Guía 1: Mediciones Directas e Indirectas

Parte 2: Repaso sobre derivadas parciales

Consideremos el caso de una función $f(x, y)$ de depende de dos variables independientes: x e y.

La derivada parcial de $f(x, y)$ con respecto a x es

$$\frac{\partial f(x,y)}{dx}. \tag{1}$$

Esto significa que derivamos una vez la función f con respecto a la variable x (considerando y como una constante).

Por otro lado, la derivada parcial de $f(x, y)$ con respecto a y es

$$\frac{\partial f(x,y)}{dy}. \tag{2}$$

De manera análoga al caso anterior, esto significa derivar una vez la función f respecto de la variable y (ahora consideramos x como una constante).

Ejemplo 1

$$f(x,y) = 15y^3x + 4x - 2y + 3 \tag{3}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{dx} = 15y^3 + 4 - 0 + 0 = 15y^3 + 4 \tag{4}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{dy} = 45y^2x + 0 - 2 + 0 = 45y^2x - 2 \tag{5}$$

Supongamos que conocemos los valores de las variables x e y: $x_0 = 5$, $y_0 = 3$. La derivada parcial de f respecto a x evaluada en (x_0, y_0) es

$$\left.\frac{\partial f(x,y)}{dx}\right|_{(x_0,y_0)} = 15 \times 3^3 + 4 = 409 \tag{6}$$

La derivada parcial de f respecto a y evaluada en (x_0, y_0) es

$$\left.\frac{\partial f(x,y)}{dy}\right|_{(x_0,y_0)} = 45 \times 3^2 \times 5 - 2 = 2023 \tag{7}$$

Ejemplo 2

$$g(x,y) = \pi x^2 + 4xy \tag{8}$$

$$\frac{\partial g(x,y)}{dx} = 2\pi x + 4y \tag{9}$$

$$\frac{\partial g(x,y)}{dy} = 0 + 4x = 4x \tag{10}$$

Si ahora $(x_0, y_0) = (2, 3)$, la derivada parcial de g respecto a x evaluada en (x_0, y_0) es

$$\left.\frac{\partial g(x,y)}{dx}\right|_{(x_0,y_0)} = 2\pi \times 2 + 4 \times 3 = 4\pi + 12 \tag{11}$$

Y la derivada parcial de g respecto a y evaluada en (x_0, y_0) es

$$\left.\frac{\partial g(x,y)}{dy}\right|_{(x_0,y_0)} = 4 \times 2 = 8 \tag{12}$$

Ejemplo 3

$$h(x,y) = \frac{y}{x} = yx^{-1} \tag{13}$$

$$\frac{\partial h(x,y)}{dx} = -yx^{-2} = -\frac{y}{x^2} \tag{14}$$

$$\frac{\partial h(x,y)}{dy} = \frac{1}{x} \tag{15}$$

Ejemplo 4

$$W(x,y) = \frac{x^2 - y}{3x + y} = (x^2 - y)(3x + y)^{-1} \tag{16}$$

$$\frac{\partial W(x,y)}{dx} = (2x)(3x + y)^{-1} + (x^2 - y)(-1)(3x + y)^{-2}(3) \tag{17}$$

$$\frac{\partial W(x,y)}{dx} = \frac{2x}{3x + y} - \frac{3(x^2 - y)}{(3x + y)^2}$$

$$\frac{\partial W(x,y)}{dy} = (-1)(3x + y)^{-1} + (x^2 - y)(-1)(3x + y)^{-2}(1) \tag{18}$$

$$\frac{\partial W(x,y)}{dy} = \frac{-1}{3x + y} - \frac{x^2 - y}{(3x + y)^2}$$