

Guía 1: Mediciones Directas e Indirectas

Parte 2: Estimación de la aceleración de la gravedad (g) y otros experimentos

Cátedra: Prof. Ana María Llois - Depto. Física, FCEyN, UBA.

1. Introducción:

Cuando se desea obtener una magnitud física, no siempre se cuenta con un instrumento para medirla en forma DIRECTA. Frecuentemente, la magnitud deseada se deriva de algunas otras magnitudes que fueron obtenidas en forma directa. Esto se logra a través de alguna relación funcional entre las magnitudes, y se dice que la medición fue INDIRECTA. Por ejemplo, podemos medir la distancia recorrida por un móvil y el tiempo transcurrido de forma directa (con metro y cronómetro), pero para saber la velocidad debemos estimarla de forma indirecta.

La elección del experimento es un punto crítico a la hora de obtener una magnitud. Para ello, resulta de suma importancia la decisión de los instrumentos a utilizar, así como el método elegido (siempre hay que pensar que se debe tener en cuenta la validez de las hipótesis del método utilizado).

Por ejemplo, si queremos obtener la superficie de un cuerpo cuya forma se aproxima a alguna forma geométrica conocida (círculo, cuadrado, etc), se podría medir directamente las longitudes (diámetros, lados, etc.) y luego realizar la cuenta adecuada para obtener la magnitud deseada. ¿Pero son realmente esas superficies círculos o cuadrados perfectos?

Cuando medimos una magnitud en forma directa, obtenemos como resultado de la medición un conjunto de valores que llamamos INTERVALOS DE CONFIANZA relacionados a la INCERTEZA de la medición. Por ejemplo, si medimos en forma directa la magnitud x , dando $x = x_0 \pm \Delta x$ (donde: x_0 es el valor medio y Δx el error absoluto), podemos decir que un dado valor de la magnitud medida se encuentra en el intervalo $(x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x)$ con cierta probabilidad, que depende de como hayamos calculado el error absoluto.

Al expresar una magnitud que fue obtenida en forma indirecta, también lo haremos en la forma: $W = W_0 \pm \Delta W$. Pero, ¿Cómo se obtienen estos parámetros? Las incertezas de las mediciones directas deberían influir o propagarse sobre el resultado de la medición indirecta. ¿La incerteza de la medición indirecta depende sólo de las incertezas de las mediciones directas o también de la relación entre ellas?

Supongamos que se puede obtener en forma indirecta la magnitud W midiendo en forma directa las magnitudes x, y, z, \dots (independientes entre sí), mediante una función $f(x, y, z, \dots)$, tal que $W = f(x, y, z, \dots)$.

A partir de las mediciones directas, conocemos los valores: $x = x_0 \pm \Delta x$; $y = y_0 \pm \Delta y$; $z = z_0 \pm \Delta z$;...

Entonces, se puede obtener en forma indirecta la magnitud $W = W_0 \pm \Delta W$ siendo:

$$W_0 = f(x_0, y_0, z_0, \dots) \quad (1)$$

$$\Delta W = \sqrt{\left[\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta x\right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta y\right]^2 + \left[\frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0, \dots) \cdot \Delta z\right]^2} \quad (2)$$

donde $\frac{\partial f}{\partial x}$ es la derivada parcial de f con respecto a x , evaluada en los valores medios: x_0, y_0, z_0, \dots ; que se obtiene considerando a x como la única variable, mientras que al resto y, z, \dots se las considera constantes.

Notar que recién después de calcular la derivada parcial, se evalúa dicha expresión en x_0, y_0, z_0, \dots . De la misma forma, es la derivada parcial de f con respecto a la variable y , considerando al resto (x, z, \dots) constantes. La expresión (2) se conoce como **fórmula de propagación de errores**. Es válida siempre que los parámetros x, y, z, \dots sean independientes (independencia significa que conocer la incerteza de la magnitud x no provee ninguna información acerca de la incerteza de las otras magnitudes).

La expresión (2) es una fórmula aproximada para ΔW , que es válida cuando las derivadas parciales de f de orden superior son despreciables frente a la primer derivada parcial (en general, estaremos dentro de las hipótesis de validez de esta aproximación). Pueden seguir un ejemplo en el apéndice.

Por otro lado, si medimos una misma magnitud física utilizando diferentes métodos, ¿obtendremos resultados diferentes? ¿Cómo las comparamos? ¿Cómo podemos determinar si dos resultados son equivalentes o son distintos?

A partir del análisis de los datos de la parte 1 (guía 1) y mediante experimentos simples, en esta práctica aprenderemos las herramientas necesarias para obtener la incerteza de una medición indirecta a partir de mediciones directas de magnitudes independientes. Y además aprenderemos a comparar resultados de una misma magnitud procedentes de experimentos diferentes.

Objetivos de la segunda parte de la guía 1:

- Estudiar el tratamiento de las incertezas de magnitudes que se obtienen en forma indirecta.
- Discutir los conceptos de precisión, exactitud y confianza.

Actividades

Actividad 1

A partir de los resultados de la parte 1, halle el valor de la aceleración de la gravedad (g) con su incerteza, sabiendo que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (3)$$

donde T es el período del péndulo y L es la longitud del hilo.

Al analizar y presentar los datos es importante tener presente las siguientes preguntas:

- ¿El resultado obtenido es distinguible del resultado esperado?
El resultado esperado es $g = (9.7968824 \pm 0.0000002) \text{ m/s}^2$, información extraída de [1].
- En el calculo está involucrado π ¿Este tiene una incerteza asociada? Si es así, ¿Cómo la consideraría? ¿O la despreciaría? ¿Por qué?

Actividad 2

A partir de los datos que figuran en la guía 1 (parte 1) calcular la densidad ρ de la masa m que cuelga del hilo suponiendo que es una esfera metálica maciza. Recordar que:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (4)$$

y que el volumen V de una esfera es

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (5)$$

donde r es el radio de la esfera.

A partir de su resultado, indicar de que material podría tratarse (ver tabla 1).

Material	Densidad (g/cm^3)
Aluminio	$2,70 \pm 0,01$
Hierro	$7,87 \pm 0,01$
Cobre	$8,96 \pm 0,01$
Plata	$10,49 \pm 0,01$
Acero al carbono *	$7,85 \pm 0,01$

TABLA 1: Densidades de distintos materiales. Información extraída de [2] y * de [3].

Actividad 3: Comparación de métodos y resultados en la medición de volumen

Con esta experiencia proponemos comparar tanto los resultados de una misma magnitud obtenida por diferentes métodos, como comparar los métodos.

Se buscará obtener el volumen de un cuerpo utilizando dos métodos experimentales diferentes. Cabe recordar que el método involucra tanto la elección de los instrumentos de medición, como el diseño del experimento. ¿Qué suposiciones harías en cada caso para que el método sea razonablemente válido?

Para esta experiencia pueden utilizar una conserva en lata. Por ejemplo, atún en lata (lata cerrada).

Método 1: Medición de volumen por método geométrico

- 1 Medir con una regla las dimensiones de la lata de conserva.
- 2 Obtener el volumen del objeto a partir de estas mediciones proponiendo un modelo geométrico.

1.0.1. Método 2: Medición de volumen por desplazamiento de agua combinado con método geométrico

- 1 Buscar un recipiente transparente circular o rectangular donde pueda entrar cómodamente la lata de conserva.
- 2 Colocar el recipiente en una superficie plana, llenarlo con agua hasta una cierta altura y hacer una marca para identificar el nivel inicial del agua.
- 3 Sumergir cuidadosamente el objeto. Debe quedar completamente sumergido. Hacer nuevamente una marca en el recipiente para identificar el nivel final del agua.
- 4 Medir la variación de altura del nivel del agua debido al volumen de agua desplazado.
- 5 Determinar el volumen de agua desplazado por el objeto utilizando un método geométrico. Concluir a partir de este resultado cuál es el volumen de la lata.

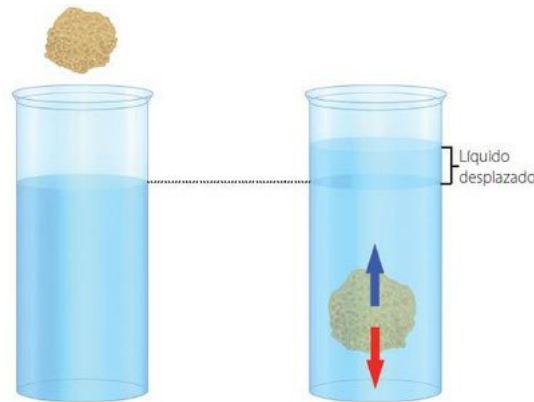


Figura 1: Propuesta experimental.

Las siguientes preguntas pueden ayudar para el análisis de los datos y considerar algunos aspectos de los métodos utilizados:

- ¿Se obtuvo el mismo resultado mediante los distintos métodos utilizados? ¿Cómo los compararon?
- ¿Qué resultado dirías que es el más preciso? ¿Y el más confiable? ¿Por qué? ¿Se puede hablar de exactitud en esta experiencia?

Apéndice: Determinación del error en la superficie

Si se quiere medir el área S de una mesa rectangular de lados A y B . Tanto A como B fueron medidas directamente utilizando una cinta métrica, resultando: $A = A_0 \pm \Delta A$ y $B = B_0 \pm \Delta B$. El resultado de la medición indirecta de esta magnitud S será: $S = S_0 \pm \Delta S$. El valor medio del área de la mesa se obtiene como:

$$S_0 = A_0 \cdot B_0 \quad (6)$$

Y su incerteza,

$$\Delta S = \sqrt{\left[\frac{\partial S}{\partial A}(A_0, B_0) \cdot \Delta A\right]^2 + \left[\frac{\partial S}{\partial B}(A_0, B_0) \cdot \Delta B\right]^2} \quad (7)$$

Donde, $\frac{\partial S}{\partial A}(A_0, B_0) = B_0$ y $\frac{\partial S}{\partial B}(A_0, B_0) = A_0$. Entonces obtenemos,

$$\Delta S = \sqrt{[B_0 \cdot \Delta A]^2 + [A_0 \cdot \Delta B]^2} \quad (8)$$

Referencias

- [1] <https://www.ign.gob.ar/NuestrasActividades/Geodesia/Gravimetria/RAGA> Red Argentina de Gravedad Absoluta, Instituto Geográfico Nacional.
- [2] W. M. Haynes, D. R. Lide, T. J. Bruno, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, CRC Press - Taylor & Francis Group, USA (2017).
- [3] <http://www.ub.edu/cmematerials/es/content/acero-al-carbono-035-c-temple-y-revenido> Materials, Universitat de Barcelona.