Introducción al proceso de medición

Marcelo Otero

Etapas de un experimento

1. **Planteo de los objetivos** del experimento: qué queremos averiguar o investigar.
2. **Diseño del plan** de trabajo: elección del equipamiento, de los procedimientos a realizar, etc.
3. **Preparación del experimento**: armado del dispositivo experimental, familiarización con el equipamiento y calibración de los equipos.
4. **Mediciones experimentales preliminares**: verificación del correcto funcionamiento y estimación de la calidad y del rango de los valores a obtener.
5. **Recolección de datos** en forma manual o a través de un sistema electrónico de adquisición.
6. **Repetición del experimento** para estudiar la repetividad y reproducibilidad de los resultados
7. **Análisis de los datos** crudos para obtener un resultado final y conclusiones.
8. **Informe** de laboratorio: informe de los resultados obtenidos.

Proceso de medición

- **Magnitud física**: propiedad de un cuerpo, proceso o fenómeno físico que puede ser medida.
- **Proceso de Medición**: operación de comparación de la magnitud física con un patrón o unidad de referencia.

En el proceso de medición intervienen:

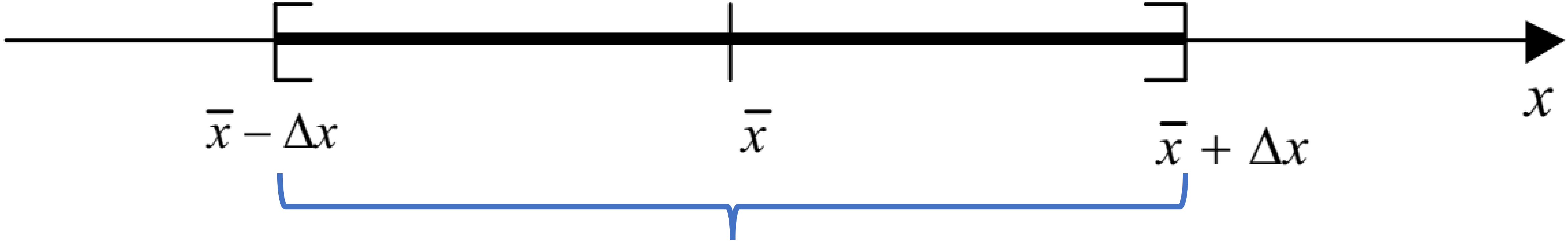
- El mesurando o sistema objeto de la medición.
- El sistema o instrumento de medición.
- El sistema de referencia: unidades y patrones de medición.
- El operador.

Las mediciones se pueden clasificar en **Mediciones directas** (el resultado es obtenido directamente a partir del instrumento utilizado) o **Mediciones indirectas** (el resultado se obtiene a través de una relación funcional con una magnitud medida directamente).

Teoría de incertezas

Cuando realizamos una medición e informamos el resultado debemos tener siempre en cuenta que la medida no es un número exacto, sólo podemos determinar un intervalo en el que es probable que esté el valor verdadero de la magnitud.

En todo proceso de medición existen limitaciones dadas por los instrumentos usados, el método de medición y/o el operador que realiza la medición. Estas limitaciones generan una diferencia entre el valor real o verdadero de la magnitud y la cantidad medida. Entonces, **no hay mediciones reales con error nulo.**



Como resultado de un proceso de medición uno obtiene un intervalo para la medición

Clasificación de las incertezas

Según el origen:

- Incerteza instrumental o de apreciación
- Incerteza de interacción
- Incerteza de definición
- Otros orígenes

Según el carácter:

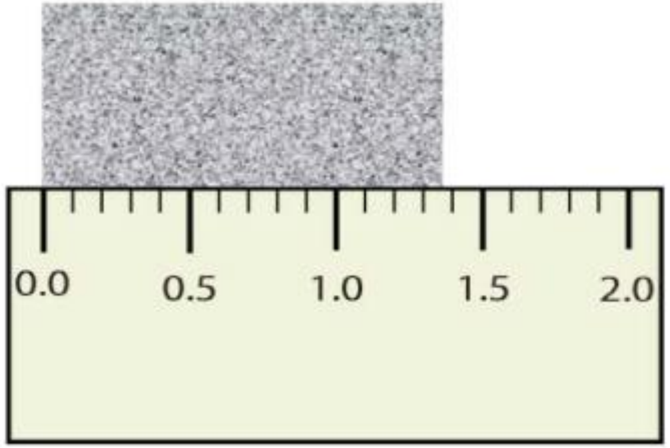
- Incertezas sistemáticas
- Incertezas estadísticas o aleatorias

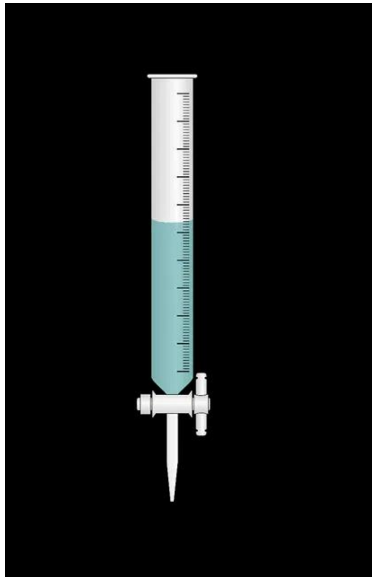
Según la normalización:

- Incertezas absolutas
- Incertezas relativas (adimensionales)

La **incerteza instrumental** está dada por la resolución del instrumento:

- Mínima división de escala para instrumentos analógicos como cintas métricas, termómetros de mercurio.
- Mitad de la mínima división de escala para material volumétrico de muy buena calidad: pipetas, probetas, buretas, etc.
- Resolución informada por el fabricante o bien último dígito significativo para los instrumentos digitales: cronómetros, termómetros digitales, balanzas digitales





Las incertezas sistemáticas son aquellas que introducen un sesgo sistemático en la medición y se corrigen por calibración del instrumento.

Las incertezas casuales, estadísticas o aleatorias son aquellas que se producen al azar por causas no controladas o conocidas y ocurren con igual probabilidad por exceso y por defecto. Se reducen midiendo muchas veces y utilizando estadística.

¿Cómo se expresa una medida o lectura?

Una medida o lectura se expresa a través de un valor central ***x*** y una incerteza absoluta **ϵ**, de la forma **(x±ϵ)** acompañada de la unidad adecuada y donde **ϵ** posee múltiples contribuciones:

$$\epsilon^2 = \epsilon_{inst}^2 + \epsilon_{est}^2 + \epsilon_{sist}^2$$

Se estima a través de la resolución del instrumento

Se corrige por calibración del instrumento de medición

¿Cómo estimamos el error estadístico?
Si el número de mediciones N=1, $\epsilon_{est} = 0$ (No hay estadística)
Si N > 1, usamos estadística para estimar el ϵ_{est}

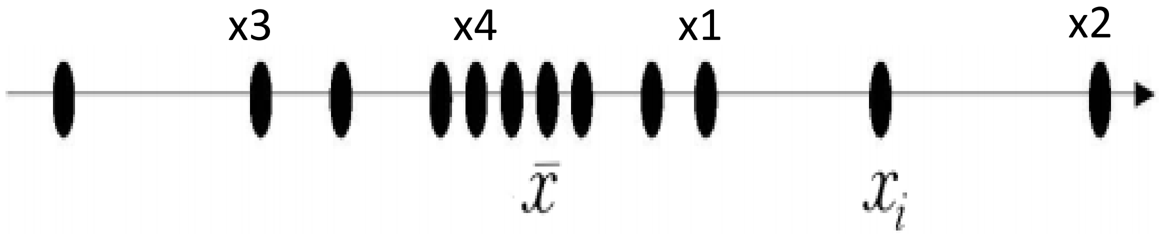
Habiendo definido que una medida o lectura se expresa a través de un valor central ***x*** y una incerteza absoluta **ϵ**, de la forma **(x±ϵ)** acompañada de la unidad adecuada y donde **ϵ** posee múltiples contribuciones, definimos la incerteza relativa o error relativo como la incerteza absoluta normalizada por el valor central de la medición.

$$\epsilon_{rel} = \frac{\epsilon}{x}$$ **Adimensional!!!!**

Existen notaciones alternativas para expresar una medida con su incerteza: **(x ± ϵ)** y **(x ± Δx)** son formas equivalentes de expresar la incerteza absoluta, por lo cual el error relativo o incerteza relativa puede escribirse como:

$$\Delta x_{rel} = \frac{\Delta x}{x}$$ **Adimensional!!!!**

Para estimar la incerteza o error estadístico, es necesario definir algunos conceptos de estadística



Muestra de tamaño N

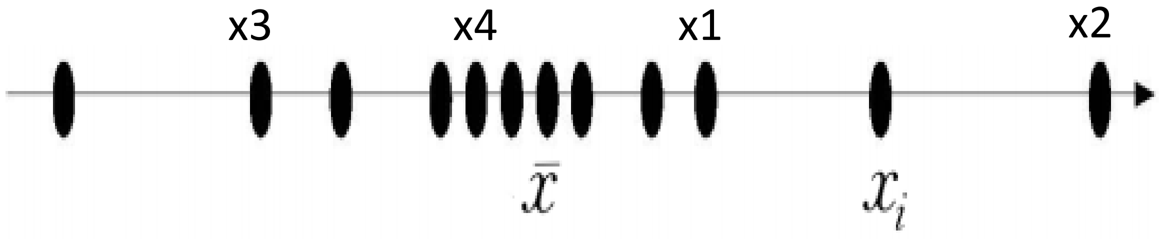
Medidas de posición o centralización

- **Media o promedio:** Dada una serie de mediciones $x_1, x_2, ..., x_N$, la media es el promedio aritmético de todas las mediciones de esa cantidad efectuadas en las mismas condiciones:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{1}{N}\sum x_i}$$

- **Moda:** valor de la variable que más veces se repite, es decir, aquella cuya frecuencia absoluta es mayor. No tiene por qué ser única (ver Fig. 3). Si queremos destacar aquel valor que sale más veces, entonces mencionamos el *valor modal*.

- **Mediana:** si ordeno las mediciones de menor a mayor, la mediana es aquel valor que separa por la mitad las observaciones de tal forma que el 50 % de estas son menores que la *mediana* y el otro 50 % son mayores.



Muestra de tamaño N

Medidas de dispersión

Desvío Standard Muestral S (σ)

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

Rango: R_x

R_x = Máximo(x) – Mínimo(x)

Una medida o lectura se expresa a través de un valor central ***x*** y una incerteza absoluta **ϵ**, de la forma **(x±ϵ)** acompañada de la unidad adecuada y donde **ϵ** posee múltiples contribuciones:

Si hacemos una única lectura (N=1), la lectura se expresa (con las unidades adecuadas) como:

$$(x \pm \epsilon_{inst})$$

Si hacemos N lecturas o mediciones, la lectura se expresa (con las unidades adecuadas) como:

$(\bar{x} \pm \sqrt{\epsilon^2_{inst} + \epsilon^2_{est}})$ con $\epsilon_{est} = \frac{S}{\sqrt{N}}$ (Err. Estadístico, Err. Standard o desvío standard de la media)

$$\left(\bar{x} \pm \sqrt{\epsilon^2_{inst} + \epsilon^2_{est}}\right) \text{ con } \epsilon_{est} = \frac{S}{\sqrt{N}}$$

- $\bar{x}$ y S se estabilizan a medida que N crece
- ϵ_{inst} es independiente de N
- $\epsilon_{est} = \frac{S}{\sqrt{N}}$ disminuye a medida que N crece

Conclusión: a medida que N crece (tomo más medidas) el error estadístico disminuye pero el error total nunca será menor que el error instrumental (IMPORTANTE)

Entonces, ¿cuántas mediciones o lecturas hago?

Si tomo N muy muy grandes me aseguro que el error estadístico se hace despreciable, pero un N alto puede implicar mucho **tiempo y costo** de medición. ¿Hasta donde me esfuerzo? El balance óptimo-mínimo se alcanza cuando:

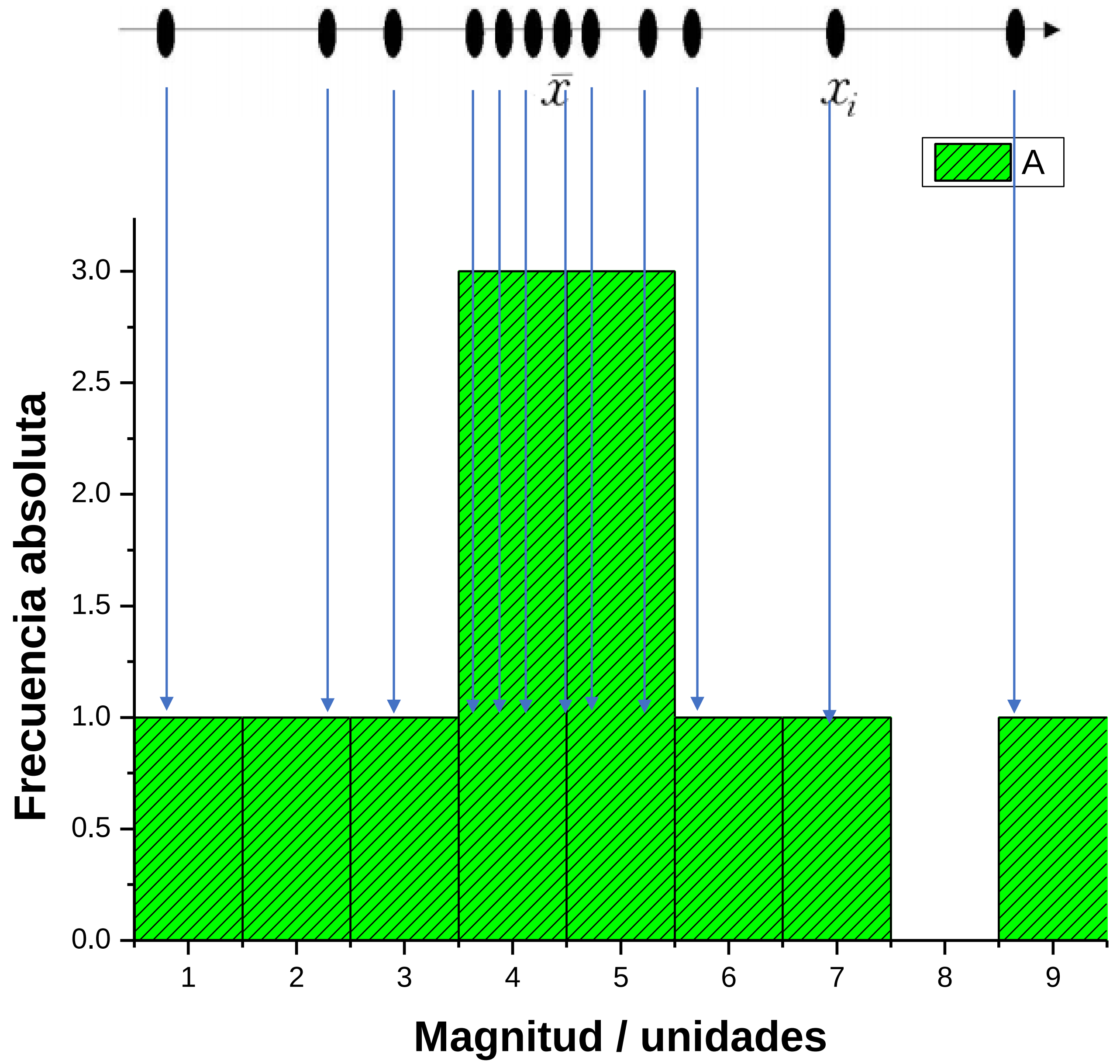
$$\epsilon_{inst} \cong \epsilon_{est} \qquad \epsilon_{inst} \cong \frac{S}{\sqrt{N_{opt\_min}}}$$

$$N_{opt\ \_\ min} \cong \left(\frac{S}{\epsilon_{inst}}\right)^2$$

Con $N \geq N_{opt\text{-}min}$ me aseguro que el error estadístico es del mismo orden que el instrumental o bien más bajo.

¿Cómo visualizo los datos?

Mis datos:
(0.85,
2.45,
2.95,
3.55,
3.70,
4.00,
4.51,
4.70,
5.40,
5.62,
7.00,
8.60)



Histograma

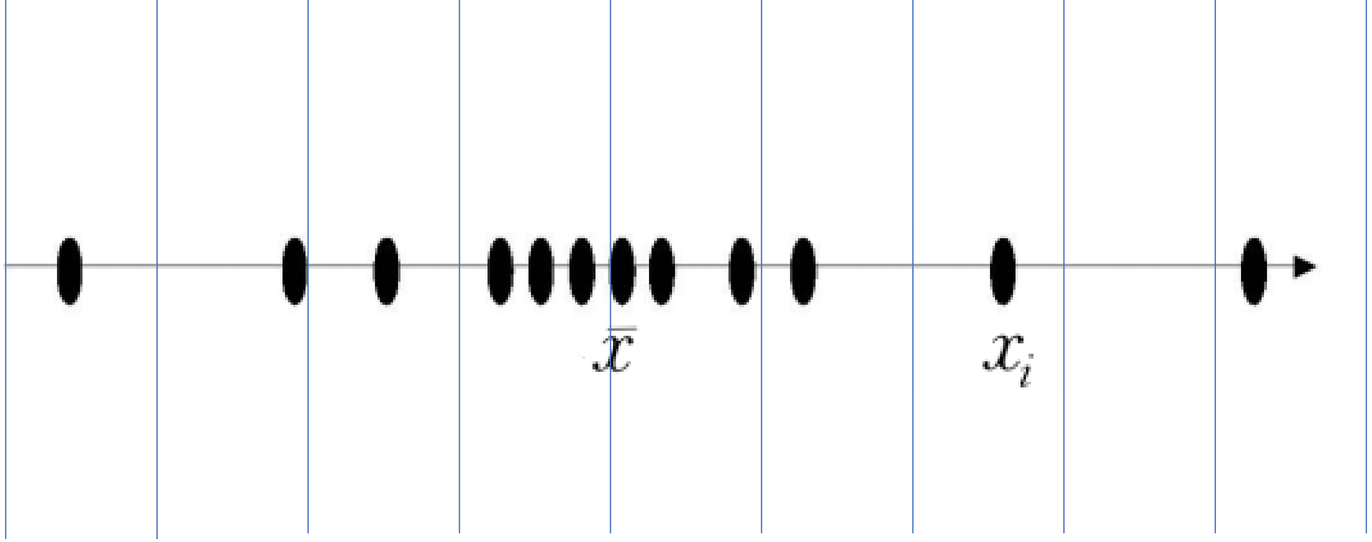
Divido el eje en intervalos o clases de igual longitud y cuento la cantidad de mediciones o datos que cayeron en cada intervalo o clase.

La forma del histograma dependerá del factor de clase o ancho de intervalo utilizado.

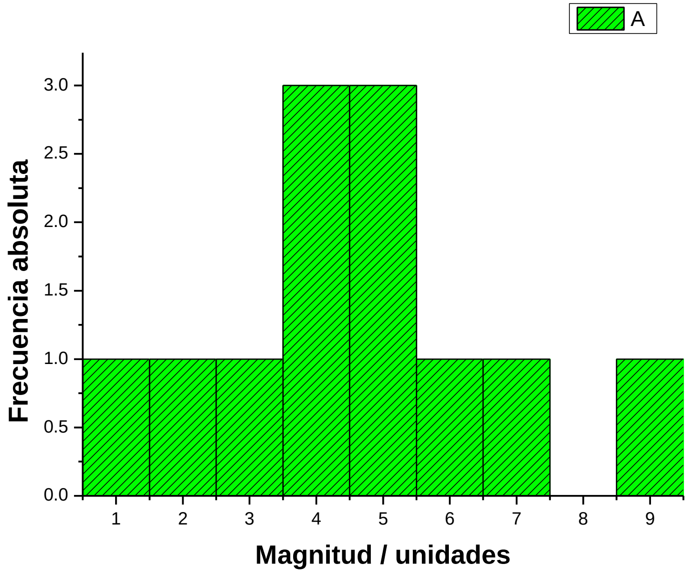
Existen muchas propuestas para elegir un factor de clase **Fc** adecuado.
Criterio de Scott:

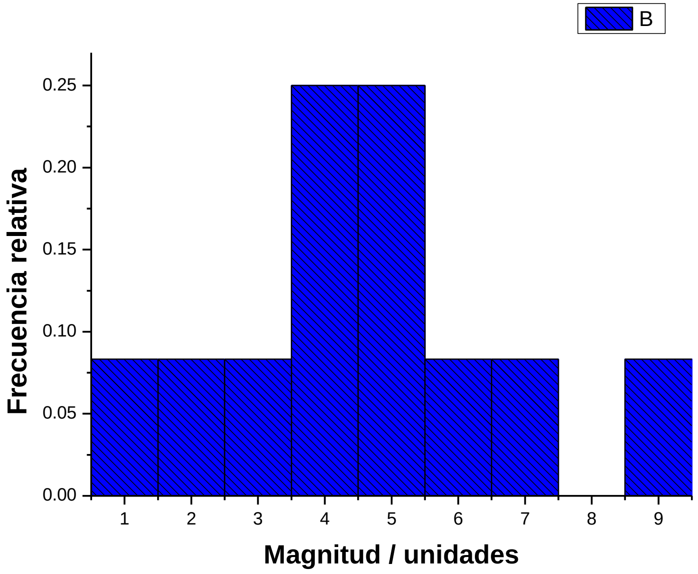
$$\boldsymbol{Fc = \frac{3.49\,S}{\sqrt[3]{N}}}$$

Divido el eje en intervalos de igual longitud y cuento la cantidad de mediciones o datos que cayeron en cada intervalo

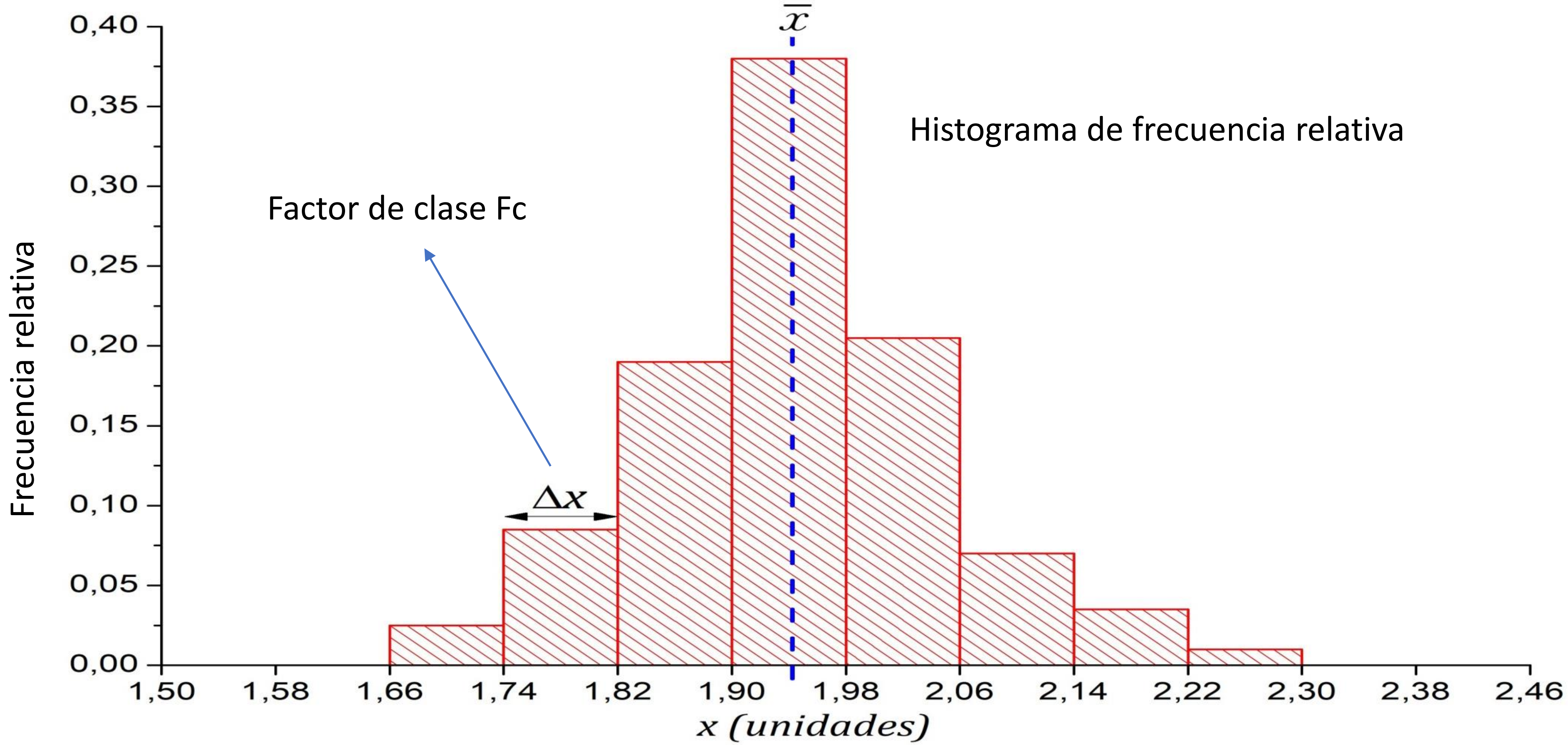


Frecuencias Absolutas	1	1	1	3	3	1	1	0	1
Frecuencias Relativas	1/12	1/12	1/12	3/12	3/12	1/12	1/12	0/12	1/12

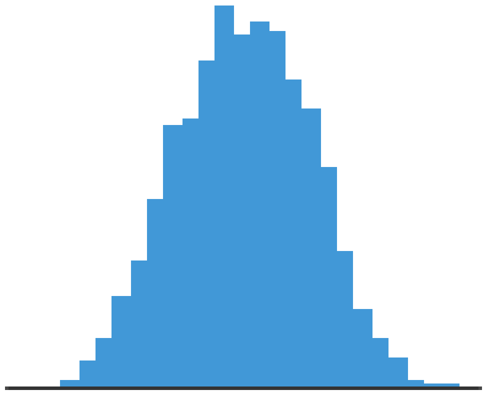


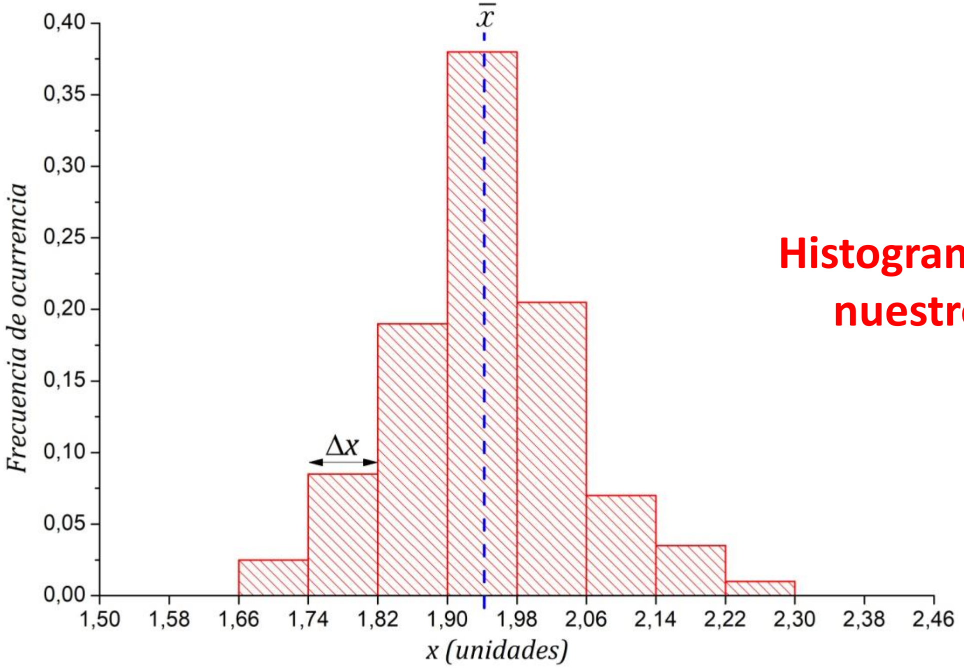


Histogramas típicos esperados para nuestros experimentos de laboratorio: histogramas simétricos y acampanados



¿Qué sucede cuando el número de datos crece?

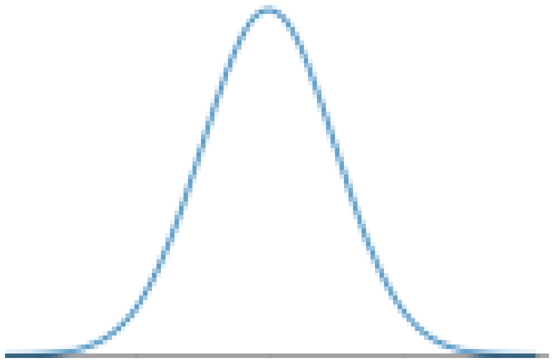


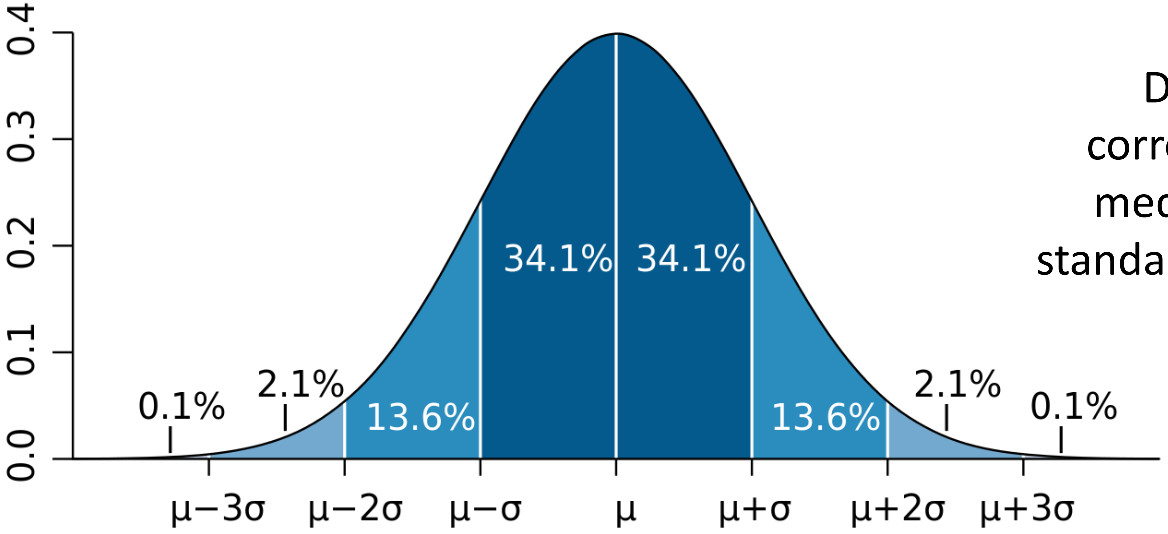


Histograma de frecuencia de nuestros experimentos

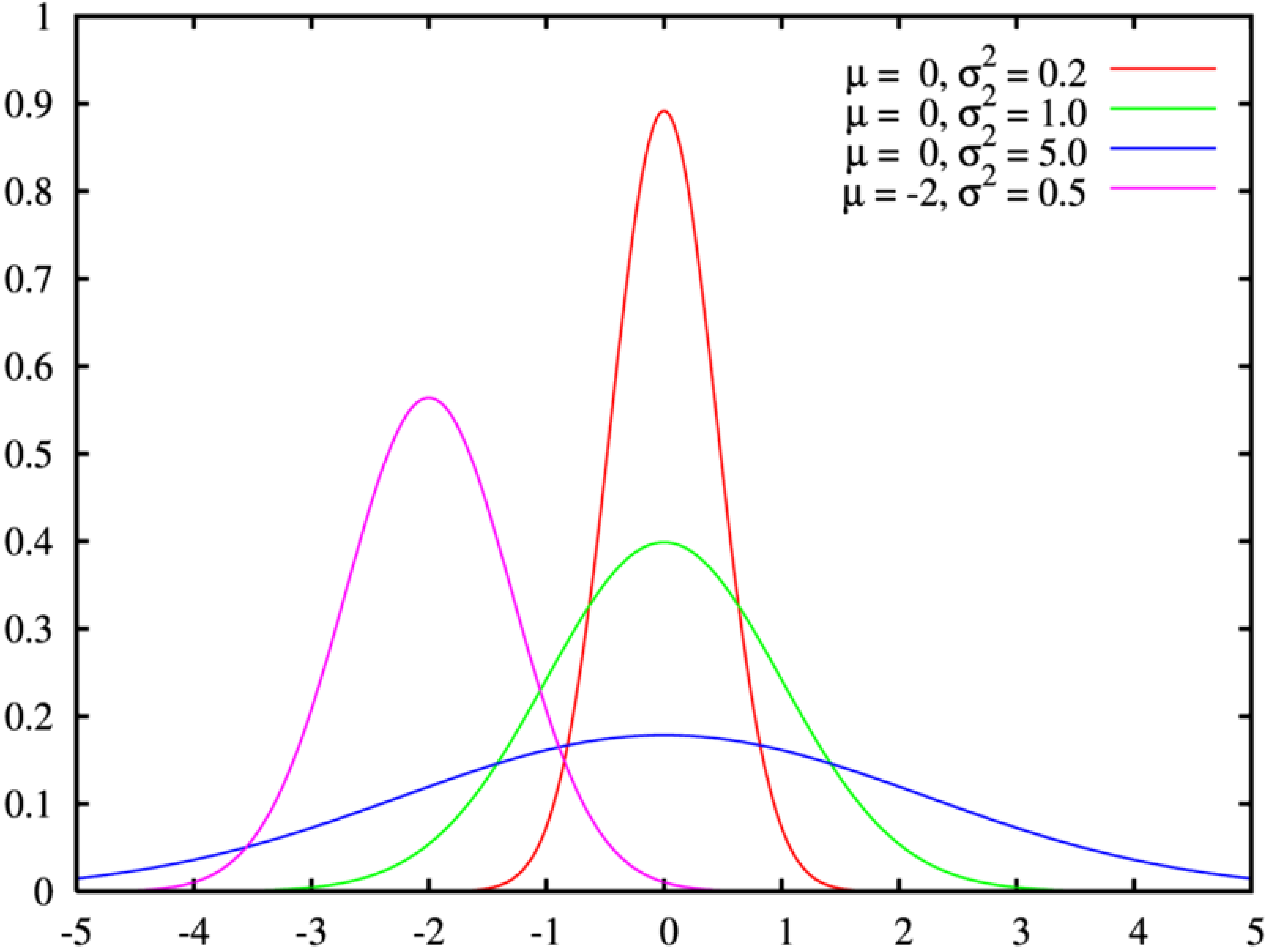
Función o distribución de Gauss

El histograma tiende a una función continua denominada distribución de probabilidad





Donde μ y σ corresponden a la media y al desvío standard poblacionales



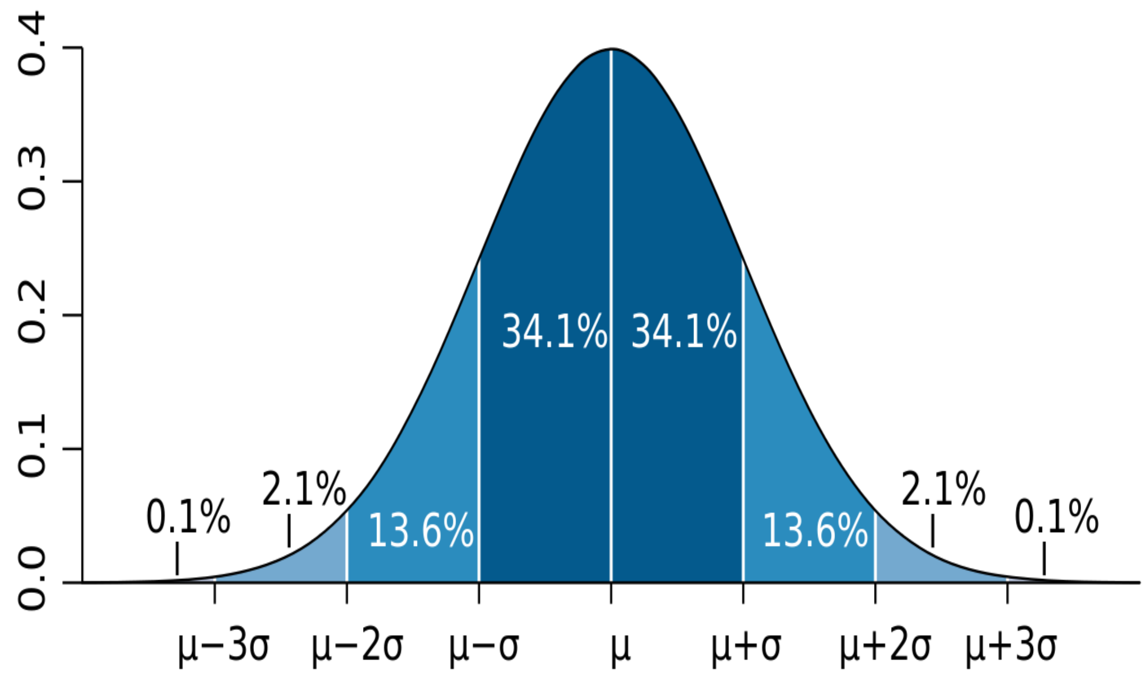
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Influencia de los parámetros de la función de Gauss:

Media (μ) : determina la posición o centro de la distribución.

Desvío (σ): determina el ancho de la distribución.

Propiedades de la distribución de Gauss



Si el histograma es compatible con la función de Gauss, las propiedades que valen para μ y σ, valen para la media y el desvío muestrales!!

- **μ - σ** y **μ + σ** son los puntos de inflexión de la curva de Gauss.
- El área bajo la curva en el intervalo **μ - σ** y **μ+ σ** es aprox. el 68% del área total.
- El área bajo la curva en el intervalo **μ - 2σ** y **μ + 2σ** es aprox. el 95.5% del área total.
- El área bajo la curva en el intervalo **μ - 3σ** y **μ + 3σ** es el 99% del área total.

Consecuencias de la distribución de Gauss:

Si la distribución de mis datos es Gaussiana, tengo una probabilidad de 0.68 de que **un nuevo dato** caiga en el intervalo:

$$(\bar{x} \pm s)$$

Dada una muestra de promedios o medias, tengo una probabilidad de 0.68 de que **una nueva media** caiga en el intervalo:

$$\left(\bar{x} \pm \frac{S}{\sqrt{N}}\right)$$

Intervalo de confianza para la media (nivel: 68%)