ruidosa independientemente de la frecuencia de muestreo elegida. Si es necesario puede agregar pesas adicionales a la base.
- Notar que el gancho del sensor de fuerza se puede desenroscar. Asegurarse que el mismo esté bien enroscado antes de realizar la medición.