1. En clase usamos una descripción en el espacio de frecuencias para deducir formalmente la polarización no lineal, en situaciones en que el campo incidente es un numero discreto de ondas monocromáticas. Vimos que esencialmente la $P^{(NL)}(\omega)$ se escribe en términos de los campos $E(\omega')$. En algunas situaciones es más conveniente tener una descripción temporal, por ejemplo, cuando tratamos con pulsos de luz. Formule la descripción temporal de $P^{(NL)}(t)$ para los dos órdenes más bajos en nolinealidad, considerando un medio isótropo y homogéneo y despreciando la dispersión espacial. Demuestre que:

$$P^{(2)}(t) = \frac{1}{(2\pi)^2}\varepsilon_0 \iint_{-\infty}^{\infty} d\omega_1\, d\omega_2\, \chi^{(2)}(\omega_\sigma; \omega_1, \omega_2) E(\omega_1) E(\omega_2) e^{-i\omega_\sigma t} \qquad \text{con} \qquad \omega_\sigma = \omega_1 + \omega_2$$

y

$$P^{(3)}(t) = \frac{1}{(2\pi)^3}\varepsilon_0 \iint_{-\infty}^{\infty} d\omega_1\, d\omega_2\, d\omega_3\, \chi^{(3)}(\omega_\sigma; \omega_1, \omega_2, \omega_3) E(\omega_1) E(\omega_2) E(\omega_3) e^{-i\omega_\sigma t} \quad \text{con } \omega_\sigma = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$$

2. A partir del modelo del oscilador anarmónico planteado en ecuación (7), encuentre la expresión para la polarización no lineal a $3\omega_1$. Discuta la interpretación en términos de los diagramas del tipo (20).

3. Consideremos una molécula triatómica lineal AB_2, para la cual cada átomo B tiene una carga q y la masa del átomo A podemos considerarla infinita. Los átomos se acoplan por resortes anarmónicos, descriptos por un potencial del tipo que vimos en clase (página 4.4), donde x es la diferencia entre la posición instantánea y la de equilibrio de los enlaces. El sistema está entonces descripto por el hamiltoniano:

$$H = \frac{1}{2m_B}(p_1^2 + p_2^2) + U(x_1) + U(-x_2)$$

con x_1 y x_2 el desplazamiento desde el equilibrio para los dos átomos B, uno localizado en x_0 y el otro en $-x_0$. Se incide sobre la molécula con un campo $E_0\, cos(kx - \omega t)$. Encontrar el momento dipolar a 2ω, y demostrar que se hace cero cuando $k \to 0$.

4. Tres campos monocromáticos inciden sobre un material no lineal, con frecuencias $\omega_2, \omega_3\ y\ \omega_4$ donde $\omega_2 > \omega_3 > \omega_4$. Cuántas y cuáles son las posibles frecuencias de salida para un proceso $\chi^{(2)}$ y un proceso $\chi^{(3)}$?

5. a) Estime para un material no-centrosimétrico el valor del parámetro a en la ecuación (7) y suponiendo un caso de excitación no resonante obtenga una estimación de $\chi^{(2)}$ y compárelo con típicos valores tabulados. Ayuda: considere que el valor de la fuerza restitutiva no lineal es del orden de la lineal cuando el desplazamiento del electrón de su posición de equilibrio es del orden del tamaño del átomo.
   b) Lo mismo para un material centrosimétrico, el valor del parámetro b y $\chi^{(3)}$.

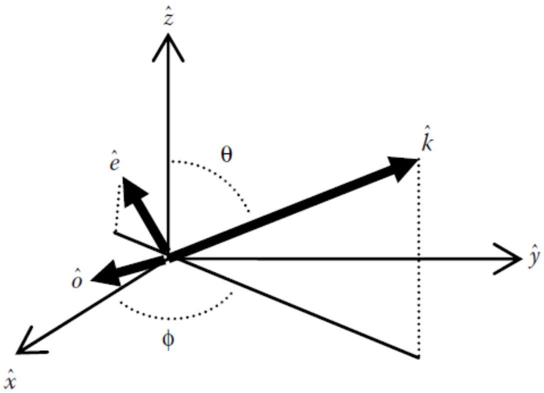
   Tablas puede consultar por ejemplo en los libros de Boyd y Powers

6. Escriba un código para resolver un oscilador anarmónico utilizando magnitudes y parámetros razonables como los estimados en 5. Compare la solución simulada “exacta” con los resultados obtenidos en la clase, ecuaciones (14) y (19).

7. El cristal KDP pertenece al grupo puntual $\bar{4}2m$ y tiene una matriz d_{il} de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{36} \end{pmatrix}$$

Suponga que incide un campo monocromático ordinario $\hat{o}$ con frecuencia ω, con un vector de onda $\hat{k}$ como se muestra en la figura



a) En qué dirección apunta la polarización de segunda armónica $\bar{P}^{(2)}(2\omega)$?

b) Calcule el coeficiente d_{eff}

c) Calcule $P_e^{(2)}(2\omega)$, la polarización para la segunda armónica en el eje extraordinario y compare el valor obtenido para $d_{eff,e}$ con el valor tabulado en la tabla 3.3 del Powers (mostrada al final de la clase 4)