Repaso matemático

1. Suma cuadrática

Sean c_1 y c_2 tal que $c_1 = a + b$ y $c_2^2 = a^2 + b^2$, donde $a > 0$ y $b > 0$:

1. ¿Cuál de los dos es mayor?

2. ¿Cómo lo interpretan gráficamente?

3. ¿Cómo tiene que ser la relación $r \equiv a/b$ para que pueda aproximar $c_2 = 0{,}99 c_1$?

2. Campana de Gauss

La función de Gauss tiene forma de campana y su forma funcional es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \tag{1}$$

1. Hallar el máximo.

2. Demostrar que es simétrica alrededor del máximo.

3. Si el valor de σ aumenta, ¿la campana se ensancha o se angosta?

3. Cambio de variables

Cuando se quiere visualizar la tendencia de una variable y en un rango que abarca varios órdenes de magnitud, se suele graficar $\log(y)$ en su lugar, usando entonces lo que se conoce como **escala logarítmica**.Supongan una función $y = f(x)$ que van a querer graficar en escala semi-logarítmica de modo que, en vez de visualizar $y(x)$, visualicen $u(x)$ donde $u = \log(y)$. ¿Qué transformación deben hacerle a f? ¿Y si ahora quieren visualizar $u(v)$, donde $v = \log(x)$? Este último caso se suele llamar escala log-log,

1. Sea una función $y = A\exp(Bx)$, dibujar $u(x)$. ¿Qué representan A y B en la nueva escala? Esto se usa mucho para poder comparar entre distintos comportamientos exponenciales, como por ejemplo en las recientes representaciones gráficas de los casos de COVID-19.

2. Representar en escala semi-logarítmica $u(x)$ para $y = \log(x)$.

3. Dibujar en escala log-log la función $y = A + Bx$.

4. Derivadas

Las derivadas parciales serán útiles para cuando veamos propagación de errores.

1. El volumen de un cilindro se puede calcular como $V = \pi r^2 h$. ¿El volumen crece más con un incremento infinitesimal de h o con uno de r? ¿Depende de los valores de h y r? Distinguir los regímenes en lo que sucede lo uno o lo otro.

2. La superficie de una huevera se puede modelar con la función $z(x, y) = \cos(x)\cos(y)$. Ubicar las coordenadas donde hay que colocar los huevos.

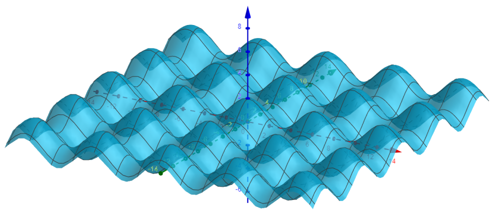

Figura 1: *Modelo de la huevera.*

3. Supongan un gráfico $y(x)$ como el de la figura, para el cual a una persona me pide que le reporte el valor $y_0 = y(x_0)$. Supongan que yo interpeté mal y le doy el valor de $y(x_1)$, donde $x_1 = x_0 + dx$ con dx pequeño. ¿Cuánto vale, aproximadamente, la diferencia entre el valor de y_0 y el calculado por mí? Por más que parezca extraño, estas situaciones son muy recurrentes en los casos en los que redondeamos. Por ejemplo, si decido calcular el diámetro o área de una circunferencia usando x_1 = 3.14 en vez de x_0 = 3.1415 (notar que en ese caso el resultado obtenido para dy es exacto porque la relación es lineal).

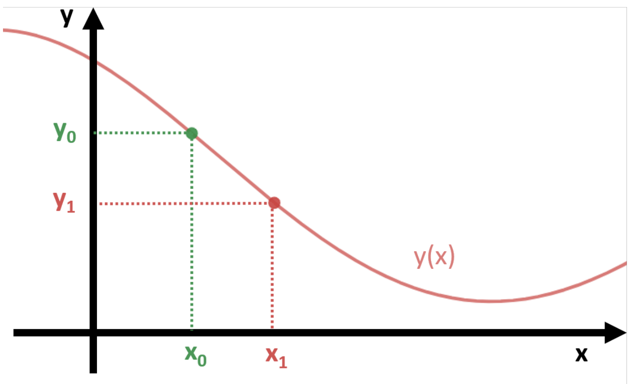

Figura 2: *Aproximación al valor de $y(x)$.*

4. Calcular la siguiente derivada parcial: $\frac{\partial y}{\partial L}$, donde $y(g, L) = \sqrt{g/L}$.