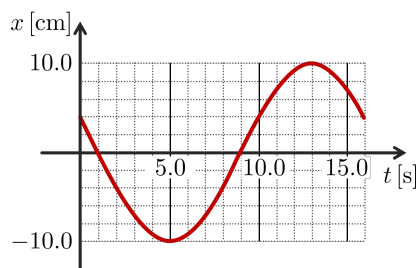


## GUÍA 4: MOVIMIENTO OSCILATORIO

### Cinemática

- La coordenada de un objeto viene dada por  $x(t) = 0.057 \text{ m} \cos(3.9 \text{ s}^{-1} t)$ .
  - ¿Cuánto vale la amplitud  $A$ , la frecuencia angular  $\omega$ , la frecuencia  $f$ , el período  $T$  y la fase  $\varphi$ ? Grafique la posición en función del tiempo.
  - Escriba las expresiones para la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo y grafíquelas. ¿Cómo cambian (si es que cambian)  $A$ ,  $\omega$ ,  $f$ ,  $T$  y  $\phi$  respecto a  $x(t)$ ?
  - Determine la posición, velocidad y aceleración en  $t = 0.25 \text{ s}$ .
  - ¿Cómo puede describirse este movimiento usando la función *seno*? Indique cuánto vale la fase en este caso.
- En un movimiento armónico simple, ¿en qué posiciones de la trayectoria es máxima la velocidad? ¿y en qué posiciones es máxima la aceleración?
- En la figura se muestra el desplazamiento de un objeto oscilante en función del tiempo. Calcule:

- la frecuencia
- la amplitud
- el período
- la frecuencia angular

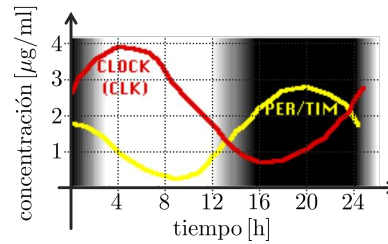


- Una partícula sigue un movimiento armónico simple que alcanza su desplazamiento máximo de  $0.2 \text{ m}$  en  $t = 0 \text{ s}$ . La frecuencia de oscilación es de  $8 \text{ Hz}$ .
  - De una expresión posible para la posición en función del tiempo.
  - Halle los instantes en que las elongaciones son (por primera vez):  $0.1 \text{ m}$ ,  $0 \text{ m}$ ,  $-0.1 \text{ m}$ ,  $-0.2 \text{ m}$ . Halle la velocidad y la aceleración en dichos instantes.
- Un objeto oscila con frecuencia de  $10 \text{ Hz}$  y tiene una velocidad máxima de  $3 \text{ m/s}$ . ¿Cuál es la amplitud del movimiento? Sabiendo que en  $t = 0$  el objeto se encuentra en la máxima amplitud, escriba en función del tiempo su posición y velocidad.
- (Optativo)** En biología, encontramos fenómenos oscilatorios en muchas situaciones diferentes (ritmos circadianos, actividad cardíaca, crecimiento estacional, actividad neuronal rítmica, etc). En gran parte de los casos, la variable que sigue un comportamiento oscilatorio no es la posición de un objeto sino de algún otro tipo (concentración de proteínas, flujo, tamaño, voltaje, etc). Asimismo, difícilmente las variables sigan funciones sinusoidales puras.

El gráfico muestra la fluctuación en las concentraciones de las proteínas PER/TIM y CLK en el transcurso de un día en células de la mosca *Drosophila melanogaster*.

Estas proteínas controlan el ritmo circadiano de la mosca. Hay una tercera oscilación en la figura: la luminosidad (en tonos de gris).

- ¿Cuál es el período de cada oscilación?
- ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones de concentración?
- ¿Cuál es la diferencia de fase entre las dos curvas?



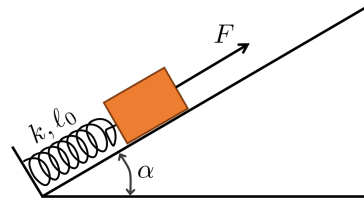
Expresa las diferencias en horas, en radianes y en grados, considerando que el período corresponde a  $2\pi$ .

## Dinámica

- Un cuerpo está apoyado sobre una mesa, unido a un resorte de constante  $k = 500 \text{ N/m}$  y largo natural  $10 \text{ cm}$  (el otro extremo del resorte está fijo a la pared). Si el cuerpo se desplaza una distancia  $2 \text{ cm}$  de su posición de equilibrio, comprimiendo al resorte, y se lo suelta, oscila con un período de  $0.63 \text{ s}$ .
  - Haga el diagrama de cuerpo libre para la situación inicial y escriba la ecuación del movimiento a partir de la segunda ley de Newton.
  - Determine el valor de la masa en función de los datos.
  - Escriba las ecuaciones de la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo. Identifique la amplitud y velocidad máxima del movimiento y la posición de equilibrio del sistema.
  - Discuta cómo cambiarían los resultados anteriores si: (i) se duplica la masa; (ii) se duplica la constante elástica; (iii) se duplica la compresión inicial.
- Un objeto oscila armónicamente con amplitud  $A$  en el extremo de un resorte. Si la amplitud se duplica, ¿qué sucede con la distancia total que el objeto recorre en un período? ¿Qué sucede con el período? ¿Qué sucede con la velocidad máxima del objeto? Analice la relación entre estas respuestas.
- Usando los órganos sensoriales de sus patas, las arañas detectan las vibraciones de sus telas cuando una presa queda atrapada.
  - Si al quedar atrapado un insecto de  $1 \text{ g}$  la tela vibra a  $15 \text{ Hz}$ , determine cuál es la constante elástica de la tela.
  - ¿Cuál sería la frecuencia cuando queda capturado un insecto de  $4 \text{ g}$ ?
- Cuando una persona de  $80 \text{ kg}$  sube a su coche, los amortiguadores se comprimen  $2 \text{ cm}$ . La masa total que soportan los amortiguadores es  $900 \text{ kg}$  (incluidos auto y pasajero). Calcule la constante elástica de los amortiguadores y halle la frecuencia de oscilación.
- Para estirar  $5 \text{ cm}$  un resorte horizontal es necesario aplicarle una fuerza de  $40 \text{ N}$ . Uno de los extremos de este resorte está fijo a una pared mientras que en el otro hay un cuerpo de  $2 \text{ kg}$ . La masa del resorte es despreciable. Si se estira el resorte  $10 \text{ cm}$  a partir de su posición de equilibrio y se lo suelta:
  - ¿Cuál es la amplitud y la frecuencia del movimiento? ¿Cuánto tiempo tarda en hacer una oscilación completa?

- b) Obtenga la expresión de posición en función del tiempo y gráfiquela señalando la posición de equilibrio.
- c) Calcule la posición, la velocidad y la aceleración al cabo de 0.2 s. Describa cualitativamente las distintas etapas del movimiento oscilatorio que describe el cuerpo.
- d) Indique en cuáles posiciones la fuerza que ejerce el resorte es máxima y en cuáles es mínima.
12. Una partícula de masa 800 g está suspendida de un resorte de longitud natural 15 cm y constante elástica  $k = 320$  N/m, que se encuentra colgado del techo.
- a) Halle la posición de equilibrio.
- b) Si se desplaza al cuerpo 1.5 cm hacia abajo a partir de la posición de equilibrio y se lo suelta, halle su posición en función del tiempo.
- c) Calcule la velocidad máxima que adquiere el cuerpo y diga en qué posición ocurre.

13. En la base de un plano inclinado (con ángulo  $\alpha$  respecto a la horizontal) se encuentra fijo un resorte ideal ( $k, \ell_0$ ). Al extremo libre del resorte se sujeta un cuerpo de masa  $m$  sobre el cual se ejerce, además, una fuerza  $F$  paralela al plano.



- a) Realice el diagrama de cuerpo libre correspondiente y escriba las ecuaciones de movimiento.
- b) Halle la posición de equilibrio para el cuerpo y la frecuencia de oscilación. Muestre que si  $\alpha = 0^\circ$  y  $F = 0$  N, la posición de equilibrio coincide con la longitud natural del resorte ( $\ell_0$ ).
- c) En el caso en que  $\alpha = 90^\circ$ , calcule cuánto debería valer  $F$  para que la posición de equilibrio coincida con  $\ell_0$ . Discutá qué magnitudes del movimiento oscilatorio se verán afectadas si se cambia el valor de la fuerza  $F$  y cuáles si se cambia el valor de la constante elástica  $k$ .
14. Una manzana pesa 1 N. Si se la cuelga del extremo de un resorte largo con constante elástica  $K = 1.5$  N/m y masa despreciable, rebota oscilando verticalmente. Si detenemos el rebote y dejamos que la manzana oscile de lado a lado con un ángulo pequeño, la frecuencia de este péndulo simple es la mitad de la del rebote (puesto que el ángulo es pequeño, las oscilaciones de lado a lado no alteran apreciablemente la longitud del resorte.) ¿Qué longitud tiene el resorte no estirado (sin la manzana)?
15. La aceleración de la gravedad varía ligeramente sobre la superficie de la Tierra. Si un péndulo tiene un período de  $T = 3$  s en un lugar en donde  $g = 9.803$  m/s<sup>2</sup> y un período de  $T = 3.0024$  s en otro lugar. ¿Cuál es el valor de  $g$  en este último lugar?
16. Después de posarse en un planeta desconocido, una exploradora espacial construye un péndulo simple con longitud de 50 cm y determina que efectúa 100 oscilaciones completas en 136 s. ¿Cuánto vale  $g$  en ese planeta?

## (Optativos) Oscilador amortiguado

17. El desplazamiento  $x(t)$  de un oscilador unidimensional subamortiguado está descrito por la ecuación

$$x(t) = A e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega' t + \phi),$$

---

donde  $A$  y  $\phi$  están determinadas por las condiciones iniciales, mientras que  $\omega'$  es la frecuencia correspondiente. Supongamos que  $\phi = 0$ .

- a) ¿Cuánto vale  $x$  en  $t = 0$ ?
  - b) ¿Qué magnitud y dirección tiene la velocidad en  $t = 0$ ? ¿Qué nos dice esto acerca de la pendiente de la curva  $x$  vs  $t$  cerca de  $t = 0$ ?
  - c) Deducir una expresión para la aceleración en  $t = 0$ .
18. Para un oscilador armónico amortiguado arbitrario, mostrar que el cociente de amplitudes para dos oscilaciones consecutivas es constante.
19. Se puso a oscilar el péndulo del playón central del pabellón 2 de la facultad<sup>1</sup> con una amplitud inicial de 130 cm. Después de 105 min, se observó que la amplitud se había reducido a 48 cm. Determinar el coeficiente de amortiguamiento.
20. Una masa de 2.20 kg oscila sobre un resorte cuya constante de fuerza es 250 N/m. El período es de 0.615 s. ¿Se trata de un sistema amortiguado? ¿Por qué? Si es amortiguado, calcular la constante de amortiguamiento  $b$ .

## (Optativos) Oscilador Forzado

21. Una fuerza impulsora que varía senoidalmente se aplica a un oscilador armónico amortiguado.
- a) ¿Qué unidades tiene la constante de amortiguamiento?
  - b) Demostrar que la cantidad  $\sqrt{k/m}$  tiene las mismas unidades que  $b$ .
  - c) Si se fuerza al sistema a oscilar con frecuencia  $\omega_d = \sqrt{k/m}$ , determinar la amplitud máxima alcanzada por las oscilaciones, en términos de  $F_{\text{máx}}$  (el valor máximo de la fuerza) y  $k$ . Considerar  $b = 0.2 \sqrt{k/m}$ . ¿Cómo cambia el resultado si  $b = 0.4 \sqrt{k/m}$ ?

---

<sup>1</sup>Es un péndulo de Foucault, ideal para discutir con un terraplanista.