Mecánica y termodinámica B

Movimiento Oscilatorio Armónico Simple y Amortiguado

OBJETIVO GENERAL

Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características del movimiento oscilatorio armónico, tanto simple como amortiguado.

INTRODUCCIÓN

Todo sistema físico que se encuentra en equilibrio estable, oscila al ser apartado de su posición de equilibrio. En general, los sistemas lineales oscilan además en forma armónica, siempre que la perturbación aplicada lo aparte levemente de su posición de equilibrio. En estas condiciones se puede definir una frecuencia de oscilación, que estará completamente determinada por los parámetros del sistema físico en consideración, y será independiente de las condiciones específicas en las que se pone a oscilar el sistema.

ACTIVIDAD 1: ESTUDIO DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO AMORTIGUADO

Se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas del sistema masa-resorte, cuando la masa es parcialmente sumergida en un fluido viscoso.

Adjunte una esfera de masa m al resorte en posición vertical (conectado al sensor de fuerza), y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (p.ej., con detergente) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa pero no así el resorte. Con este montaje simple se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

¿Qué se espera observar en esta experiencia?

Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente que en el aire, aunque desconocemos, a priori, de qué forma y a qué tasa. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá con el tiempo de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles), ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. El movimiento de la masa está relacionado con la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio, y de sentido contrario ésta.

En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio de la siguiente forma:

$$F_R = -bv$$

donde F_R es la fuerza de fricción del fluido, v la velocidad y *b* es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido, pero no es la viscosidad del fluido en sí. Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{b}{m}\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados, y de la relación entre ellos. Se define la constante de amortiguamiento del fluido, como:

$$\gamma=\frac{b}{2m}$$

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado. Si $\gamma^2<\omega_0^2$ nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t)=ae^{-\gamma t}cos\,(\omega t+\varphi)+x_0 \tag{1}$$

siendo $x(t)$ la posición en función del tiempo t , a la amplitud, b el coeficiente de amortiguamiento, ω la frecuencia angular de oscilación, φ la fase inicial y x_0 la posición de equilibrio. La frecuencia angular viene dada por:

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2} \tag{2}$$

Si medimos con el sensor de fuerza vinculado al resorte, podemos reescribir a la fuerza esperada en nuestras mediciones como dada teóricamente por la siguiente expresión (Recordando que dicha fuerza viene dada por $F\,(t)=-k\Delta x$)

$$F(t)=-k\;ae^{-\gamma t}cos\,(\omega t+\varphi)-kx_0 \tag{3}$$

es decir,

$$F(t)=Ae^{-\gamma t}cos\,(\omega t+\varphi)-F_0 \tag{4}$$

Nótese entonces que tenemos ahora 5 parámetros a determinar a través de un ajuste de los datos medidos por el método de cuadrados mínimos. Observe además que dicho ajuste será no lineal, dado que la función a la que buscamos ajustar nuestros datos es *no lineal en sus parametros* ($b, \omega,$ y φ).

El principio de este tipo de ajustes es esencialmente el mismo que el correspondiente al ajuste lineal que ya ha empleado en prácticas anteriores. Sin embargo, desde el punto de vista operativo, existe una diferencia esencial. El ajuste no lineal no emplea expresiones analíticas para hallar los valores óptimos de sus parámetros dado que, en general, dichas expresiones no existen. Por lo tanto, los métodos de ajuste no lineal por cuadrados mínimos recurren a métodos de minimización numérica iterativos, a fin de encontrar un conjunto de parámetros que minimice la función de mérito χ2. Por ello, el algoritmo de ajuste requiere que se especifiquen valores iniciales para cada uno de los parámetros buscados. Dichos valores serán tomados como punto de partida para el algoritmo de minimización, el cuál recorrerá el espacio de parámetros buscando un mínimo. Para que esta búsqueda resulte exitosa es entonces imperativo dar valores iniciales adecuados para dichos parámetros, ya que es posible (y muy a menudo es el caso) que la función de mérito tenga más de un mínimo (local) y el algoritmo nos entregue valores sin sentido físico. Asimismo, es posible reducir el tiempo de cálculo de los parámetros si se restringe el dominio en el cual el algoritmo realiza la minimización. Como ejemplo, considere el coeficiente de amortiguamiento, b. A partir de la ecuación (1), sabemos que dicho parámetro solo puede tomar valores positivos (valores negativos de b estarían asociados a un incremento de la amplitud de oscilación conforme el tiempo avanza). Teniendo en cuenta esta información, resulta útil y computacionalmente económico especificar también esta condición al momento de establecer la forma en la que se realizará el ajuste no lineal.

1) Estudie el movimiento oscilatorio para una única masa en aire a tiempos cortos y a tiempos largos. ¿Qué observa? Recuerde elegir una frecuencia de muestreo o adquisición adecuada para que quede bien definida la señal observada. Asigne las incertezas de la fuerza y del tiempo. Exporte la fuerza en función del tiempo y realice un ajuste o regresión no lineal en Origin de F vs. t con una función seno. (Los pasos para realizar la regresión no lineal en Origin luego de haber realizado el gráfico de F vs. t con sus incertezas son: Ir a ANALYSIS -> FITTING -> NON LINEAR CURVE FIT -> OPEN DIALOG -> CATEGORY: WAVEFORM -> FUNCTION: SINE. Estime la frecuencia angular ω con su incerteza a partir de los parámetros de la regresión. Tenga en cuenta como es la función SINE utilizada por Origin.

2) Estudie el movimiento oscilatorio para una única masa en líquido hasta extinción de la oscilación. ¿Qué observa? Recuerde elegir una frecuencia de muestreo o adquisición adecuada para que quede bien definida la señal observada. Asigne las incertezas de la fuerza y del tiempo. Exporte la fuerza en función del tiempo y realice un ajuste o regresión no lineal en Origin de F vs. t con una función seno amortiguada a través de una función exponencial decreciente. (Los pasos para realizar la regresión no lineal en Origin luego de haber realizado el gráfico de F vs. t con sus incertezas son: Ir a ANALYSIS -> FITTING -> NON LINEAR CURVE FIT -> OPEN DIALOG -> CATEGORY: WAVEFORM -> FUNCTION: SINEDAMP. Estime la frecuencia angular ω y la constante de amortiguamiento del fluido γ con sus incertezas, a partir de los parámetros de la regresión. Tenga en cuenta como es la función SINEDAMP utilizada por Origin.