Guía 1: Mediciones Directas e Indirectas

Parte 1: Estimación del período de un péndulo

Cátedra: Prof. Laura Morales - Depto. Física, FCEyN, UBA.

Introducción

Esta guía sugiere algunas actividades para familiarizarse con el análisis estadístico de magnitudes aleatorias. Podemos decir que una magnitud es aleatoria si al reproducir muchas veces la medición de una misma magnitud arroja resultados distintos. Dependiendo del método utilizado en el experimento, el observador también puede ser parte del proceso de medición. La interacción del observador con el experimento puede afectar el resultado de la medida. En particular, en algunos experimentos, el resultado puede ser sensible al tiempo de reacción del observador (el intervalo transcurrido entre la percepción de un estímulo y la acción motora).

Antes de realizar las actividades que se proponen en esta guía, es recomendable que los estudiantes lean el apunte *Introducción a la estadística de las mediciones* (ver **`MATERIAL DE LAS CLASES`**) donde se presenta una introducción ampliada al tema.

Los objetivos para esta primera parte de la guía son, a partir de una serie de mediciones,

- Estimar la magnitud y la incerteza estadística del fenómeno estudiado.
- Comprender y comparar distintos métodos para estimar estos valores, y cómo estos varían con el número de observaciones.

En **`MATERIAL DE LAS CLASES`** también se encuentran disponibles tutoriales para realizar las distintas actividades de esta guía.

Actividades

Se propone trabajar con mediciones realizadas por estudiantes del período de un péndulo. El tiempo medido depende de muchos factores: del nivel de atención del alumno, del requerimiento de una decisión para discriminar valores que resultaron dudosos, entre otros, además del instrumental y el método utilizado.

A cada grupo se le asignará un conjunto de 200 mediciones del período de un péndulo simple. Las mediciones las realizó un único operador empleando un cronómetro digital con un rango de medición de 10 horas y una resolución de 0,01 s. El péndulo está formado por una tanza de largo $L = (L_0 \pm 0,2)$ cm del cual se sujeta una masa de (263 ± 1) g y $(40,00 \pm 0,05)$ mm de diámetro. Las mediciones se realizaron en el régimen de pequeñas oscilaciones (ángulo de desviación máximo respecto a la vertical $\theta < 10°$). El valor de L_0 figura en el nombre del archivo de las mediciones.

Actividad 1

1. Importe los datos al programa de análisis (Origin o el programa que utilice para procesar sus datos).
2. Divida los datos en diferentes grupos: N = 200, N = 120, N = 60 y N = 30.
3. Determine la **Moda**, la **Mediana** y la **Media** de cada distribución de datos.
4. Obtenga el **Desvío Estándar** (*Standard Deviation* ó σ) y el **Error Estándar** (*SE of mean*), en cada caso.
5. Compare los resultados obtenidos evaluando la influencia del tamaño de la muestra (N) sobre cada uno de estos estimadores (valor medio, desvío estándar y error estándar).

Actividad 2

1. Realice un histograma de 5 columnas para un conjunto de $N = 30$ mediciones.
2. Ahora grafique los histogramas correspondientes a diferentes grupos de mediciones: $N = 200$, $N = 120$ y $N = 60$, utilizando el *bin size* que obtuvo en el histograma de 30 datos. Se sugiere partir del rango del histograma para $N = 30$ y luego evaluar si hace falta aumentar ese rango en múltiplos del bin size para asegurarse de incluir todas las mediciones del nuevo conjunto de datos que se quiere graficar.
3. ¿Qué observa en las mediciones realizadas al graficarlas en un histograma? Discuta si la manera en que se distribuyen los datos cambia al aumentar el número de mediciones. A medida que aumenta el número de mediciones, ¿el histograma se aproxima mejor a una forma de campana?
4. Mirando el histograma, ¿dentro de qué intervalos de valores se encuentra el valor más probable? Para responder esta pregunta tenemos que mirar el rango de valores donde se encuentra la barra más alta del histograma. Luego fíjese si el *valor medio* obtenido en el ítem 3 (de la actividad 1) se encuentra dentro de ese intervalo.

Comentario: en la literatura existen distintos criterios para elegir el número de columnas del histograma en relación con la cantidad de datos disponibles.

Existen reglas empíricas para elegir la cantidad de intervalos de un histograma basadas en la cantidad de datos N de la muestra. Para N observaciones Sturges (1926) sugiere que el número de intervalos k debería estar determinado por [1]

$$k = 1 + 3{,}3 \log(N) \tag{1}$$

donde log es el logaritmo en base 10. Como k es el número de intervalos, k debe ser un número entero. Se puede tomar parte entera del resultado obtenido o redondear el resultado al entero más cercano.

Esta es una de las posibles reglas basadas en el número de datos. También hay muchas otras basadas en medidas como el desvío, el rango, medidas de dispersión robustas, etc. Sin embargo, no profundizaremos sobre el tema en esta guía.

Actividad 3

Obtenga la curva de Gauss que represente a cada distribución para $N = 120$ y $N = 200$ datos ajustando por una función de la forma

$$y(x) = A.\exp\left[\frac{-(x - x_c)^2}{2\omega^2}\right] \tag{2}$$

Obtenga el ancho ω de la curva de Gauss (ver Fig. 1) y evalúe la influencia de N sobre dicho parámetro.

Origin cuenta con una función predefinida llamada GassAmp. Si usan GaussAmp verificar si se cumple

$$A = \frac{N}{\omega\sqrt{2\pi}}\Delta x \tag{3}$$

donde Δx es el *bin size*.

Comentario: Notar que el parámetro ω de la función GaussAmp correspondería al desvío estándar σ, el cual da idea del ancho de la curva de Gauss. En una Gaussiana, σ es la distancia entre la media y los puntos de inflexión de la curva. Además recordar que 2σ no es el ancho a mitad de altura.

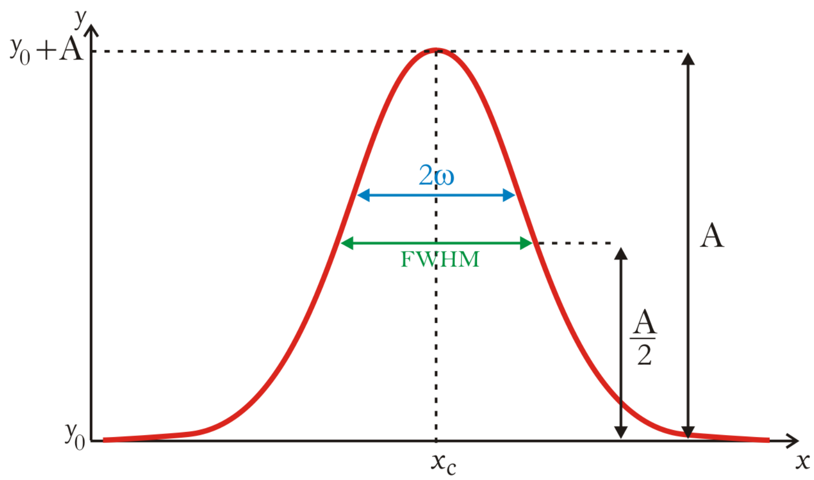

Figura 1: Parámetros de la Ec. (2). A: altura de la campana. x_c: coordenada x donde está centrada la curva. y_0: offset. $y_0 + A$: coordenada y donde se encuentra el máximo de la curva. ω: ancho de la campana. FWHM: ancho a mitad de altura. FWHM y ω se relacionan de la siguiente manera: $2\omega = \frac{FWHM}{\sqrt{\ln 4}}$.

Discusión final

Las siguientes preguntas pueden ayudar al análisis y comprensión del estudio desarrollado:

- Si se quiere comparar si una nueva medición pertenece a dicho conjunto. ¿Con qué medidas se lo debe comparar?
- Si se realiza un nuevo experimento, con varias mediciones, del cual se obtiene un nuevo valor medio y se lo quiere comparar con el anterior. ¿Con qué medidas se lo debe comparar?

- ¿Es necesario hacer tantas mediciones del experimento? Determinar el número de mediciones para que el error estadístico ϵ_{est} sea despreciable con respecto al instrumental ϵ_{inst}.
- Reportar el valor del período del péndulo. Esto significa informar el valor más probable con su correspondiente incerteza (teniendo en cuenta todas las fuentes de error).

Referencias

[1] J. D. Jobson, *Applied Multivariate Data Analysis: Regression and Experimental Design*, Springer Science + Business Media , USA (1991).