

Mecánica y termodinámica B

Guía 4. Termodinámica de gases ideales

Objetivos:

En esta práctica mediremos magnitudes que se relacionan mediante funciones no-lineales. En particular estudiaremos cómo mostrar que una determinada relación entre datos experimentales presenta características no-lineales particulares; y veremos cómo hacer para determinar cuál es la forma funcional de dicha relación.

En particular estudiaremos el comportamiento de los gases ideales con el software: **Propiedades de los Gases** de Phet (Interactive Simulations) de la Universidad Colorado Boulder:

https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties_es.html

Estudiaremos la relación entre la presión P , el volumen V y la temperatura T de un gas ideal en diferentes condiciones y estimaremos el valor de la constante de un gas ideal R .

Familiarización con el software.

En la figura 1 se observa una imagen de la pantalla principal del menú “Ideal” del programa **Propiedades de los Gases**. Familiarícese con sus controles.

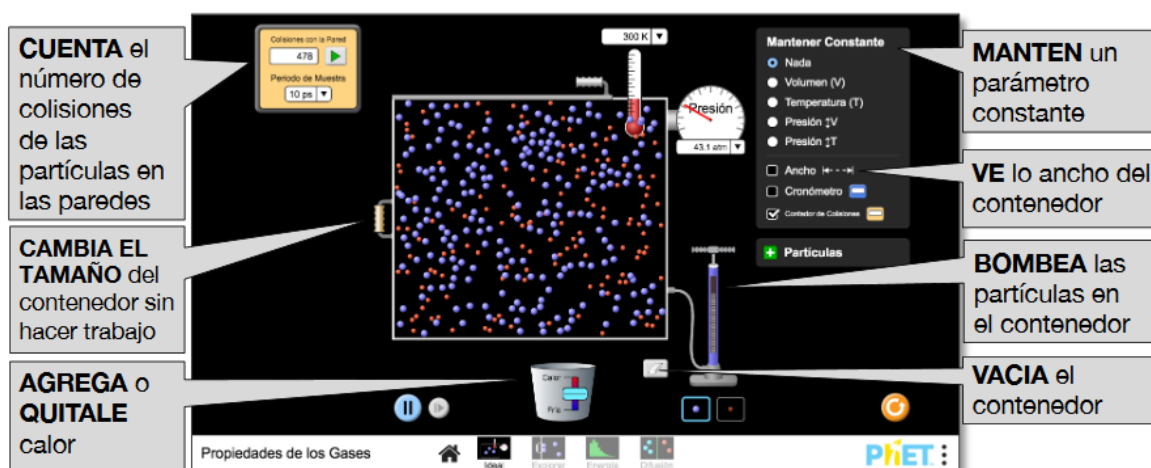


Figura 1: Pantalla de introducción

Mecánica y termodinámica B**Actividad 1: Estudiar la relación entre la presión (P) y el volumen (V) de un gas en condiciones ideales.**

Para estudiar la relación entre ambas variables P y V, **se debe mantener constante la temperatura**, de manera tal que sólo cambien la presión y el volumen (La temperatura elegida debe ser mayor o igual a 273K).

- 1) Introduzca 700 partículas rojas de gas (He), luego vaya modificando el volumen redimensionando el ancho del contenedor.
- 2) Active la herramienta que mide la anchura del contenedor para poder medir el volumen. (El contenedor tiene una profundidad de 4.00 nm y una altura de 8,75 nm ambas con una incerteza de 0.01nm).
- 3) Tome los valores de presión para al menos 10 diferentes volúmenes y vuélquelos a una planilla de Origin o Sci-Davis. (Consejo: parta de un volumen pequeño y vaya poco a poco incrementando el ancho, de modo que los valores estén ordenados de menor a mayor volumen). Asigne a la presión y al volumen sus respectivas incertezas. Note que el valor de la presión varía ya que mide las colisiones de las partículas con las paredes del contenedor. ¿Qué estrategia será razonable para determinar su valor y su incerteza?
- 4) Grafique P vs V con sus incertezas. ¿Qué tipo de relación funcional observa entre ambas variables? ¿Es lineal?
- 5) Calcule el logaritmo natural de la presión y el volumen: $\ln(P)$ y $\ln(V)$ y calcule sus incertezas por propagación.
- 6) Grafique los logaritmos de las variables con sus incertezas y realice una regresión lineal por cuadrados mínimos ponderados. Elija qué variable colocar en el eje Y, y justifique su elección. ¿La pendiente y la ordenada de esta recta tienen unidades?
- 7) Verifique si se cumple una ley de escala (ley de potencia) entre la presión y el volumen y calcule el exponente de la ley de escala con su incerteza y sus unidades, si corresponde.

Recuerde que en una ley de escala o potencia se cumple que:

$$y = f(x) = ax^k$$

Mecánica y termodinámica B

donde a y k son los parámetros de la ley de escala o potencia: a es el factor de proporcionalidad y k es el exponente.

Esta relación no-lineal puede linealizarse a través del uso de logaritmos, cumpliéndose:

$$\ln(y) = \ln(a) + k\ln(x)$$

Actividad 2: Estudiar la relación entre la presión (P) y la temperatura (T) de un gas en condiciones ideales a volumen V constante y estimar la constante R de los gases ideales.

Para estudiar la relación entre ambas variables P y T , **se debe mantener constante el volumen**, de manera tal que sólo cambien la presión y la temperatura.

- 1) Introduzca 700 partículas rojas (He) de gas y luego vaya modificando la temperatura.
- 2) Registre la presión del gas para al menos 10 temperaturas distintas (tome como temperatura mínima 273K), y estime las incertezas de ambas variables. Recuerde activar la herramienta que mide la anchura del contenedor para poder medir el volumen. (El contenedor tiene una profundidad de 4.00 nm y una altura de 8,75 nm). Vuelva los resultados a una planilla de Origin o Sci-Davis.
- 3) Graficar las variables P vs T o T vs P con sus incertezas y a partir de una regresión lineal por cuadrados mínimos ponderados calcule el valor de la constante R de un gas ideal. Justifique la elección del gráfico utilizado para hacer la regresión lineal por cuadrados mínimos ponderados.

Tenga en cuenta que para un gas ideal:

$$PV = NRT/N_A$$

donde N es el número de partículas (adimensional) y N_A el número de Avogadro: $6.02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ (considerado un valor exacto a partir de 2018 por la 26° Conferencia General de Pesos y Medidas).

Apéndice:

En esta práctica estudiaremos, como ejemplo muy particular de funciones no-lineales, una relación definida por una función potencial, que tiene la forma:

Mecánica y termodinámica B

$$f(x) = ax^k$$

donde a es la constante de proporcionalidad y k el exponente de la ley de potencia. Estas funciones tienen la siguiente propiedad:

$$f(cx) = a (cx)^k = c^k ax^k = c^k f(x)$$

o sea, $f(cx) \propto f(x)$. Esto quiere decir que alcanzará con una transformación lineal para superponer las gráficas correspondientes a distintos dominios.

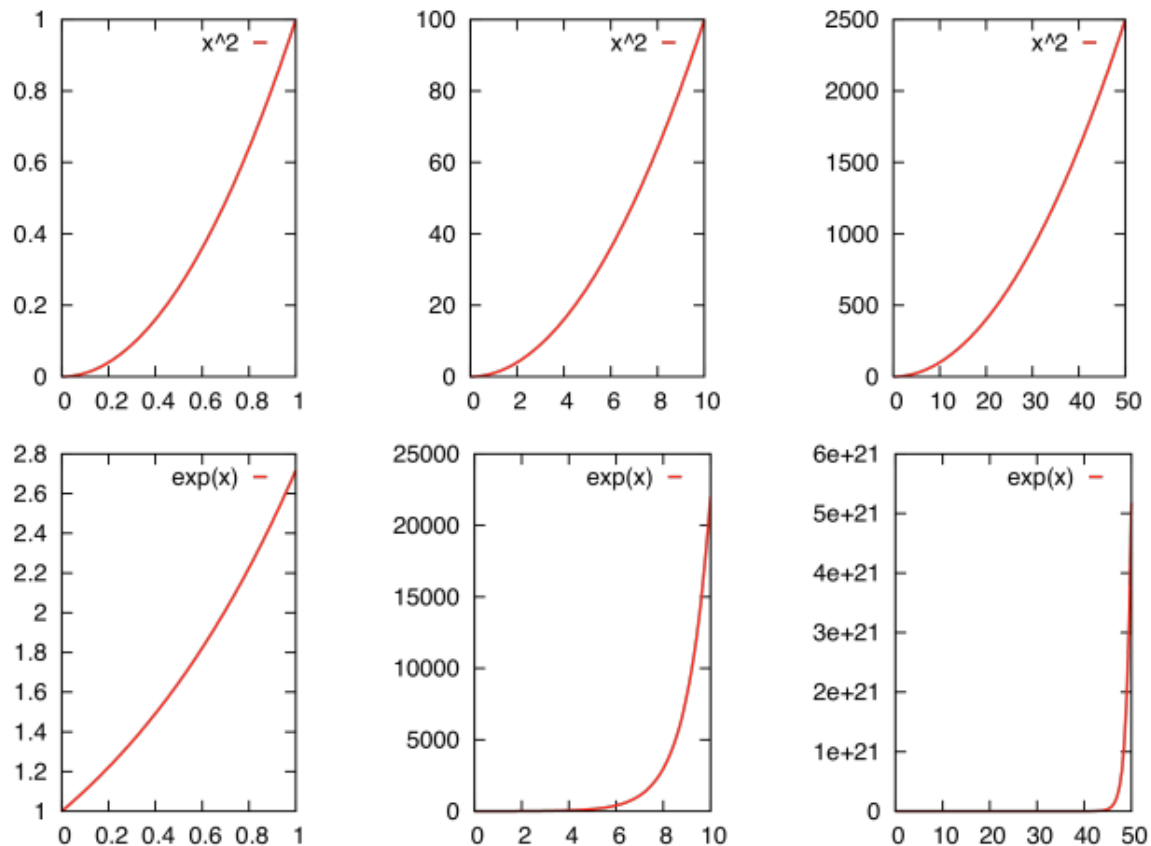


Figura A1: Comparación entre funciones potenciales (ej: $f(x) = x^2$) y no potenciales ($f(x) = \exp(x)$).

Mecánica y termodinámica B

En este sentido, un fenómeno descrito por una función potencial tiene el mismo aspecto, independientemente de la escala a la que la contemplemos. Debido a esto, si un fenómeno puede ser descrito por una ley potencial se lo denomina “libre de escala” o que sigue una “ley de escala”.

Las leyes de escala se encuentran en muchos campos. Ejemplos variados se han mostrado en física, biología, geología, sociología y lingüística, entre otros.

La primera Ley de escala, se encontró en lingüística. En 1930, George K. Zipf midió la longitud de las palabras en un texto y la frecuencia con que cada longitud aparecía. El resultado fue una ley de escala.

Otro ejemplo interesante lo encontramos en terremotos. En 1956, Gutenberg y Richter [1] obtuvieron una ley potencial empírica que relacionaba la frecuencia de los terremotos con la energía que se liberaba en cada evento. Si s es el momento sísmico (o energía E) correspondiente a un terremoto, el número total $N(s)$ sigue la ley: $N(s) \propto s^{-1-b}$. Un dato muy interesante es que el exponente b es prácticamente independiente del área geográfica observada. Es decir, existen regiones de la corteza terrestre (por ej. zonas de fallas) donde los movimientos sísmicos de alta intensidad son mucho más probables, y otras zonas donde los terremotos aparecen muy raramente y son de baja intensidad. Lo interesante es que todos los eventos se ajustan con la misma función con el mismo exponente.

Existen leyes de escala relacionadas a distintas áreas de la biología [2,3]. Un ejemplo destacable de la aparición de leyes de escala en biología es el caso de las leyes alométricas que se expresan de la forma: $Y=Y_0M^b$ donde Y es una variable biológica dada y M es la masa, mientras que b e Y_0 son constantes. Muchos y variados fenómenos biológicos tienen la particularidad de escalar por “cuartos”. Por ejemplo, la tasa metabólica escala como $M^{3/4}$, el ritmo cardíaco y la tasa de metabolismo celular escalan como $M^{1/4}$, el tiempo de circulación de la sangre y el crecimiento embrionario escalan como $M^{1/4}$.

Referencias bibliográficas:

- [1] Gutenberg & Richter (1956).
- [2] West, Brown & Enquist. *Science* **276**, 122 (1997).
- [3] Price & Enquist. *Functional Ecology* **20**, 11 (2006).
- [4] Lebrun, Philippe. *Superfluid helium as a technical coolant*. No. LHC-Project-Report-125. 1997.