Práctica N° 1: cinemática

Parte I: movimiento 1D

1 Un automóvil viaja en línea recta desde el punto A hacia el B (distancia AB = 300 km) a una velocidad constante v_1, tardando 3hs y 45 minutos en realizar el trayecto. Otro automóvil lo hace de B hacia A a una velocidad v_2, tardando 6hs en hacer el recorrido. El segundo automóvil parte una hora antes que el primero.

(a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.

(b) Calcule las velocidades v_1 y v_2 de los automóviles y escríbalas como magnitudes vectoriales.

(c) Escriba la ecuación horaria para cada automóvil y calcule el tiempo y la posición de encuentro.

(d) En un mismo gráfico represente $x(t)$ para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.

(e) En un mismo gráfico represente $v(t)$ para ambos móviles. ¿Cuál es la interpretación del área bajo cada curva entre dos instantes de tiempo?

Repita los ítems (c), (d) y (e) utilizando las mismas velocidades v_1 y v_2 pero considerando ahora que ambos automóviles parten de A y se mueven en el mismo sentido.

2 Las cucarachas grandes pueden correr a 1.5m/s en tramos cortos. Suponga que usted está de paseo, enciende la luz en un hotel y ve una cucaracha alejándose en línea recta a 1.5m/s. Si inicialmente usted estaba 0.9m detrás del insecto y se acerca hacia éste con una rapidez inicial de 0.8m/s, ¿qué aceleración constante mínima necesitará para alcanzarlo cuando éste haya recorrido 1.2m, justo antes de escapar bajo un mueble?

3 Un automovilista parte en el instante $t = 0$, de $x = 0$ con una velocidad de 10 m/s y con una aceleración de $1m/s^2$ (constante). Dicha aceleración tiene la misma dirección que la velocidad pero sentido contrario.

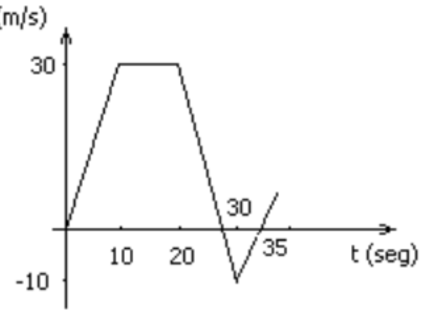
(a) ¿En qué instante el auto tiene $v = 0$? ¿Qué distancia recorrió?

(b) ¿En qué instante vuelve a pasar por $x = 0$? ¿Qué sucederá luego?

(c) Grafique $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$.

(d) Tomando ahora la aceleración de $1m/s^2$ en el mismo sentido que la velocidad, rehaga (c) y compare con el caso anterior.

4. El gráfico de la figura representa la velocidad en función del tiempo para una partícula con movimiento rectilíneo.



(a) Halle $x(t)$, sabiendo que el móvil partió de $x = 0$.

(b) Grafique $x(t)$ y $a(t)$.

(c) Halle x, v y a en $t = 5$s y en $t = 25$s.

5. La aceleración de una partícula que se mueve sobre una trayectoria recta está dada por $a(t) = -2\frac{m}{s^4}\, t^2$.

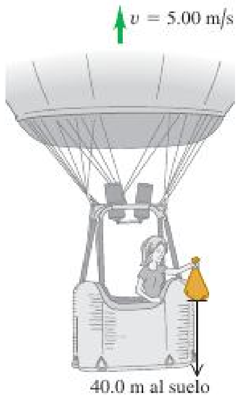
   (a) Encuentre la velocidad y la posición en función del tiempo sabiendo que $x(0) = 0$ y $v(0) = 10$m/s.
   (b) Calcule la posición y velocidad de la partícula en $t = 3$s.

6. Se lanza un cuerpo hacia arriba, desde el piso y con velocidad inicial de 15m/s. Un segundo después se deja caer otro cuerpo desde una altura 15m sin velocidad inicial.

   (a) Calcule el tiempo que tardan en encontrarse.
   (b) ¿A qué distancia del piso se encuentran?

7. La tripulante de un globo aerostático, que sube verticalmente con velocidad constante de magnitud 5m/s, suelta un saco de arena cuando el globo está a 40m sobre el suelo. Después de que se suelta, el saco está en caída libre.

   (a) Calcule la posición y velocidad del saco a 0.25s y 1s después de soltarse.
   (b) ¿Cuántos segundos tardará el saco en chocar con el suelo después de soltarse?
   (c) ¿Con qué velocidad chocará?
   (d) ¿Qué altura máxima alcanza el saco sobre el suelo?
   (e) Dibuje los gráficos $a_y(t)$, $v_y(t)$ e $y(t)$ para el movimiento del saco.



Parte II: movimiento 2D y movimiento relativo

8. La posición de una partícula en el espacio se puede describir con el siguiente vector posición $\mathbf{r}(t) = (t^3 + 2t + 1, -e^{2t}, cos(3t))$ [reflexione sobre cuál es la unidad de t en este caso]. Calcule :

   (a) $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$; (b) $|\mathbf{v}(t)| = \left|\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right|$; (c) $\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{d^2t}$.

   En los tres casos especializar en $t = 0$ y en $t = \pi/6$.

9. Un coche viaja a lo largo de una curva sobre un plano. Sus coordenadas cartesianas en función del tiempo están dadas por las ecuaciones: $x(t) = 2\frac{m}{s^3}t^3 - 3\frac{m}{s^2}t^2$, $y(t) = \frac{m}{s^2}t^2 - 2\frac{m}{s}\,t + 1m$. Halle:

   (a) La posición del coche en $t = 1$ segundo.

   (b) Los vectores $\mathbf{v}(t)$ y $\mathbf{a}(t)$.

   (c) Los instantes en que $\mathbf{v} = 0$.

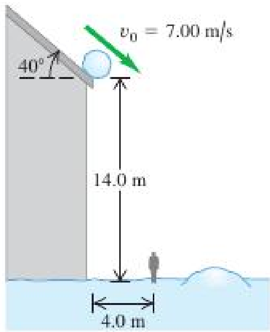
10. Una avioneta vuela horizontalmente a 1000m de altura y deja caer un paquete. Este golpea el suelo 500m más adelante del lugar donde fue arrojado. Calcule la velocidad del avión y a qué altura está el paquete cuando avanzó 100m en la dirección horizontal.

11. Una bola de nieve rueda del techo de un granero con inclinación hacia abajo de 40°.El borde del techo está a 14m del suelo y la bola tiene una rapidez de 7m/s al salir del techo. Puede despreciarse la resistencia del aire.

   (a) ¿A qué distancia del borde del granero golpea la bola el piso si no golpea otra cosa al caer?

   (b) Dibuje los gráficos $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ y $v_y(t)$ para el movimiento de la bola.

   (c) Un hombre de 1.9m de estatura está parado a 4m del granero. ¿Lo golpeará la bola?



(12) Se lanza una pelota con una dirección α respecto a la horizontal y con una velocidad inicial de 20m/s desde el borde de un cantilado de 45m de altura. En el instante de lanzamiento, una mujer comienza a correr alejándose de la base del acantilado con velocidad constante de 6m/s. La mujer corre en línea recta sobre suelo plano, y puede despreciarse la acción de la resistencia del aire sobre la pelota.

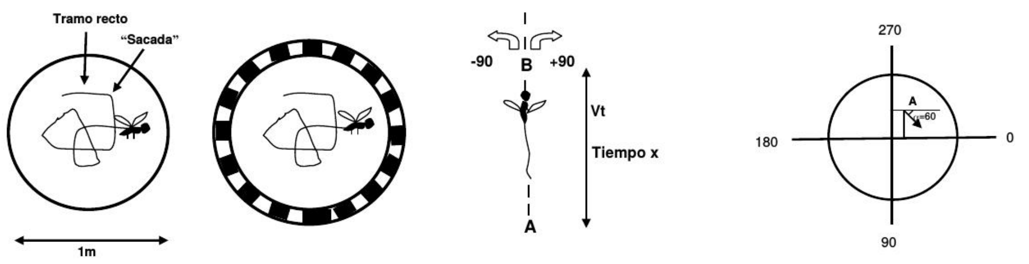
(a) ¿Con qué ángulo α por arriba de la horizontal deberá lanzarse la pelota para que la corredora la atrape justo antes de que toque el suelo?

(b) Calcule la distancia que recorre la mujer justo antes de atrapar la pelota. ¿Cuál es el tiempo que tardó en atraparla?

(c) Calcule la velocidad de la pelota, en módulo y dirección, en el momento en que es atrapada por la mujer.

(d) ¿Cuál es la componente horizontal de la velocidad de la pelota *relativa* a la mujer?

(13) Dickinson y Tamero estudiaron las trayectorias de vuelo de moscas sometidas a diferentes estímulos visuales; estos estudios revelaron que las moscas construyen sus trayectorias mediante una alternancia entre tramos de vuelo en línea recta y “sacadas” que consisten en giros rápidos de aprox 90° en una de dos direcciones, seguidos de un nuevo vuelo en línea recta. Para identificar los estímulos que disparan la ocurrencia de las sacadas, los autores construyeron una arena donde las moscas vuelan libremente y son sometidas a diferentes tipos de imágenes mientras se registra su trayectoria de vuelo mediante un sistema de video:



Para analizar las diferencias entre el vuelo libre en una arena uniforme (U) y una arena con un patrón visual “estructurado” (E), los investigadores registraron la trayectoria de una mosca en la arena U y tomaron los siguientes datos: Punto de partida A ubicado 20cm por encima y 10cm a la derecha del centro de la arena (ver esquema). La mosca estudiada volaba en la dirección que indica la figura. Velocidad de vuelo recto constante a 30cm/seg.

Tramo	Tiempo de vuelo [seg]	Giro al fin del tramo*	Posición final
1 (A a B)	0.85	vuelo 60°	B
2 (B a C)	0.5	+85°	C
3 (C a D)	0.45	+92°	D
4 (D a E)	1.1	-79°	E

*ángulo de giro respecto a la dirección de vuelo (se define + en sentido horario y - antihorario - ver figura)

(a) Calcular la posición final de la mosca en coordenadas cartesianas después de cada tramo. Representar gráficamente la trayectoria en la arena.

Después de nuevos experimentos en el ambiente estructurado, los investigadores descubrieron que las moscas compensan este estimulo visual modulando su velocidad de vuelo. En un experimento, una mosca paso por los siguientes puntos a los tiempos indicados:

$A = (-15; -20)$cm, $t = 12$seg;

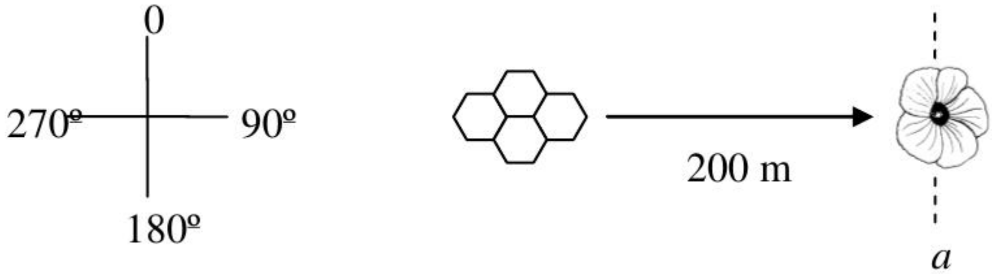
$B = (-29.63; -5.37)$cm, $t = 12.9$seg;

$A = (-17.99; 19.63)$cm, $t = 14.1$seg.

(b) ¿Cuál es la nueva velocidad de vuelo (suponga una velocidad de vuelo constante) en la arena E? ¿Cambió la velocidad de vuelo respecto a la arena U?

Referencia: Tammero LF, and Dickinson MH. J.Exp.Biol. (2002) 205:327-343.

14 Cuando una abeja obrera detecta una fuente de alimento, regresa al hogar y comunica a otras abejas cómo hacer para encontrarla. Para esto realiza una "danza" que informa la distancia de la colmena a la fuente y la dirección respecto del sol en que ésta se encuentra. La decodificación de este fascinante sistema de comunicación le valió al zoólogo alemán Kart von Frisch el premio Nobel de fisiología de 1973. En un trabajo publicado en 2005 en la revista Nature[1], J.R. Riley y colaboradores adosan transmisores a las abejas y estudian el vuelo seguido por ellas luego de presenciar una danza.



Izq: La convención de ángulos usada por Riley. 90° corresponde al este. Der: La fuente de alimento se encuentra a 90° y 200 metros de la colmena. Definimos la línea imaginaria a que corre de 0° a 180° y pasa por la fuente.

(a) Una de las abejas seguidas navega con velocidad constante en línea recta con dirección 87°y tarda 28s en cruzar la línea a. ¿Cuál es su vector velocidad? ¿A cuántos m/s viaja?

Esa abeja navegaba cuando no soplaba viento. Cuando sopla viento, es necesario distinguir entre la "velocidad respecto a tierra" (v_t) y la "velocidad respecto al aire" (v_a). Se define que $v_t = v_a + v_v$, donde v_v es la velocidad del viento. Por supuesto, para movimientos en dos dimensiones estas velocidades son magnitudes

[1] The flight paths of honeybees recruited by the waggle dance. Nature, vol 435, pag 205.

vectoriales. En el punto (a) la trayectoria se definía en relación a la tierra, por lo tanto la velocidad calculada fue v_t. ¿Cuál era el vector v_a?

Con este tipo de análisis Riley describe cómo las abejas son capaces de corregir su vuelo para compensar el arrastre del viento.

(b) Ahora sopla viento de 3,3 m/s en dirección 38°. Se observa que la trayectoria seguida por otra abeja es exactamente igual que en (a). Halle los vectores v_v y v_a. ¿Hacia que ángulo apunta v_a ? ¿cuál es el módulo de su velocidad respecto al aire?

15 Un río de orillas rectas y paralelas tiene un ancho de 40m. El agua del río baja a una velocidad de 4km/h paralela a los márgenes. Un nadador quiere cruzar el río en línea recta desde el punto A hasta el B.

(a) ¿En qué dirección tiene que nadar para llegar a B en un minuto? ¿a qué velocidad nada?

(b) ¿Cuál es la mínima velocidad que puede tener el nadador para poder llegar a B (siempre en línea recta)?

16 El mismo nadador del ejercicio anterior quiere volver de B hasta A un tiempo después pero observa que la corriente del río ya no es la misma. Decide nadar a 6km/h en cierta dirección pero llega a la otra orilla a 20 metros de A (río abajo) después de nadar 1,5 minutos.

(a) ¿Cuál es la velocidad del agua del río ahora? ¿En qué dirección nadó?

(b) ¿Podría haber llegado justo al punto A eligiendo una mejor dirección de nado?

Optativos

17 Sabiendo que una partícula a tiempo $t = 0$ parte del origen y se mueve en línea recta con velocidad $v(t) = 3\frac{m}{s}\, e^{-2t/s}$, encuentre la posición $x(t)$. Analice si la partícula se detendrá en algún momento y, si es así, hasta qué posición llegará.

18 Una piedra se hunde en el agua con una aceleración dada por $a = g - b\,v$, donde g es la aceleración de la gravedad (10 m/s^2) y b es una constante positiva que depende de la forma y del tamaño de la piedra y de las propiedades físicas del agua. Nótese que en este caso la aceleración de la piedra depende de su velocidad.

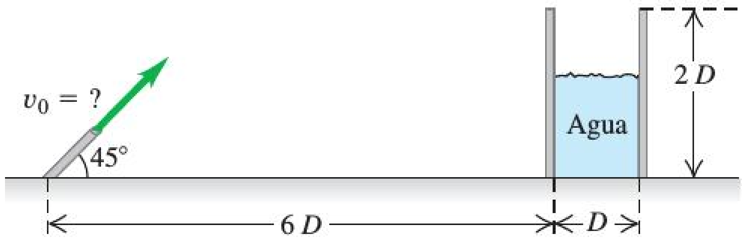
(a) ¿Cuáles son las unidades de la constante b?

(b) Suponiendo que la piedra parte del reposo, encuentre la función $v(t)$ que describe la velocidad de la piedra en función del tiempo.

(c) Usando el resultado de (b), exprese la aceleración y la posición de la piedra en función del tiempo.

(d) ¿Qué distancia recorre una piedra de $b = 1$ en 1seg? ¿y una de $b = 2$? (las unidades de b son las que averiguó en la pregunta (a)).

(19) Se utiliza una manguera para llenar de agua un contenedor cilíndrico grande de diametro D y altura $2D$. La manguera lanza el agua a $45°$ sobre la horizontal, desde el mismo nivel que la base del tanque, y está a una distancia de $6D$ de éste. ¿Para qué intervalo de velocidades de lanzamiento (v_0) el agua entrará en el contenedor? Exprese su respuesta en términos de D y de g.



(20) Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales. Es decir, encuentre las funciones $y(t)$. En todos los casos, y_0 es una constante.

(a) $\frac{dy}{dt} = 2$; $y(0) = 0$

(b) $\frac{dy}{dt} = e^t + 2$; $y(0) = y_0$

(c) $\frac{dy}{dt} = 2y$; $y(1) = y_0$