

## GUÍA 2: DINÁMICA

### Dinámica sin rozamiento

- La segunda ley de Newton expresa que la aceleración de un cuerpo depende linealmente de la fuerza neta que actúa sobre él, siendo la masa la constante de proporcionalidad.
  - Escriba este concepto en forma de ecuación diferencial para la posición ( $x$ ) en el caso de una fuerza constante en el tiempo.
  - Reescribala ahora como una ecuación diferencial para la velocidad ( $v$ ). Resuelva esta ecuación, encontrando una solución  $v(t)$ . Considere la condición inicial  $v(t = 0) = v_0$ .
  - Piense ahora cómo encontrar la expresión para  $x(t)$  si  $x(t = 0) = x_0$ .
- Si la masa del Titanic era de  $6 \times 10^7$  kg, ¿qué fuerza habrá sido necesaria para producirle una aceleración de  $0.1 \text{ m/s}^2$ ?
- En cada uno de los sistemas que se muestran a continuación, ubique las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos, especificando cuales son pares de interacción. Para esto, considere que los cuerpos se encuentran apoyados sobre la superficie de nuestro planeta.



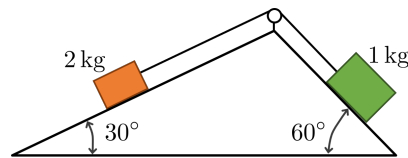
*Ayuda:* Recuerde que las fuerzas que forman un par de interacción *no* se aplican sobre el mismo cuerpo.

- Una persona está parada sobre una balanza que se encuentra en un ascensor. Estando éste en reposo la balanza indica un peso de 55 kgf.
  - ¿Qué indica la balanza si el ascensor baja con velocidad constante de  $v = 3 \text{ m/s}$ .
  - ¿Qué indica si el ascensor sube con una aceleración de  $0.4 \text{ m/s}^2$ ?
  - ¿Cuál es la aceleración del ascensor si la balanza indica 0 kgf?
- Se arrastra un carrito cuya masa es de 20 kg por una superficie horizontal, mediante una soga de la cual se tira formando un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical. Si la aceleración que se logra así es de  $0.5 \text{ m/s}^2$  ¿Cuál es el módulo de la fuerza ejercida mediante la soga? ¿Qué valor toma la normal del piso sobre el carrito?
- Un pájaro de masa  $m = 26 \text{ g}$  esta posado en el punto medio de una cuerda tensa como muestra el dibujo.



- Demuestre que la tensión de la cuerda esta dada por  $T = \frac{mg}{2 \sin \theta}$ .

- b) Determine la tensión si  $\theta = 5^\circ$ .
- c) Analice los casos límite  $\theta = 0^\circ$  y  $\theta = \pi/2$ .
- d) ¿Cuánto valdrá la tensión si la cuerda está ubicada en un montacargas que asciende con  $a = 1 \text{ m/s}^2$ ? Discuta los casos en que el montacargas desciende con la misma aceleración o se mueve con velocidad constante.
7. Se sabe que cuando un cuerpo desciende libremente por un plano inclinado sin rozamiento, su aceleración es  $a = g \sin \theta$ , independientemente de la masa del cuerpo. Verifíquelo aclarando cual de los ángulos del plano inclinado corresponde a  $\theta$ . ¿Cuánto vale la aceleración para los casos límite  $\theta = 0$  y  $\theta = \pi/2$ ?
8. Analice el sentido de movimiento del sistema de la figura, calculando las aceleraciones de cada cuerpo y la tensión sobre la soga que los vincula. Suponga que la soga es inextensible y de masa despreciable frente a la de los cuerpos. ¿En qué momento utiliza estas aproximaciones?



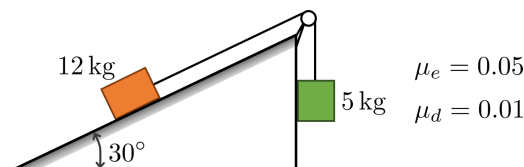
9. A partir de la expresión obtenida para la aceleración del sistema en el ejercicio anterior, discuta los siguientes casos límite para el ángulo del plano inclinado izquierdo ( $\alpha$ ) y derecho ( $\beta$ ): (a)  $\alpha = \beta = 0$ ; (b)  $\alpha = \beta = \pi/2$ ; (c)  $\alpha = 0$ ,  $\beta = \pi/2$ , ó  $\alpha = \pi/2$ ,  $\beta = 0$ .
10. **(Optativo)** Considere la ley de gravitación universal de Newton:

$$F_{1,2} = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{D^2}$$

- a) Escriba la expresión para la aceleración de un cuerpo atraído por la gravedad terrestre y muestre que la misma no depende de la masa de dicho cuerpo.
- b) Evalúe adecuadamente la expresión obtenida para recuperar el valor conocido para la aceleración de la gravedad terrestre al nivel del mar  $g$ .
- c) Obtenga la contribución sobre  $g$  debida a la gravedad lunar.

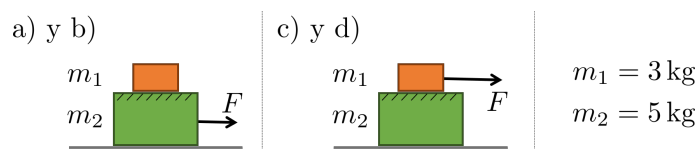
## Dinámica con rozamiento

11. En una situación donde una fuerza  $F$  es aplicada horizontalmente sobre un cuerpo que se desliza sobre una superficie con coeficiente de rozamiento dinámico  $\mu_d$  ¿cómo se modifica la ecuación diferencial del problema 1(a)? ¿y las soluciones de  $x(t)$  y  $v(t)$ ?
12. Dado el sistema indicado por la figura: (a) Determine si puede permanecer en equilibrio; (b) Calcule su aceleración cuando entra en movimiento.



13. Un bloque de 3 kg esta apoyado sobre otro bloque de 5 kg como indica la figura. Considere que no hay fuerza de rozamiento entre el bloque de 5 kg y la superficie horizontal donde se apoya. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre los dos bloques son 0.2 y 0.1 respectivamente.

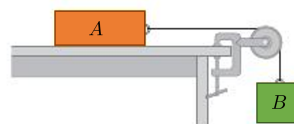
- ¿Cuál es la fuerza máxima que puede aplicarse al bloque de 5 kg para arrastrar a los dos cuerpos sin que deslice un bloque sobre el otro?
- Halle la aceleración del sistema cuando se aplica dicha fuerza.
- Se aplica ahora al cuerpo de 5 kg una fuerza igual al doble de la calculada en (a). Halle la aceleración de cada bloque. ¿Hacia donde se cae el bloque de arriba?
- Idem (a), pero ahora aplicando la fuerza  $F$  sobre el bloque de 3 kg. Si se aplica sobre el bloque de 3 kg una fuerza igual a la mitad de la calculada en (c), calcule la fuerza de rozamiento entre bloques.



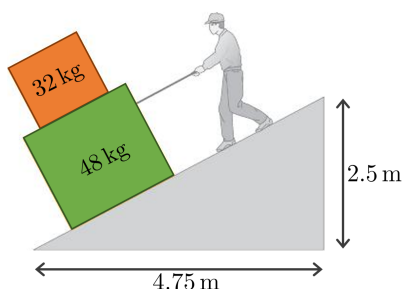
14. Una fuerza horizontal empuja a un ladrillo de  $m = 2.5 \text{ kg}$  contra una pared vertical. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre el ladrillo y la pared son 0.5 y 0.4 respectivamente. Calcule el valor mínimo horizontal de esa fuerza para sostener el ladrillo quieto.

15. Considere el sistema de la siguiente figura. El bloque  $A$  pesa 45 N y el bloque  $B$  pesa 25 N. Una vez que el bloque  $B$  se pone en movimiento hacia abajo, desciende con velocidad constante.

- Calcule el coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque  $A$  y la superficie de la mesa.
- Mientras el bloque  $B$  esta descendiendo, un gato, que también pesa 45 N, salta sobre el bloque  $A$ . ¿que aceleración (magnitud y dirección) tendrá ahora el sistema?



16. Usted está bajando dos cajas, una encima de la otra, por la rampa que se muestra en la figura, tirando de una cuerda paralela a la superficie de la rampa. Ambas cajas se mueven juntas a velocidad constante de 15 cm/s. El coeficiente de rozamiento dinámico entre la rampa y la caja inferior es  $\mu_d = 0.444$ , en tanto que el coeficiente de rozamiento estático entre ambas cajas es  $\mu_e = 0.8$ . Calcule la fuerza que deberá ejercer para lograr esto y cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza de fricción sobre la caja superior.



---

## (Optativos) Dinámica viscosa a escala celular/molecular

17. Un objeto que se mueve en un fluido experimenta una fuerza de arrastre (o fuerza viscosa) que se opone a su movimiento y es proporcional a la velocidad relativa entre el objeto y el fluido:  $\mathbf{F} = -\gamma \mathbf{v}$ . El coeficiente de proporcionalidad  $\gamma$  es una función del tamaño y de la forma del objeto así como de la viscosidad del medio. Para un objeto esférico, el coeficiente de arrastre es  $\gamma = 6\pi\eta R$  (Ley de Stokes), donde  $\eta$  es la viscosidad del fluido y  $R$  el radio del objeto.

Considere un objeto que se mueve en un medio viscoso sujeto a una fuerza constante  $F$ . Suponga que la velocidad inicial es  $v(0) = 0$ .

- a) Plantee la ecuación de Newton y muestre que la velocidad en el tiempo es:

$$v(t) = \frac{F}{\gamma} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$$

- b) Grafique cualitativamente la velocidad en función del tiempo. *Ayuda:* Para esto, analice su valor para tiempos muy pequeños y muy largos, y el signo de su derivada.
- c) Encuentre la velocidad límite alcanzada. De una estimación del tiempo que tarda en alcanzarse esa velocidad ¿De qué parámetros depende? *Nota:* Considere un margen de tolerancia razonable, por ejemplo 1 %.

*Nota:* Revise las guías anteriores en busca de otras versiones de este mismo problema.

18. Calcule la fuerza que deben hacer los motores moleculares que mueven los flagelos de una bacteria *E. coli* para que esta se mueva en un medio acuoso ( $\eta = 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{cm s}}$ ) a una velocidad constante de 25 m/s. Aproxime a la bacteria como una esfera de  $2 \mu\text{m}$  de radio.

19. Suponga que una fuerza de 1 pN se aplica a una proteína de 100 kDa. En un medio sin viscosidad:

- a) ¿A qué velocidad se moverá después de 1 ns?
- b) ¿Qué distancia avanzará en ese tiempo?

Si la proteína está en un medio viscoso como el citoplasma, cuya viscosidad es 1000 veces mayor que la del agua ( $\eta = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm s}}$ ):

- c) ¿Cuál es su velocidad límite?
- d) ¿Qué distancia recorrería en 1 ns a esa velocidad?

*Nota:* La masa de una proteína de 100 kDa es  $166 \times 10^{-24}$  kg y su radio, suponiendo que es esférica, es de 3 nm.

20. (**Inercia bacteriana**) Considere una bacteria que se mueve a una velocidad de  $25 \mu\text{m}/\text{seg}$  en el citoplasma. Si se apagan los motores moleculares que le dan la fuerza de propulsión, ¿qué tan lejos llegará? Considere que la bacteria es esférica con un radio de  $1 \mu\text{m}$  y una densidad de  $10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ .