Movimiento Circular & Movimiento Armónico Simple

- Repasamos cinemática de movimiento circular
- Repasamos dinámica de movimiento circular
- Péndulo Cónico
- Introducción a los fenómenos periódicos
- Movimiento Armónico Simple y ecuación diferencial que lo caracteriza
- Presentación de la Fuerza Elástica

Movimiento Circular Uniforme

Un cuerpo se mueve con módulo de velocidad constante en un círculo de radio R

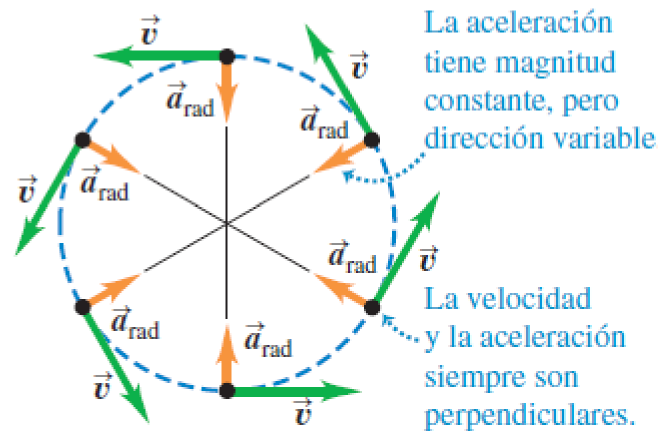
T es el período
R es el radio
v es el módulo de la velocidad
a_{rad} = es la
Aceleración
Centrípeta o radial

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} \quad \text{(movimiento circular uniforme)} \qquad (5.14)$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

a) Movimiento circular uniforme



En términos del periodo, a_{rad} es

$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \quad \text{(movimiento circular uniforme)} \qquad (5.16)$$

Es muy conveniente usar **coordenadas polares** **(**$\widehat{r(t)}, \widehat{\theta(t)}$**)** para describir (entre otros) este tipo de movimiento

Vector Posición: $\bar{r} = r\hat{r}$ donde $|\bar{r}| = r$

Vector Velocidad: $\bar{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\hat{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$

Vector Aceleración: $\bar{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$

Casos Particulares:

1. Movimiento de Radio constante

Si $r = R \Rightarrow \dot{r} = 0$ y $\ddot{r} = 0$

$$\bar{a} = -R\dot{\theta}^2\hat{r} + R\ddot{\theta}\hat{\theta}$$

Casos Particulares:

2. + velocidad angular $\omega = \dot{\theta}$ = constante

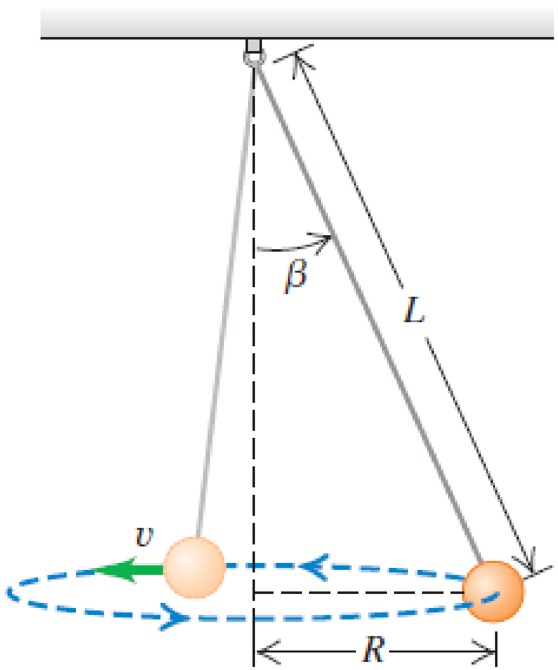
$\dot{\theta} = \omega$ = constante $\Rightarrow \bar{a} = -R\dot{\theta}^2\hat{r}$

$\ddot{\theta} = 0 \qquad \bar{a} = -R\omega^2\hat{r}$

Péndulo Cónico

5.32 a) La situación. b) Nuestro diagrama de cuerpo libre.

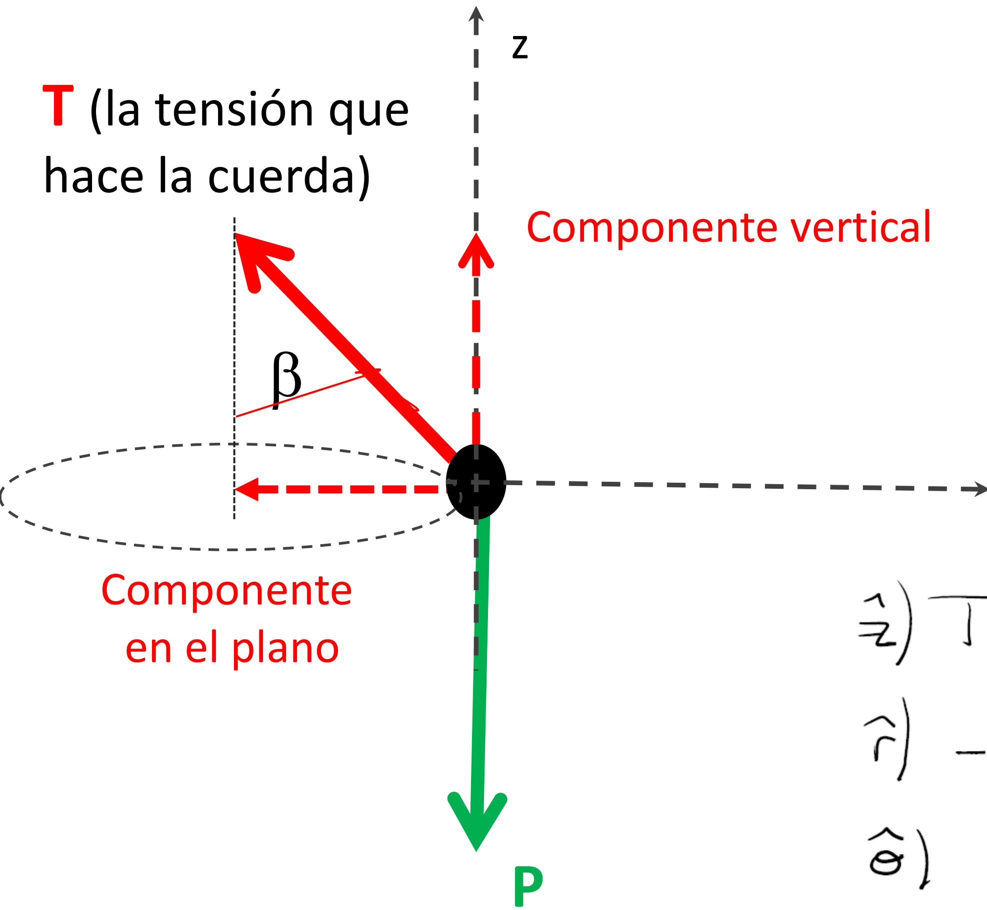
a) La situación



b) Diagrama de cuerpo libre de la lenteja

Intentar escribir las ecuaciones de Newton para este sistema

https://www.youtube.com/watch?v=VyhR1Hf1_OU



$$\hat{z}: T_z - mg = 0 \quad (1)$$

$$\hat{r}: -T_r = m.a_r \quad (2)$$

$$\hat{\theta}: 0 = m.a_\theta \quad (3)$$

$\hat{z})\ T\cos\beta = mg \rightarrow T = \dfrac{mg}{\cos\beta}$

$\hat{r})\ -T\sin\beta = -m.R\dot{\theta}^2\hat{r}$

$\hat{\theta})\ 0 = m\ddot{\theta}R\hat{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

$\dfrac{d\dot{\theta}}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{\theta} = cte = \omega$

La partícula realiza un movimiento circular en el plano. Puedo usar **coordenadas polares**

7)

$$\frac{\cancel{m}g}{\cos\beta}\cdot \cancel{\sin}\beta = mR\omega^2 = \cancel{m}L\,\cancel{\sin\beta}\,\omega^2$$

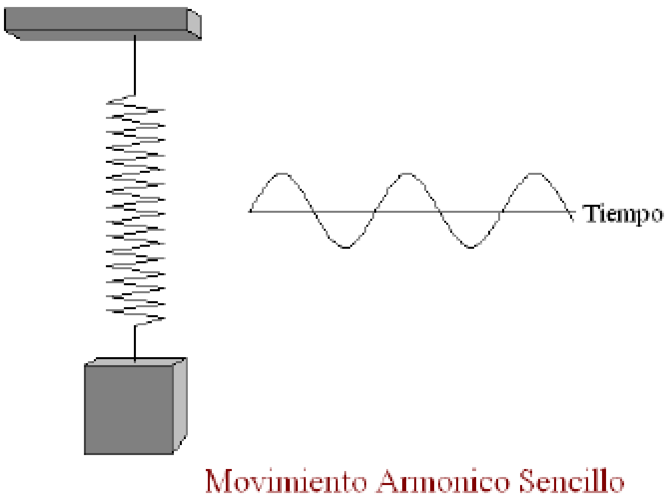
$$\left.R = L\sin\beta\right\}$$ Por relac. de Δ rectang

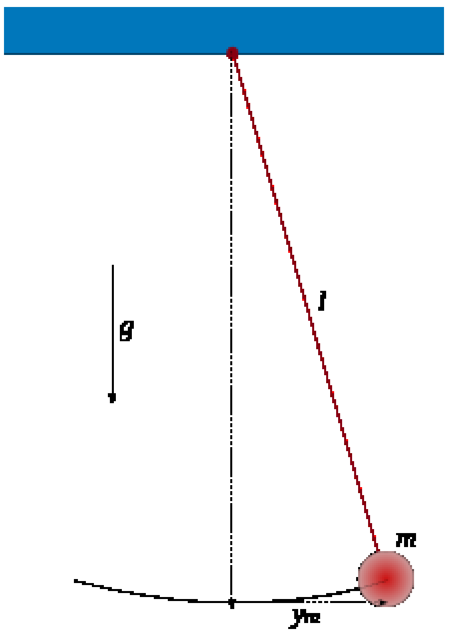
$$\frac{g}{\cos\beta} = L\left(\frac{2\pi}{\tau}\right)^2 \Rightarrow \tau = \sqrt{\left(2\pi\right)^2\frac{L.\cos\beta}{g}}$$

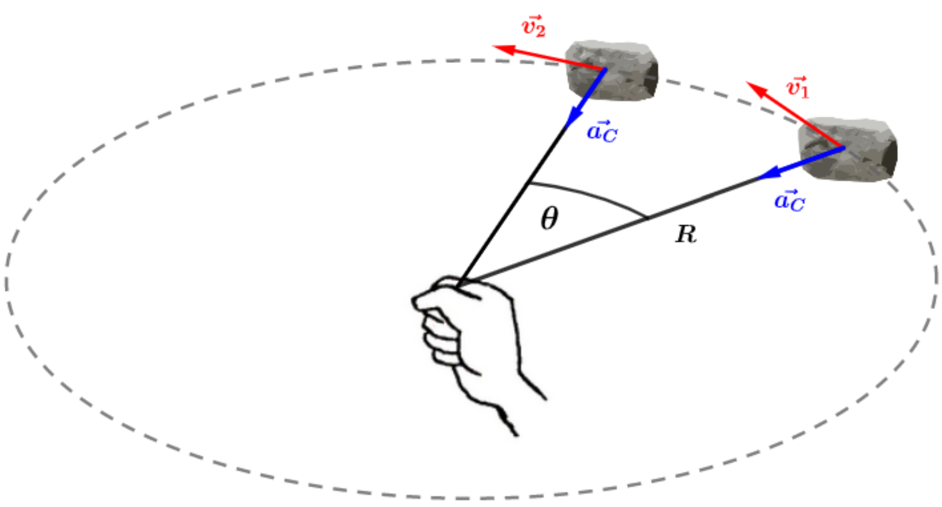
$$\boxed{\tau = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\beta}{g}}}$$

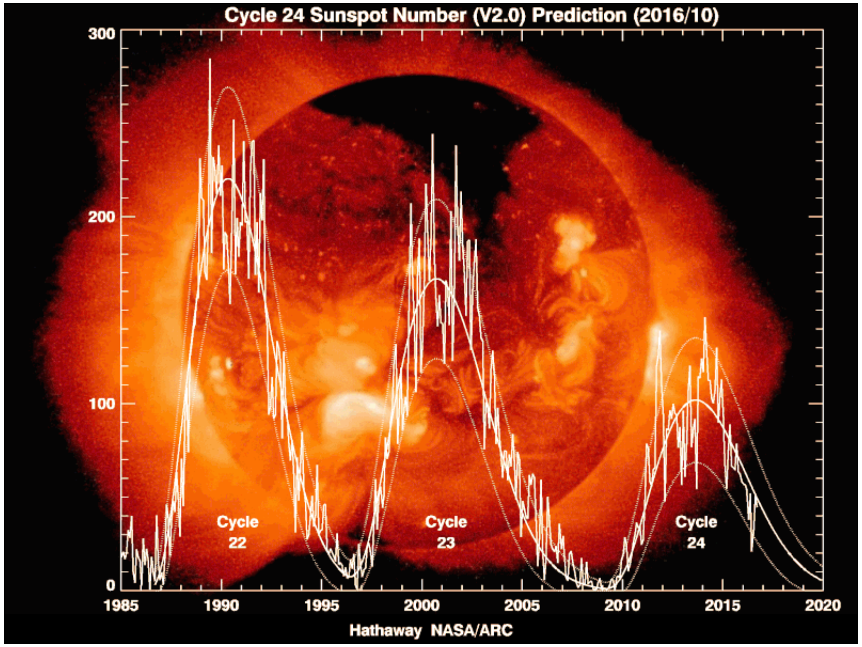
Movimientos Oscilatorios

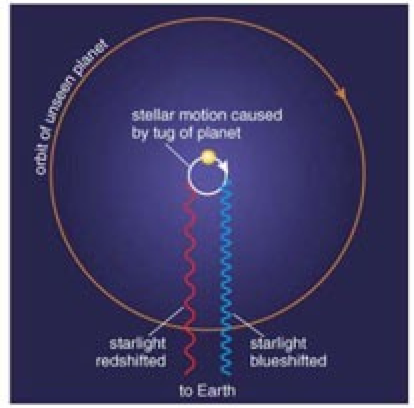
https://phet.colorado.edu/sims/html/pendulum-lab/latest/pendulum-lab_es.html



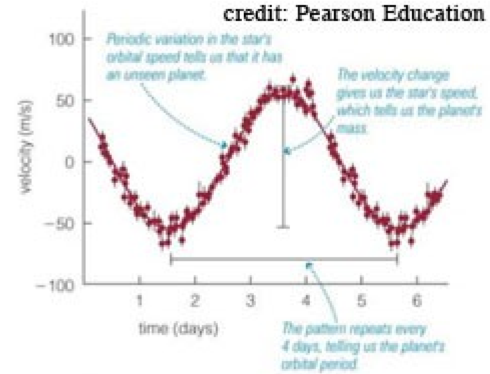




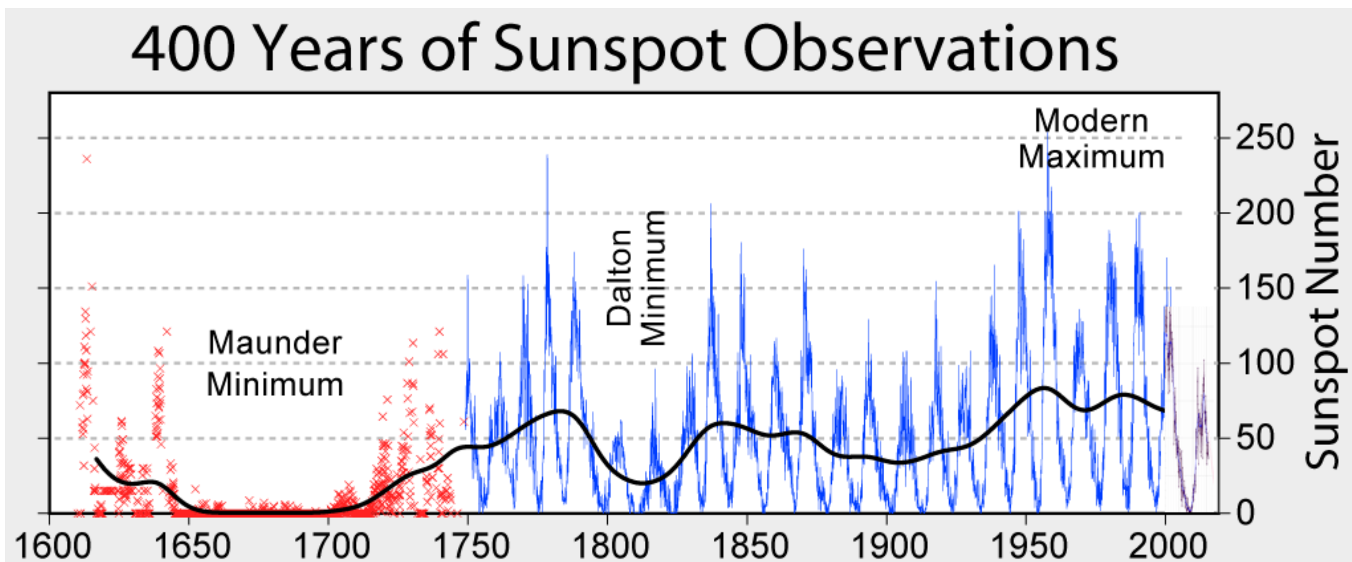




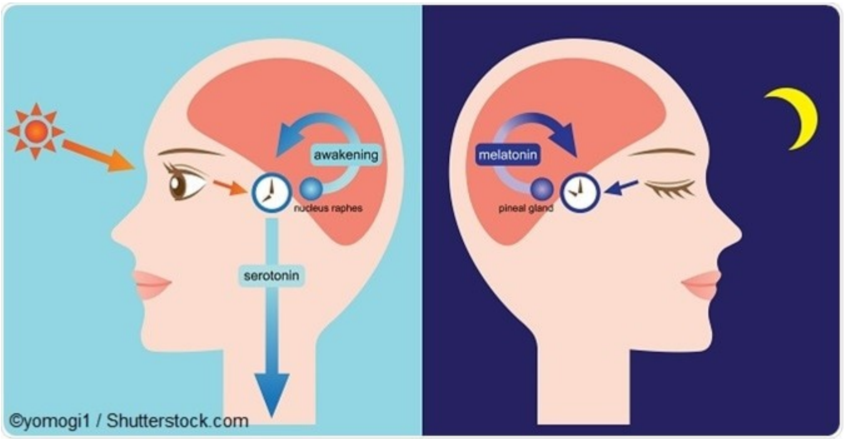
a Doppler shifts allow us to detect the slight motion of a star caused by an orbiting planet.

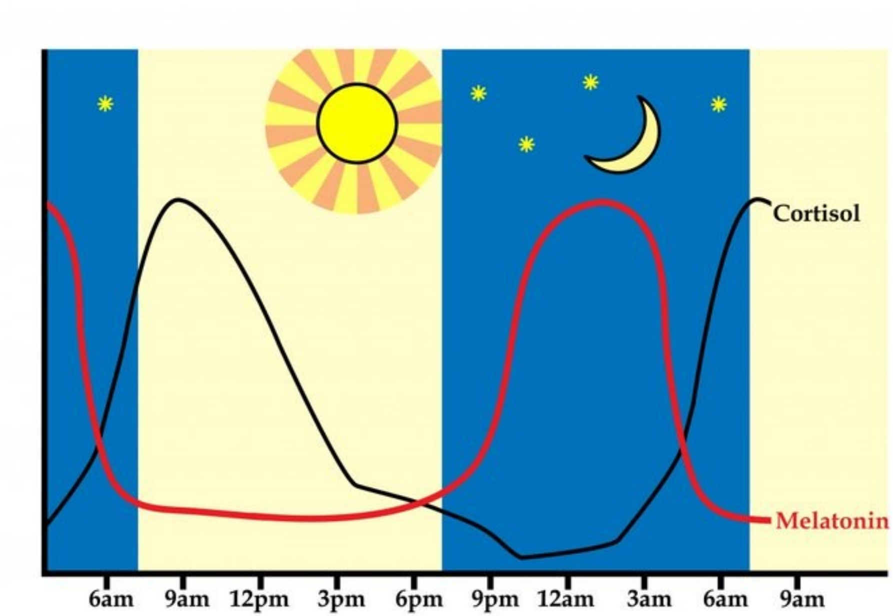


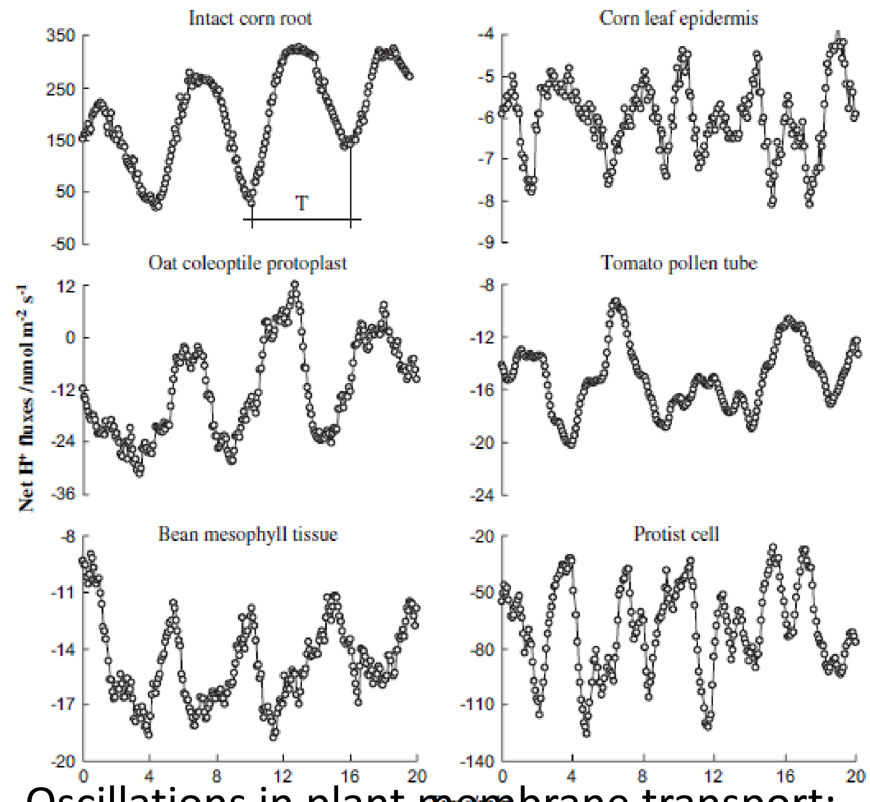
b A periodic Doppler shift in the spectrum of the star 51 Pegasi shows the presence of a large planet with an orbital period of about 4 days. Dots are actual data points; bars through dots represent measurement uncertainty.



En sistemas biológicos



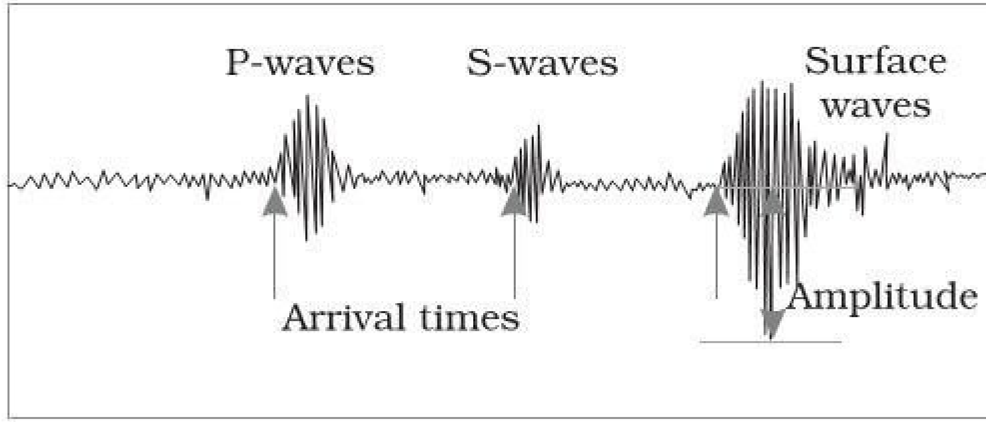




Oscillations in plant membrane transport: model predictions, experimental validation, and physiological implications

https://academic.oup.com/jxb/article/57/1/171/442092

Geología:



Types of Seismic waves or earthquake waves

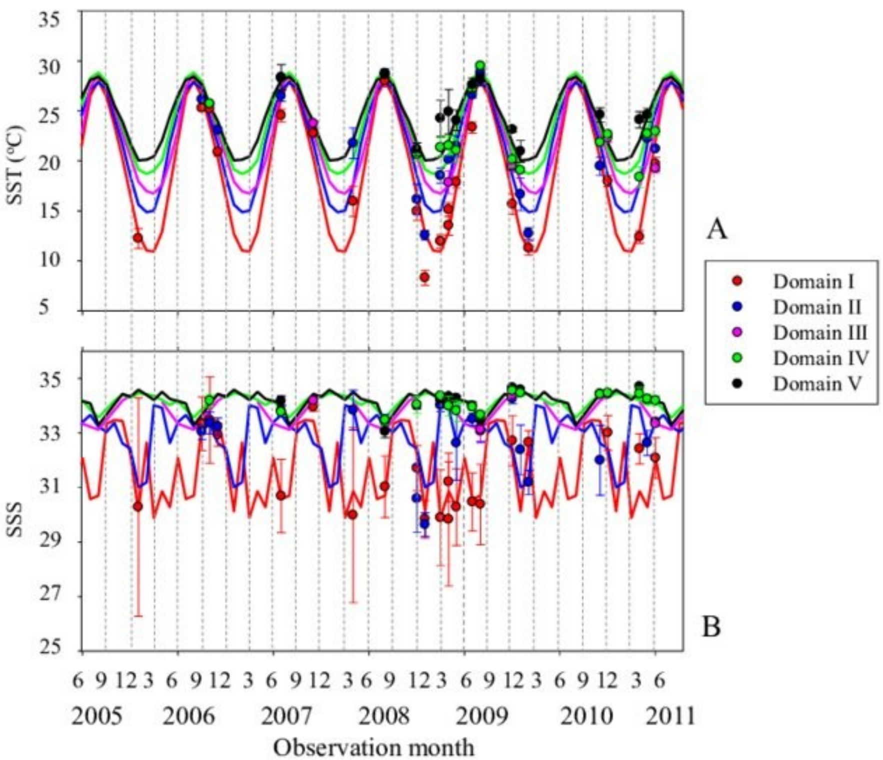
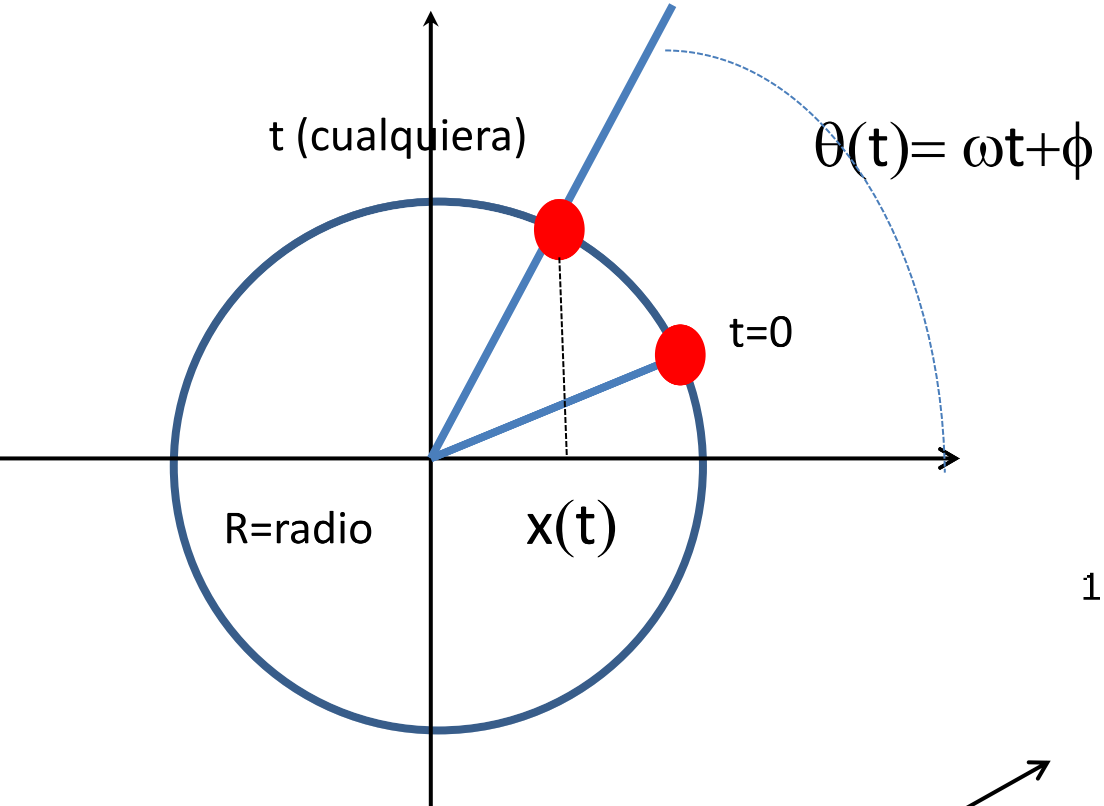
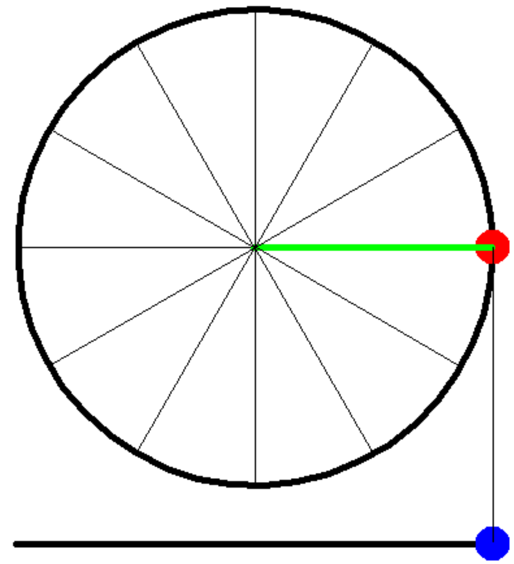


Figure 4. Seasonal variations in sea surface temperature (SST, a) and salinity (SSS, b) in Domain I (red curve), Domain II (blue curve), Domain III (pink curve), Domain IV (green curve) and Domain V (black curve). The mean SST data were retrieved with the Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer (MODIS) on board the Aqua satellite from the NASA

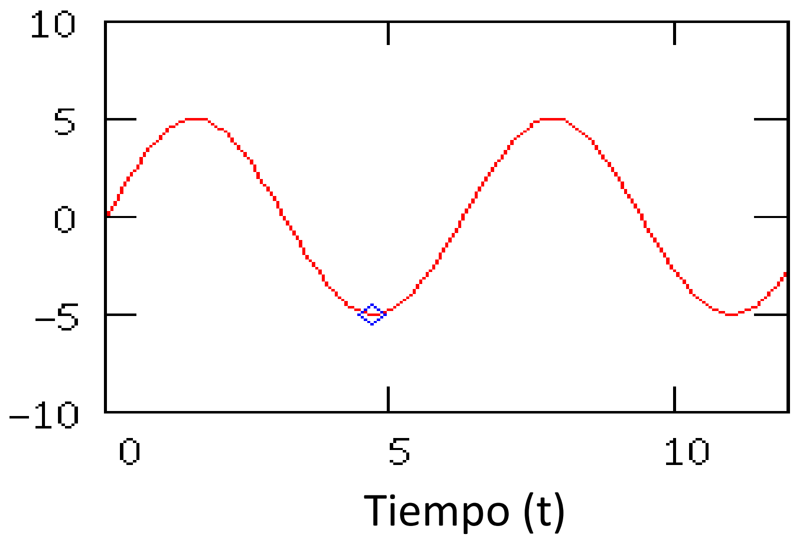
Movimiento Circular &
Movimiento Armónico Simple





$$x(t) = R.\cos\,(\varpi t + \phi)$$

$$y(t) = R.\mathrm{sen}\,(\varpi t + \phi)$$



Si una variable (cualquiera que sea útil para describir un problema) puede describirse a partir de una función periódica (seno o coseno) podemos decir que el comportamiento del sistema es periódico: es lo que llamamos un **MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE**

$$x(t) = Acos(\omega t + \phi) \qquad (1)$$

A es la amplitud de oscilación

ω es la frecuencia de oscilación

ϕ es la fase

$\tau = 2\pi/\omega$ es el Período de la oscilación

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega sin(\omega t + \phi) \qquad (2)$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 cos(\omega t + \phi) \qquad (3)$$

Vemos que la derivada segunda de x respecto al tiempo y x(t) se parecen mucho

$$\omega^2 Acos(\omega t + \phi) + [-A\omega^2 cos(\omega t + \phi)] = 0$$

$$\omega^2 x(t) + \ddot{x}(t) = \ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0$$

$$\boxed{\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0}$$

Ecuación diferencial lineal de segundo orden

Las soluciones de esta ecuación diferencial son funciones trigonométricas con esta forma:

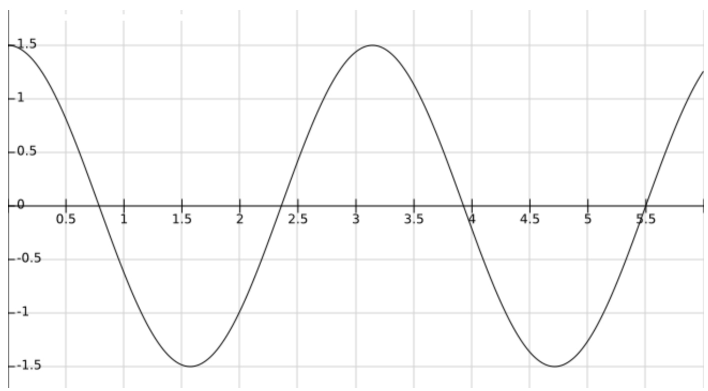
$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

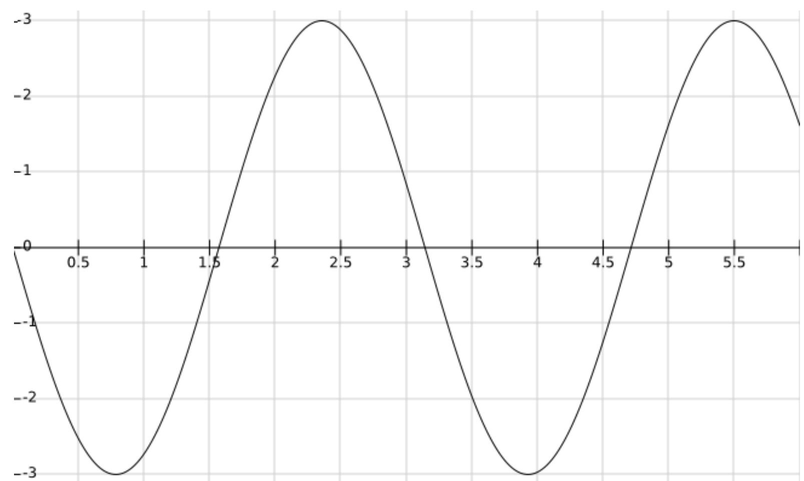
$$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$$

A y ϕ se obtienen a partir de las **condiciones iniciales x(t=0) y v(t=0)** en general son datos

Algunos detalles para tener en cuenta

Si $x(t) = Acos(\omega t + \phi)$ => $\dot{x}(t) = v(t) = -A\omega sin(\omega t + \phi)$

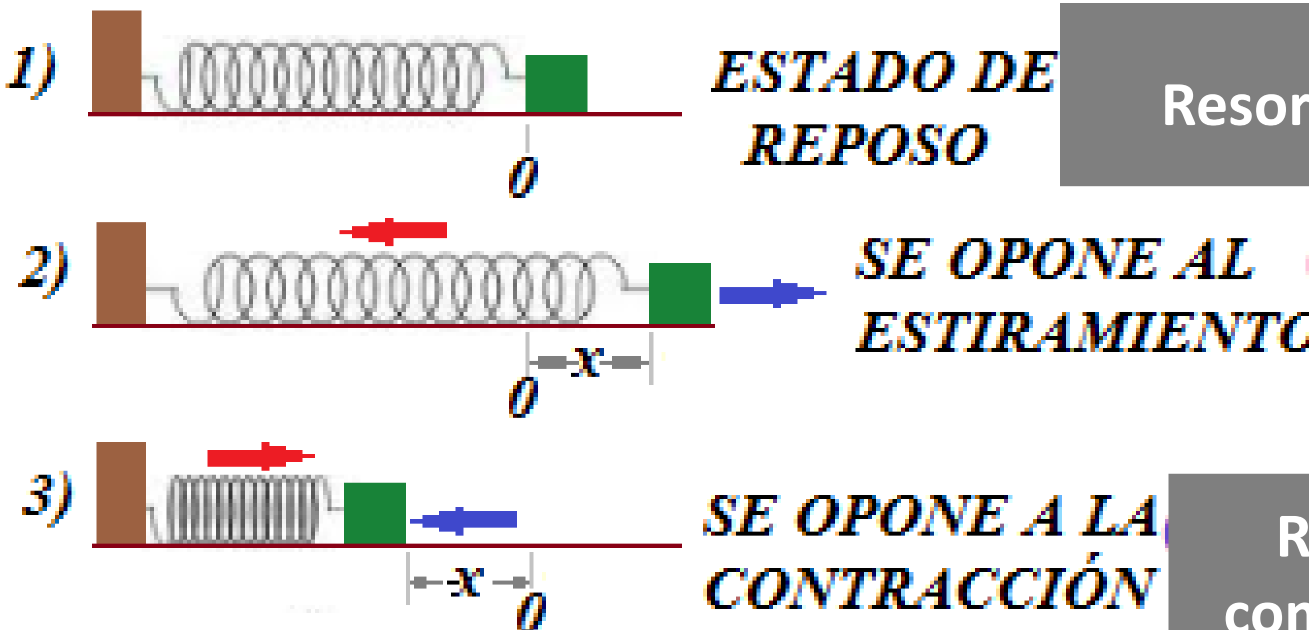




En este caso A=1.5 y la fase ϕ=0 y ω=2

El máximo de la velocidad será cuando |v(t)|=Aω

Fuerza Elástica: Resorte Lineal



Resorte sin estirar

Resorte estirado

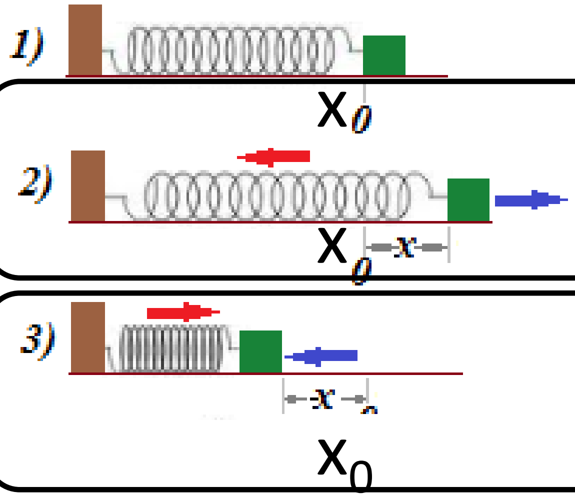
Resorte comprimido

F ∝ Δl esto significa que el módulo de la fuerza es proporcional al estiramiento

$$\overrightarrow{F_e} = -k.\overrightarrow{\Delta l}$$

k es la constante elástica del resorte

[k]=N/m (unidades de *k*)



$$\overrightarrow{\Delta l} = (l - l_0)\hat{x} = (x - x_0)\hat{x}$$

Si $(x - x_0) > 0 \Rightarrow F_e < 0$

Si $(x - x_0) < 0 \Rightarrow F_e > 0$

FUERZA RESTITUTIVA

En un sistema de referencia en 1D (en x) la Fuerza elástica es:

$$\overrightarrow{F_e} = -k(x - x_0)\hat{x}$$