

Evolución de la SHG bajo condiciones de phase matching

(haz de entrada con agotamiento de intensidad "depleted")

Vemos que si la distancia de interacción de la SH es suficientemente larga \Rightarrow la aproximación de pequeña perturbación deja de valer

\Rightarrow Supongamos que hay agotamiento de la intensidad en w en favor del campo de 2da armónica, o sea

$$\begin{array}{ccc} E(w) & \rightarrow & E(w, z) \\ E^*(w) & \underbrace{\hspace{1cm}} & E^*(w, z) \\ & & \text{varían con la distancia} \end{array}$$

\Rightarrow Si miramos la ec(5.15) de la clase pasada, ahora nos queda:

$$(6.1) \frac{\partial E}{\partial z}(2w, z) = \frac{i(2w)^2}{k_2 c^2} \text{ deff } E^2(w, z) e^{i\Delta k z} \quad \text{con } \Delta k = 2k_1 - k_2$$

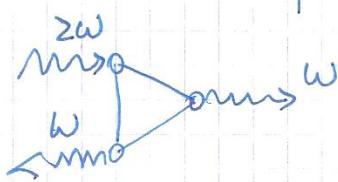
$\brace{}$
esto depende de z

en condición de phase matching perfecto $k_2 = 2k_1 \Rightarrow$

$$\frac{\partial E}{\partial z}(2w, z) = \frac{i(2w)^2}{k_1 c^2} \text{ deff } E^2(w, z) \quad (6.2)$$

Ahora necesitamos proponer como es la evolución de $E(w, z)$ con z

Escribamos como sería la polarización no lineal en w, $P^{(2)}(w, z)$



$\brace{}$ esta va a ser la fuente de $E(w, z)$

$$P^{(NL)}(w, z) = z \text{ deff } E(2w, z) E^*(w, z) \quad (6.3)$$

$\brace{}$
Este deff es el mismo que en (6.1)? (kleinman)

Si escribimos para $E(\omega, z)$ una ecuación similar a (6.2) que provenía (clases) de ponerla en la ecuación de onda y usar la aproximación de envolvente lentamente variable \Rightarrow quede (hagan la cuenta)

$$\frac{\partial E}{\partial z}(\omega, z) = i \frac{\omega^2}{k_1 c^2} \text{deff } E(2\omega, z) E^*(\omega, z) \quad (6.4)$$

$(\Delta k = 0; k_2 = 2k_1)$

\Rightarrow como resultado tenemos 2 ecuaciones acopladas (6.2) y (6.4)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial z}(2\omega, z) &= i \frac{2\omega^2}{k_1 c^2} \text{deff } E^2(\omega, z) \\ \frac{\partial E}{\partial z}(\omega, z) &= i \frac{\omega^2}{k_1 c^2} \text{deff } E(2\omega, z) E^*(\omega, z) \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

Obsérvese que las (6.4) se podrían generalizar a $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, suma de frecuencias, de la siguiente manera:

$$\frac{\partial E}{\partial z}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, z) = i \frac{(\omega_1 + \omega_2)^2}{k_3 c^2} \text{deff } E(\omega_1) E^*(\omega_2) \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z}(\omega_1, z) = i \frac{\omega_1^2}{k_1 c^2} \text{deff } E(\omega_3) E^*(\omega_2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z}(\omega_2, z) = i \frac{\omega_2^2}{k_2 c^2} \text{deff } E(\omega_3) E^*(\omega_1)$$

(Después vamos a volver a ellas)

Hay que resolver (6.5) con las condiciones de contorno $E(2\omega, z=0) = 0$ $E(\omega, z=0) = E_1$ $\quad (6.6)$

la amplitud del campo incidente en la superficie del material

Las ecuaciones 6.5 se pueden resolver después de muchas cuentas, está resuelto en el Boyd, sección 2.7 y en el Mills, sección 4.3 (hay algunas errores) con las condiciones de contorno escritas arriba (6.6)

⇒ se llega a

solución para campo fundamental y $\xi \ll l$ dará el caso de agotamiento del campo incidente y phase matching perfecto

$$\left. \begin{aligned} E(\omega, \xi) &= \frac{|E_1|}{\cosh(\xi)} \\ E(2\omega, \xi) &= |E_1| \tanh(\xi) \end{aligned} \right\} \quad (6.7a)$$

$$\text{con } \xi = \frac{z}{l} \quad \text{y} \quad l = \frac{\sqrt{n(\omega) \cdot n(2\omega)}}{2\omega \text{ deff} |E_1|} \quad (6.8)$$

Si graficamos la función (6.7) queda

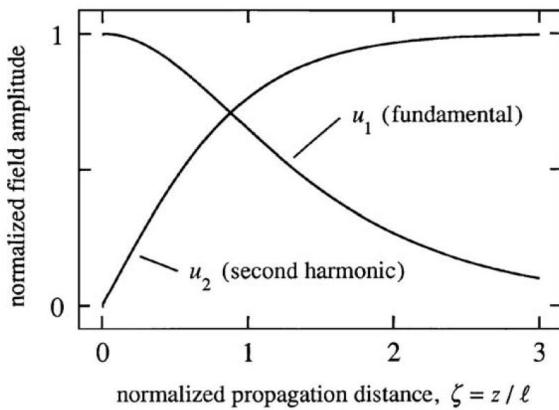


Figura 2.73
del Boyd

Volvamos ahora a las ecuaciones de generación de suma de frecuencias (6.5)

Vamos a cambiar a una notación más clara que nos va a servir para todos los mezcladores de onda

$$E(\omega_i, z) = A_i e^{j k_i z} e^{-j \omega_i t}$$

→ fase
 → dependencia armónica
 → compleja

amplitud compleja queda
 Ser dependiente de z
 lentamente variable

⇒ escribimos para este caso

$$E(\omega_1, z) = A_1 e^{ik_1 z} e^{-i\omega_1 t}$$

$$E(\omega_2, z) = A_2 e^{ik_2 z} e^{-i\omega_2 t}$$

$$E(\omega_3, z) = A_3 e^{ik_3 z} e^{-i\omega_3 t}$$

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$$

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$$

$$\text{y } A_i = A_i(z)$$

⇒ las ecuaciones acopladas van a ser

Ec. acopladas para el

Caso más general de Suma de 3 ondas

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} = i \frac{\omega_3^2}{k_3 c^2} \text{ deff } A_1 A_2 e^{-i\Delta k} \quad (6.9a)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} = i \frac{\omega_2^2}{k_2 c^2} \text{ deff } A_3 A_1^* e^{i\Delta k} \quad (6.9b)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = i \frac{\omega_1^2}{k_1 c^2} \text{ deff } A_3 A_2^* e^{i\Delta k} \quad (6.9c)$$

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$$

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$$

Este tipo de ecuaciones van a aparecer en todos los casos más generales de mezclas de ondas

(Problema 3.5, conservación del flujo de potencia a partir de 6.9)

Se conserva la energía & el número de fotones

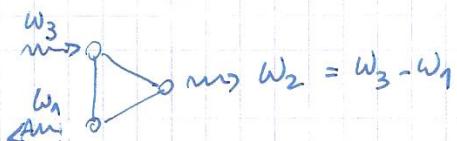
Breve paso por la microscopía de STG

↓ (en archivos aparte)

Generación de frecuencia diferencia

Consideremos ahora el caso de un medio no lineal con $\text{d}_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \chi^{(2)}$

Sin pérdidas sobre el cual inciden ondas ω_3 y ω_1 y producen a la salida una onda a la frecuencia diferencia $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$



Asumimos por simplicidad que la onda a ω_3 es un bombeo con alta intensidad
 \Rightarrow vamos a considerar que no hay agotamiento en A_3

\Rightarrow las ecuaciones (6.9) las escribimos:

$$(6.10) \quad \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad \frac{\partial A_1}{\partial z} = i \frac{\omega_1^2}{k_1 c^2} \text{d}_{\text{eff}} A_3 A_2^* e^{i \Delta k} \\ (b) \quad \frac{\partial A_2}{\partial z} = i \frac{\omega_2^2}{k_2 c^2} \text{d}_{\text{eff}} A_3 A_1^* e^{i \Delta k} \end{array} \right.$$

con
 $\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$

e ignoramos la ecuación para A_3

Vamos a considerar phase matching perfecto $\Delta k = 0$

tomamos la derivada respecto a z de 6.10b

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial z^2} = i \frac{\omega_2^2}{k_2 c^2} \text{d}_{\text{eff}} \left(\frac{\partial A_3}{\partial z} A_1^* + A_3 \frac{\partial A_1^*}{\partial z} \right) \quad (6.11)$$

(no agotamiento de A_3)

Conjugamos 6.10a

$$\frac{\partial A_1^*}{\partial z} = \frac{\omega_1^2}{k_1 c^2} \text{d}_{\text{eff}} A_3^* A_2 \quad (6.12)$$

Si introducimos (6.12) en (6.11) queda:

$$\boxed{\frac{\partial^2 A_2}{\partial z^2} = \kappa^2 A_2} \quad \text{esta no depende de } z \quad (6.13)$$

donde $\kappa^2 = \frac{4 \alpha_{\text{eff}}^2 \omega_1^2 \omega_2^2}{k_1 k_2 C^4} |A_3|^2$ (6.14)

la resolución de (6.13) son términos del tipo e^{az} $e^{-az} \Rightarrow$ la solución más general es:

$$A_2(z) = C \sinh(\kappa z) + D \cosh(\kappa z) \quad (6.15)$$

donde C y D quedan definidas por las condiciones iniciales

tomemos $A_2(0) = 0$ y $A_1(0)$ un valor fijo dado (6.16)

sustituyendo (6.16) en (6.15) queda

$$A_2(z) = C \sinh(\kappa z)$$

y de (6.10a)

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = i \frac{\omega_1^2}{k_1 C^2} \text{eff} A_3 C^* \sinh(\kappa z) \quad (6.17)$$

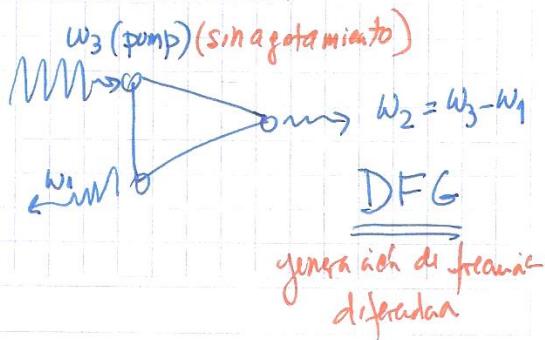
Integrando queda

Amplitudes
de los
campos
en proceso
DFG
para phas
matching
efecto
y bombeo A_3
sin agotamiento

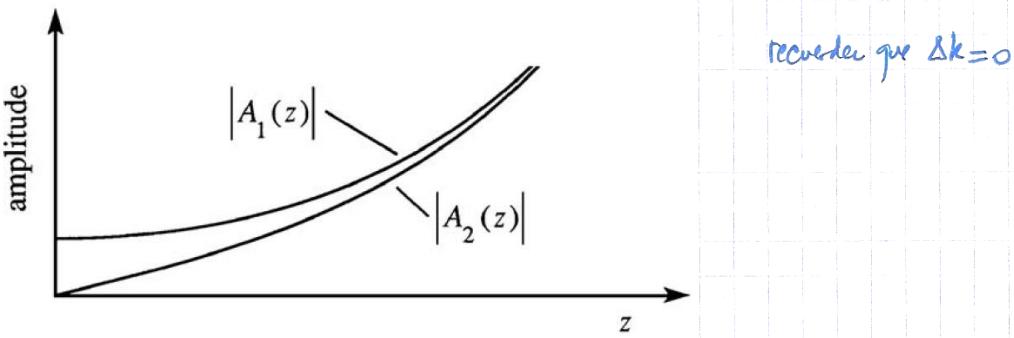
$$\boxed{A_1(z) = A_1(0) \cosh(\kappa z)}$$

$$\boxed{A_2(z) = i \left(\frac{n_1 \omega_2}{n_2 \omega_1} \right)^{1/2} \frac{A_3}{|A_3|} A_1(0)^* \sinh(\kappa z)} \quad (6.18)$$

recordemos
la situación



Figúrenos como son las funciones, son exponenciales crecientes

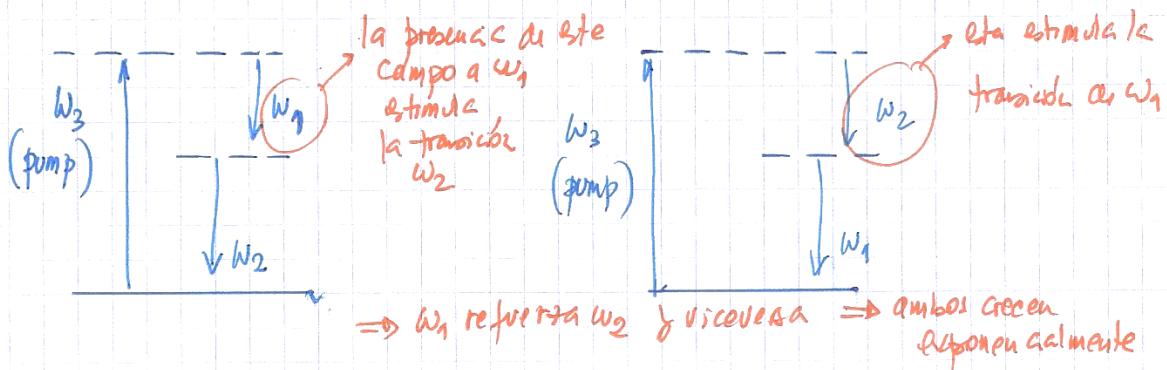


⇒ veamos que A_1 conserva su fase y se amplifica con la interacción (señal)

y que A_2 tiene una fase que depende de la fase del pump (ω_3) y de la señal (ω_1). Esto es lo que se llama amplificación paramétrica

Este comportamiento es cualitativamente distinto que para la generación de frecuencia Suma, que ustedes van a resolver en el problema 3.6 para el cual la solución es oscilatoria

Por qué crece sin oscilar?



Esto se conoce como un proceso paramétrico

Es decir que la "señal" a ω_1 se ve amplificada por el proceso no lineal y la "idler" a ω_2 se genera en el proceso ($\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$). Si se ponen 2 espejos HR a ω_1 & ω_2 se forma un oscilador óptico OPO.

