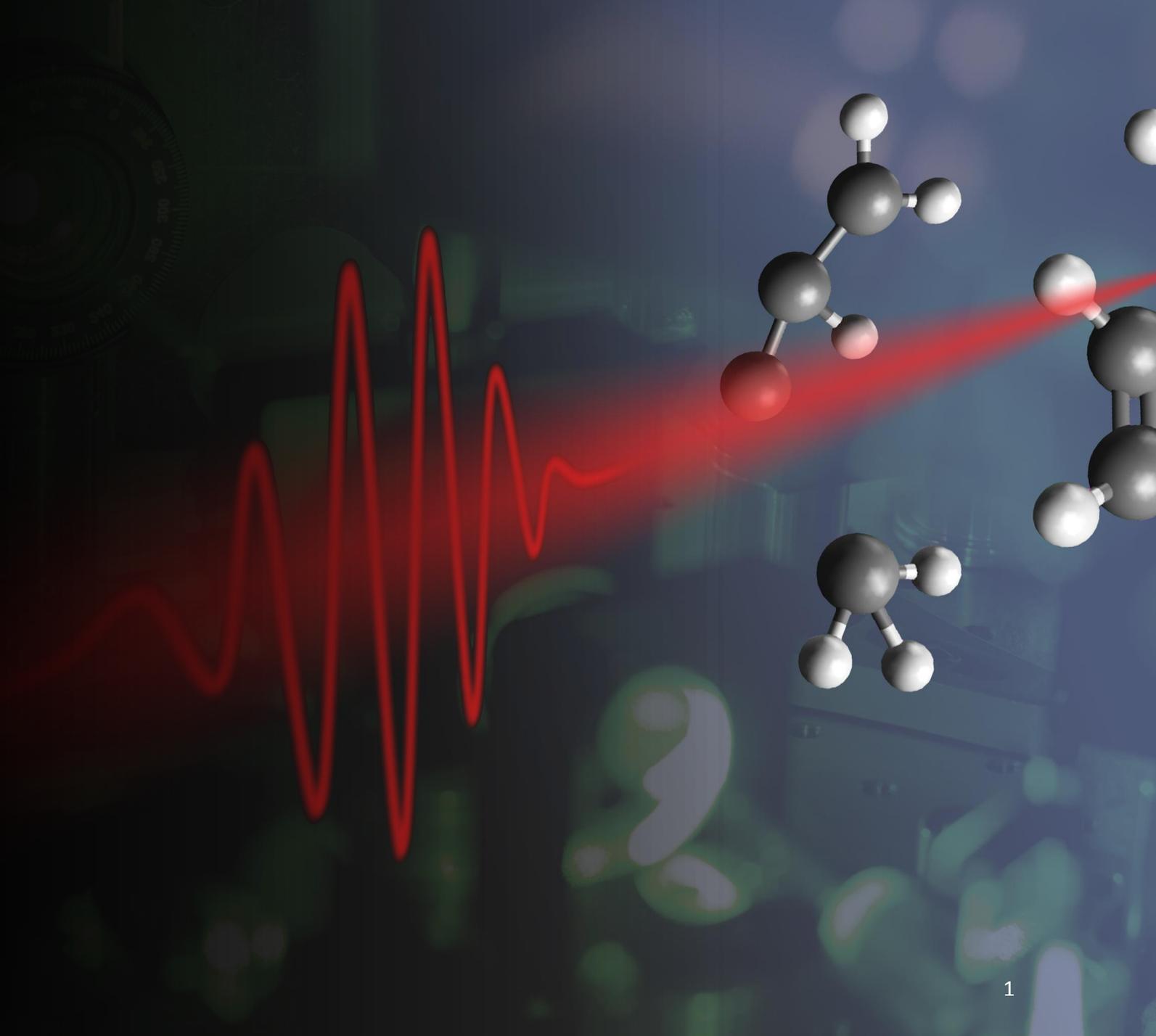




# Optica no lineal y ultra-rápida

## Clase 13

---

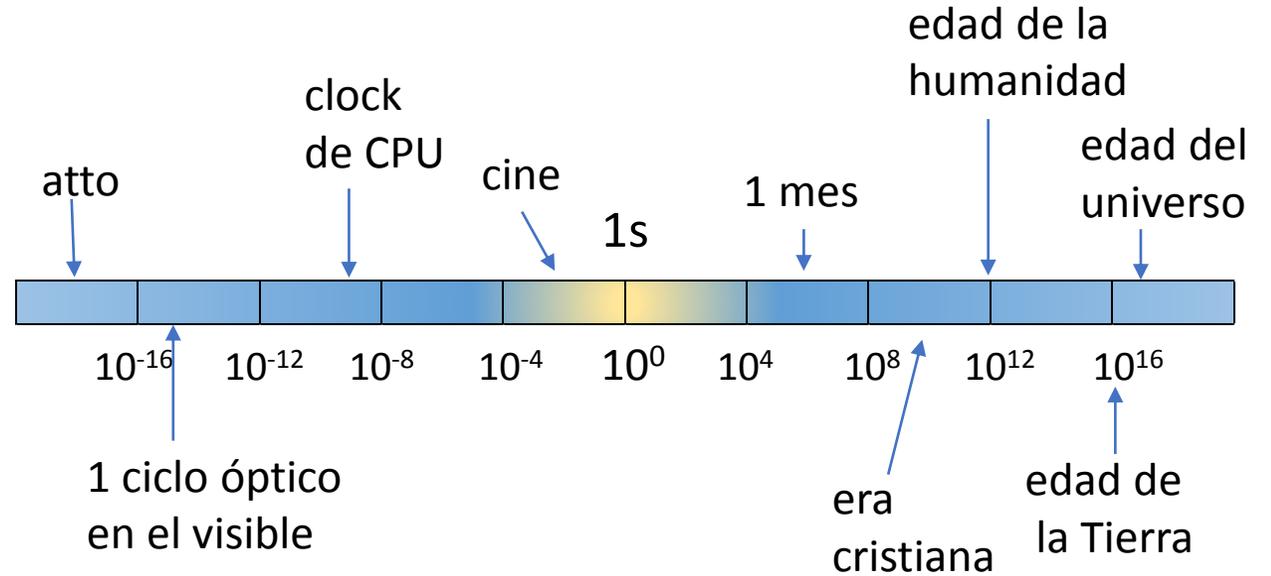


# Óptica ultra-rápida

## Qué es rápido y ultra-rápido?

chico/corto		grande/largo	
-------------	--	--------------	--

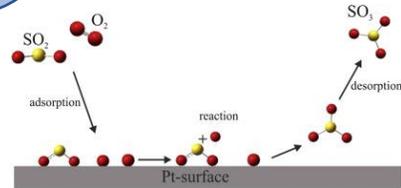
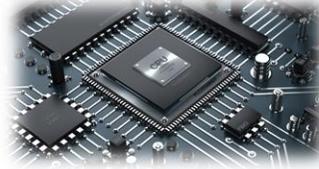
mili (m)	$10^{-3}$	kilo (k)	$10^3$
micro ( $\mu$ )	$10^{-6}$	Mega (M)	$10^6$
nano (n)	$10^{-9}$	Giga (G)	$10^9$
pico (p)	$10^{-12}$	Tera (T)	$10^{12}$
femto (f)	$10^{-15}$	Peta (P)	$10^{15}$
atto (a)	$10^{-18}$	Exxa (E)	$10^{18}$
zepto (z)	$10^{-21}$	Zetta (Z)	$10^{21}$
yocto (y)	$10^{-24}$	Yotta (Y)	$10^{24}$



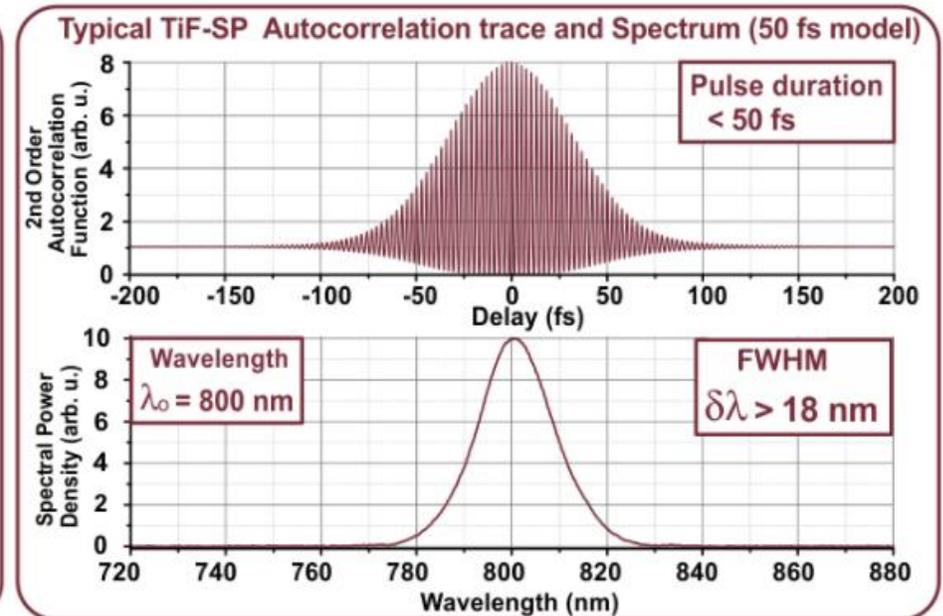
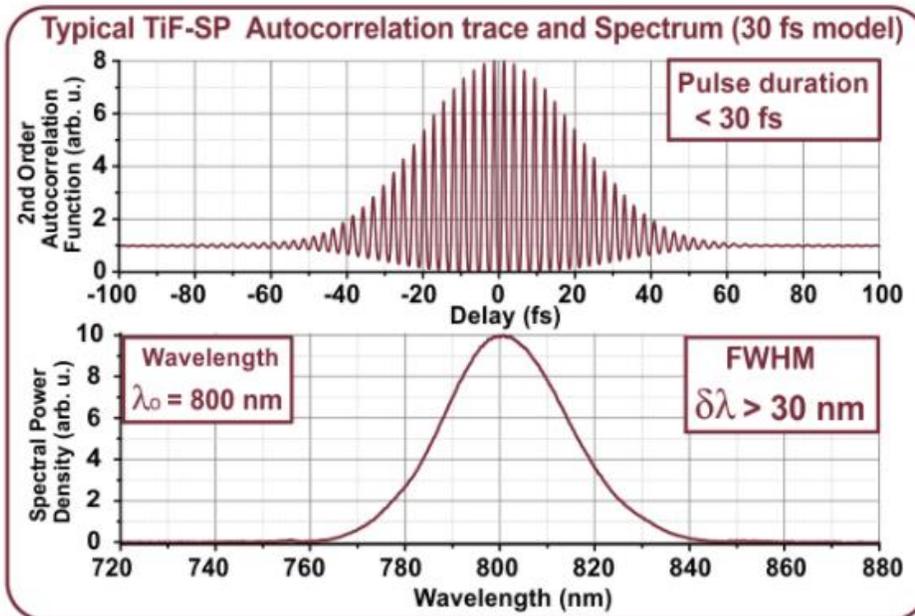
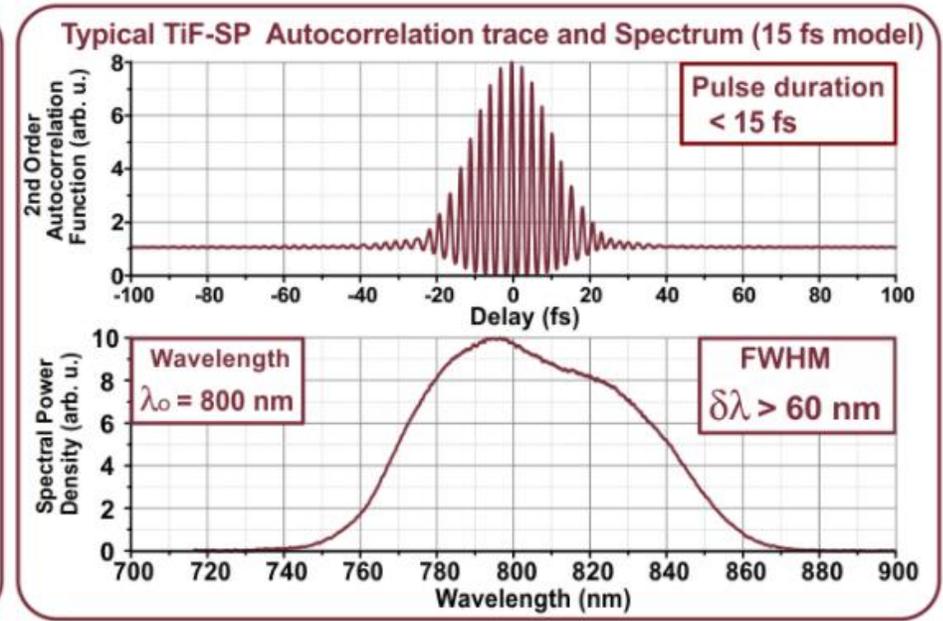
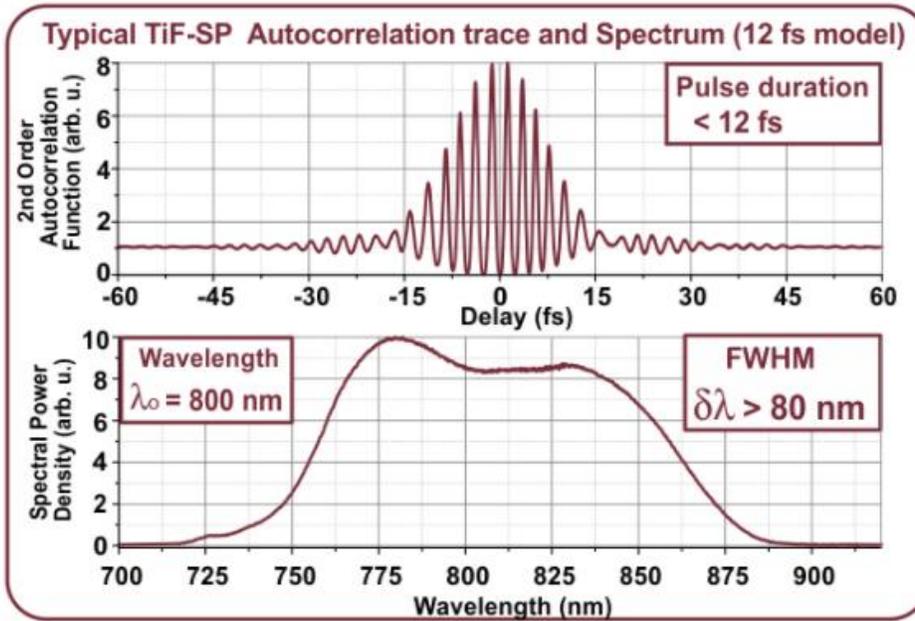
~50 as en  
soft x-ray  
~nm en  $\lambda$

# Óptica ultra-rápida

Qué es rápido y ultra-rápido?

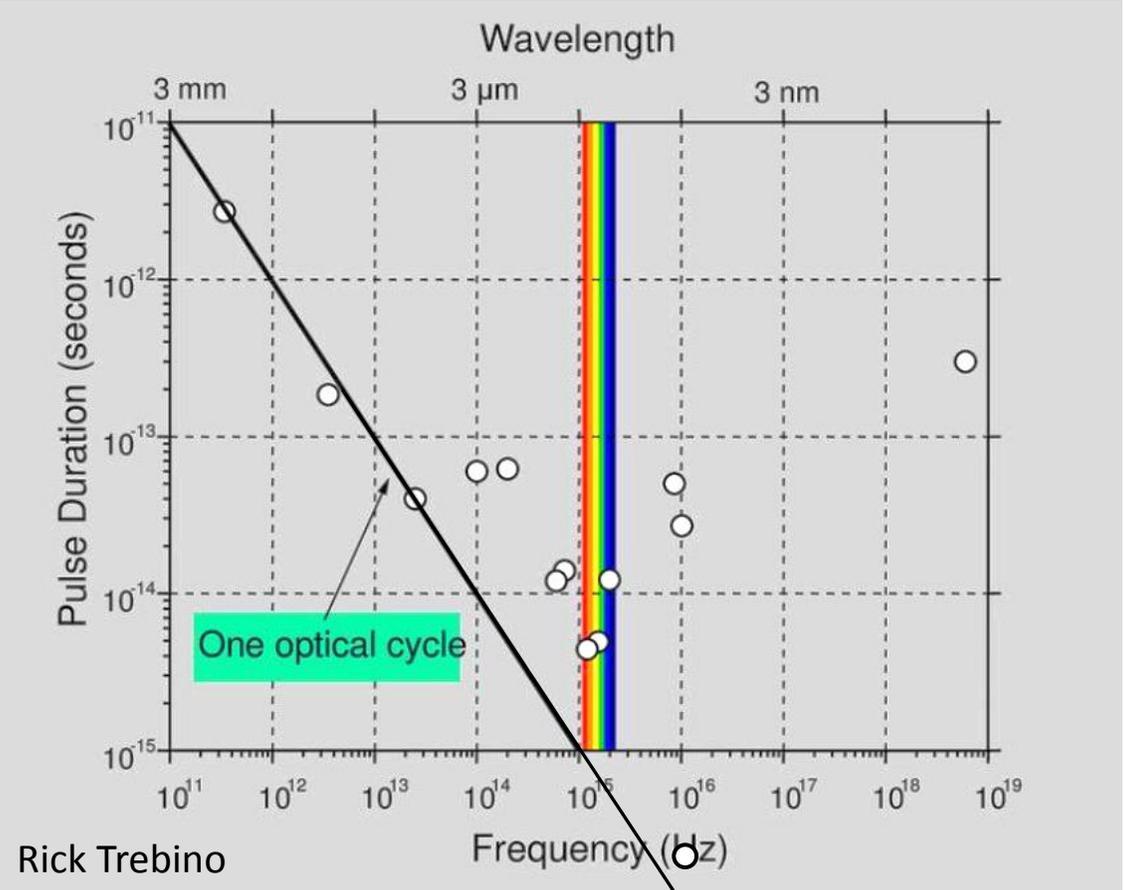


# Pulsos y ancho de banda



# Duración de los pulsos de luz

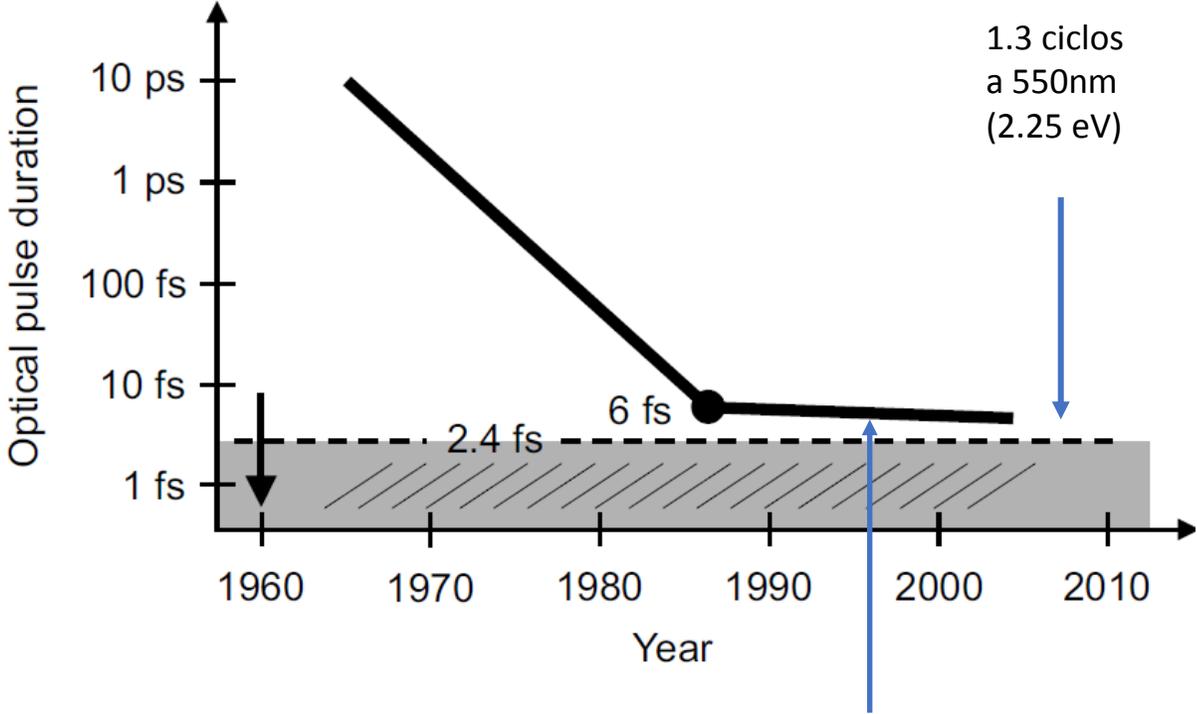
## Duración de los pulsos con la long de onda



Rick Trebino

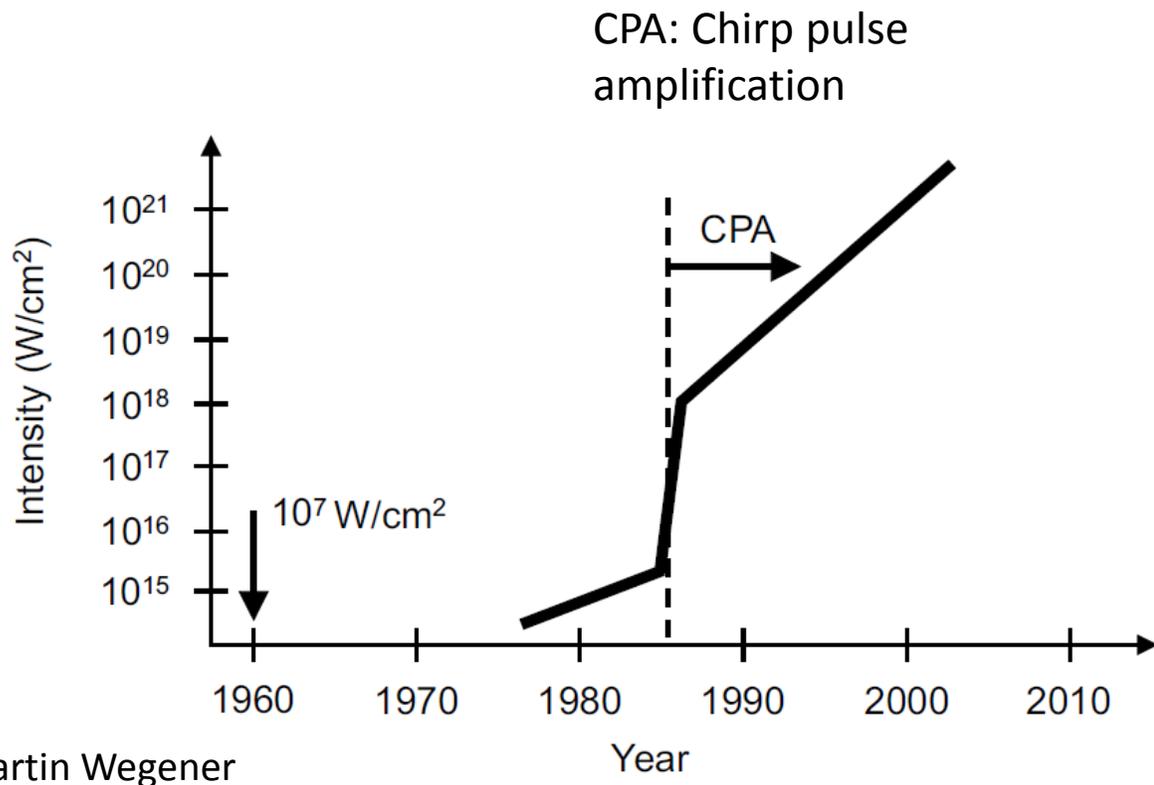
~50 as en  
soft x-ray  
~nm en  $\lambda$

## Duración de los pulsos con los años



Etapa de láseres comerciales.  
Gran robustez de los láseres  
de Ti:Zafiro

## Potencia de los pulsos de luz



**Table 1.1.** Light intensities  $I$  (in units of  $\text{W}/\text{cm}^2$ ) from the very dim to the extremely bright.

$10^{+30}$	→ generation of real electron–positron pairs from vacuum
$10^{+28}$	→ electron acceleration by light comparable to edge of black hole
$10^{+26}$	
$10^{+24}$	→ nonlinear optics of the vacuum ?
$10^{+22}$	
$10^{+20}$	→ photonuclear fission – light splits nuclei
$10^{+18}$	→ relativistic nonlinear optics of vacuum electrons
$10^{+16}$	
$10^{+14}$	→ electrostatic tunneling of electrons from atoms
$10^{+12}$	→ Rabi flopping in semiconductors becomes optical
$10^{+10}$	
$10^{+8}$	
$10^{+6}$	→ laser intensity in the first experiment on nonlinear optics in 1961
$10^{+4}$	
$10^{+2}$	→ a continuous-wave laser of that intensity hurts
1	→ total intensity of the sun on the earth’s surface ( $10^{-1} \text{ W}/\text{cm}^2$ )
$10^{-2}$	→ thermal radiation from a human
$10^{-4}$	
$10^{-6}$	
$10^{-8}$	
$10^{-10}$	→ total intensity of the cosmic 2.8 K background radiation
$10^{-12}$	
$10^{-14}$	
$10^{-16}$	
$10^{-18}$	
$10^{-20}$	
$10^{-22}$	→ visible intensity in a “dark” room at 300 K ( $10^{-23} \text{ W}/\text{cm}^2$ )

## Láseres de pulsos cortos

---

En el área de pulsos cortos hay algunos fenómenos recurrentes, que son los ingredientes para entender la generación de pulsos en los fs:

- ✓ Acoplamiento de modos (mode locking)
- ✓ Absorbente saturable
- ✓ Automodulación de fase
- ✓ Dispersión de la velocidad de grupo

## Acoplamiento de modos (mode locking)

La clave de para generar pulsos cortos está en el control de los modos de oscilación de una cavidad. Si tenemos una cavidad de largo  $L$ , los modos de oscilación longitudinales resonantes son:

$$L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{2\pi}{2k} = n \frac{\pi c}{\omega} = n \frac{\pi c}{2\pi\nu} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

**Y las frecuencias de esos modos**

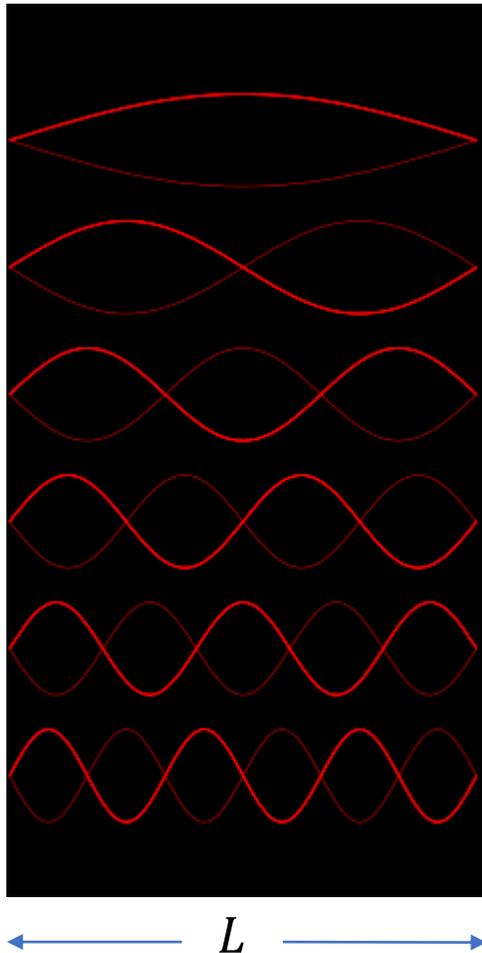
$$(13.1) \quad \nu_n = \frac{c}{2L} n \quad \nu_c = \frac{c}{2L} \quad \text{espaciado entre modos frecuencia de la cavidad}$$

Cuales de estos modos van a oscilar depende de la cavidad particular y de la ganancia del medio laser

**El campo a la salida de la cavidad es la suma de todos los modos permitidos**

$$(13.2) \quad E(t) = \sum_n E_n \exp[i(2\pi\nu_n t + \phi_n(t))] + c. c.$$

**Si no hay ningun tipo de control, la salida es inestable ya que  $E_n$  y  $\phi$  están variando libremente por las posibles perturbaciones externas**



## Acoplamiento de modos (mode locking)

Para generar pulsos cortos tenemos que establecer una situación en donde las fases relativas y las amplitudes de una cantidad de modos se mantengan constantes en el tiempo.

Supongamos una situación en donde la fase de  $N$  modos permitidos sean 0 y las amplitudes todas iguales a  $E_0$ , en ese caso, la suma (13.2) es

$$E(t) = \sum_{n=1}^N E_0 e^{i(\omega_c n t)} + c.c. = E_0 \sum_{n=1}^N (e^{i\omega_c t})^n + c.c. = E_0 \sum_{m=0}^{N-1} (e^{i\omega_c t})^{m+1} + c.c. \quad \omega_c = 2\pi\nu_c \quad (13.3)$$

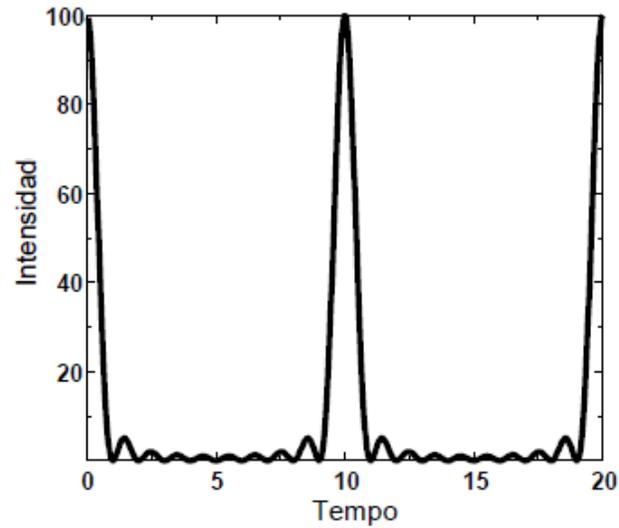
usando  $\sum_{m=0}^{N-1} a^m = \frac{1 - a^N}{1 - a} \Rightarrow E(t) = E_0 e^{i\omega_c t} \cdot \frac{1 - e^{i\omega_c N t}}{1 - e^{i\omega_c t}} + c.c. \quad (13.4)$

Finalmente queda  $E(t) = E_0 e^{i\frac{(N+1)}{2}\omega_c t} \frac{\sin\left(N\frac{\omega_c}{2}t\right)}{\sin\left(\frac{\omega_c}{2}t\right)} + c.c. \quad (13.5)$

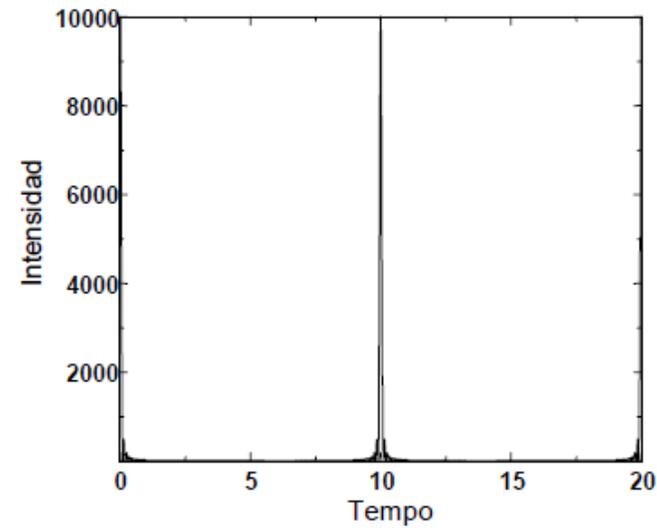
Y la intensidad  $I(t) = I_0 \frac{\sin^2\left(N\frac{\omega_c}{2}t\right)}{\sin^2\left(\frac{\omega_c}{2}t\right)} \quad (13.6)$

## Acoplamiento de modos (mode locking)

$$I(t) = I_0 \frac{\sin^2\left(N \frac{\omega_c}{2} t\right)}{\sin^2\left(\frac{\omega_c}{2} t\right)}$$



N=10 modos

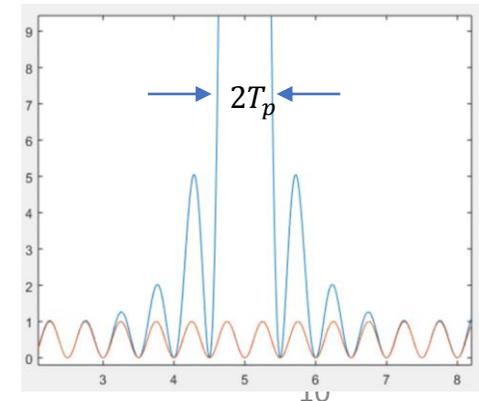


N=100 modos

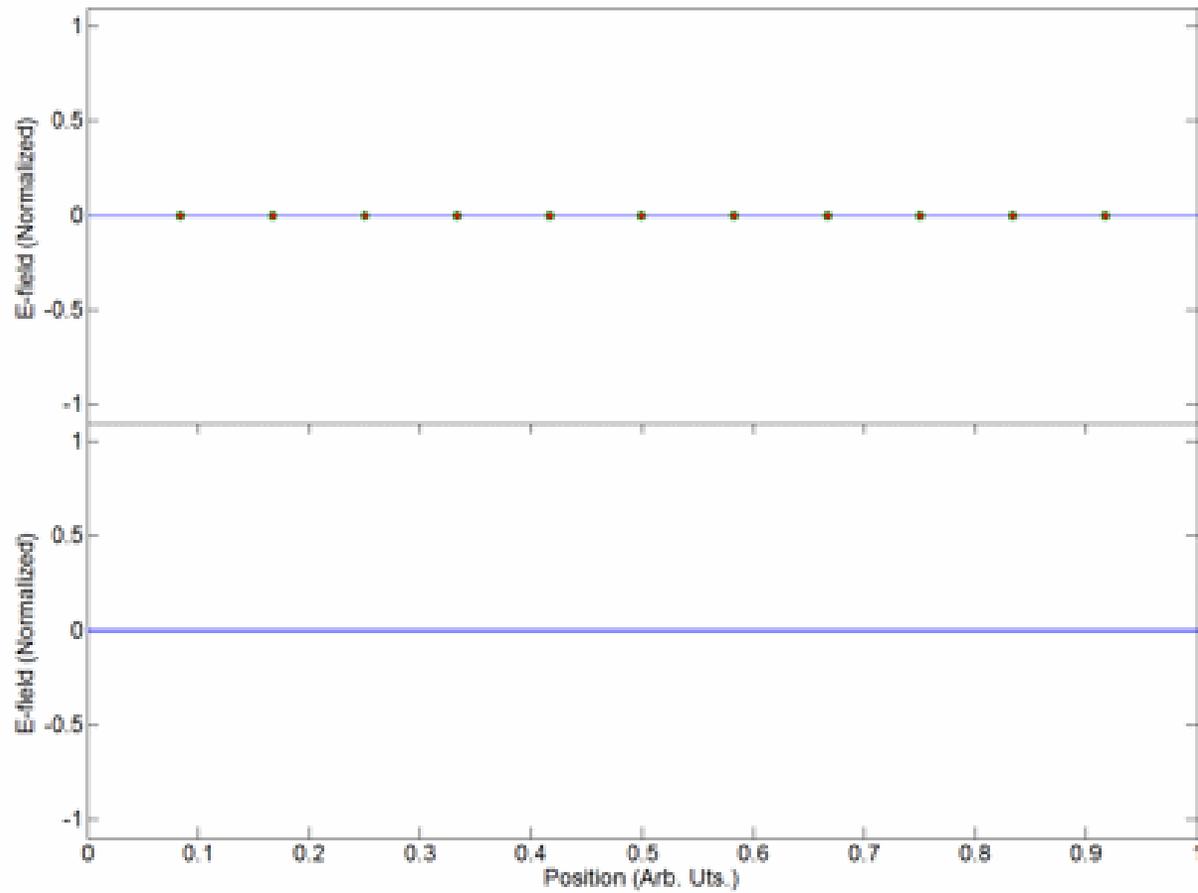
Es un tren de pulsos periódicos de período  $\frac{2L}{c}$ , lo llamamos período de la cavidad  $T_c = \frac{1}{\nu_c}$

El semiancho del pulso  $T_p$  depende de  $N$ ,  $T_p = \frac{T_c}{N}$  (13.7)

La intensidad pico es proporcional a  $N^2 E_0^2$  que es  $N$  veces mayor que el número de modos multiplicado por la intensidad de cada modo  $N E_0^2$



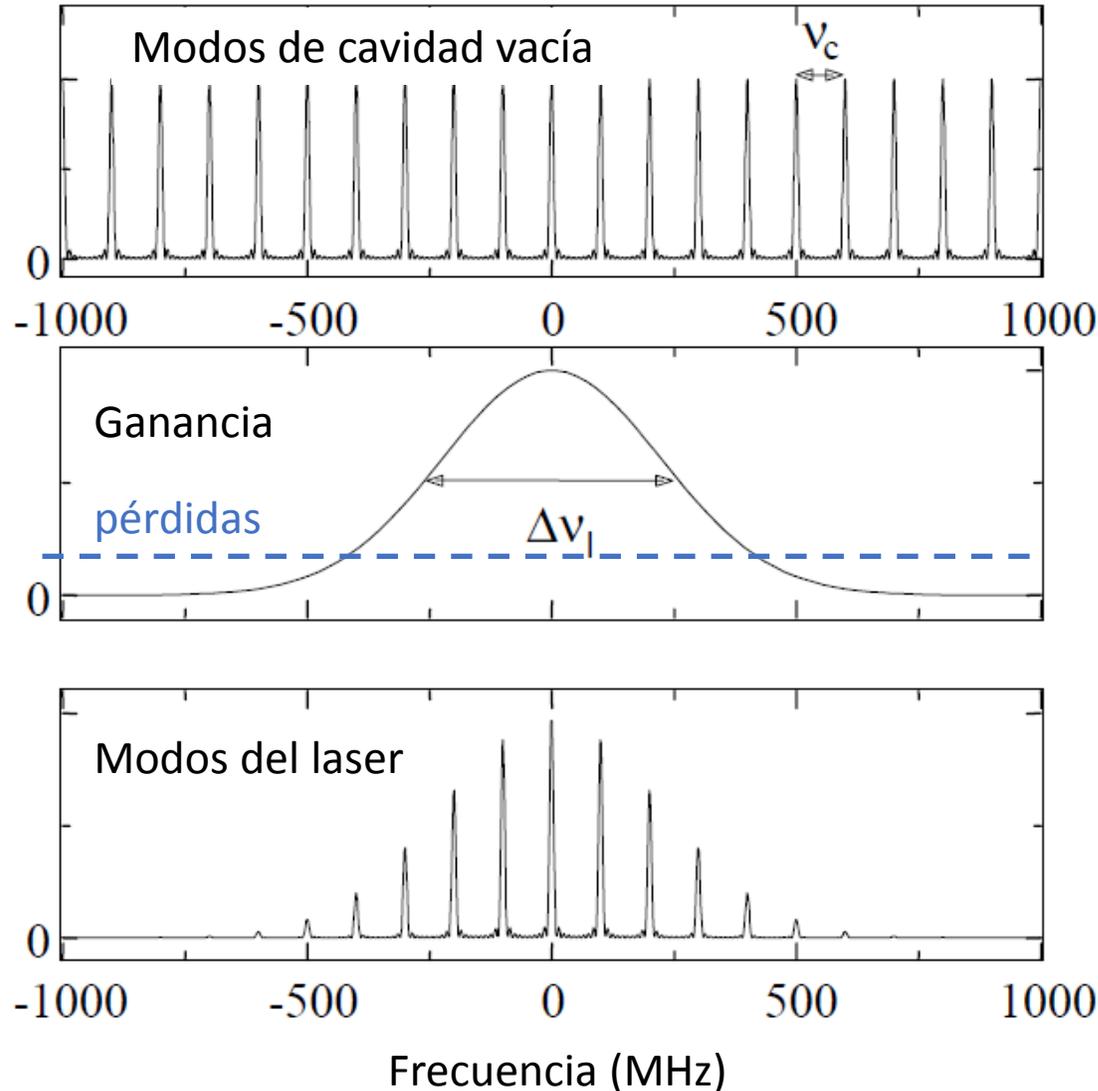
## Acoplamiento de modos (mode locking)



By Davidjessop

## Acoplamiento de modos (mode locking)

Necesitamos un numero alto de modos. Pero N está limitado por el ancho de banda del medio de ganancia laser



ancho de banda

$$\Delta\omega_l = 2\pi\Delta\nu_l$$

Número de modos permitidos

$$N \sim \Delta\omega_l / \omega_c$$

La mínima duración del pulso dado el ancho de banda del laser es

(13.8)

$$T_{p,\min} = 1 / \Delta\nu_l$$

Recordar (13.7)

$$T_p = \frac{T_c}{N}$$

El producto del ancho de banda por el ancho del pulso es cercano a 1

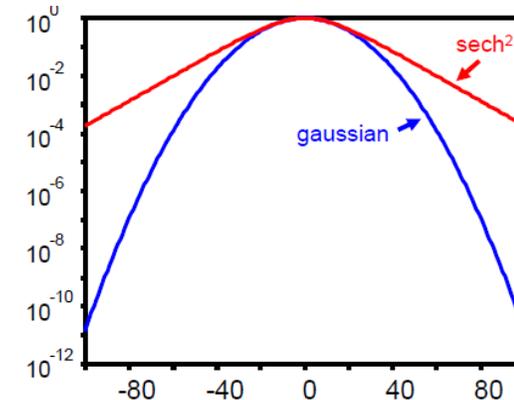
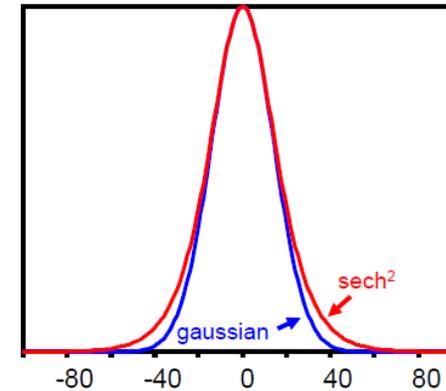
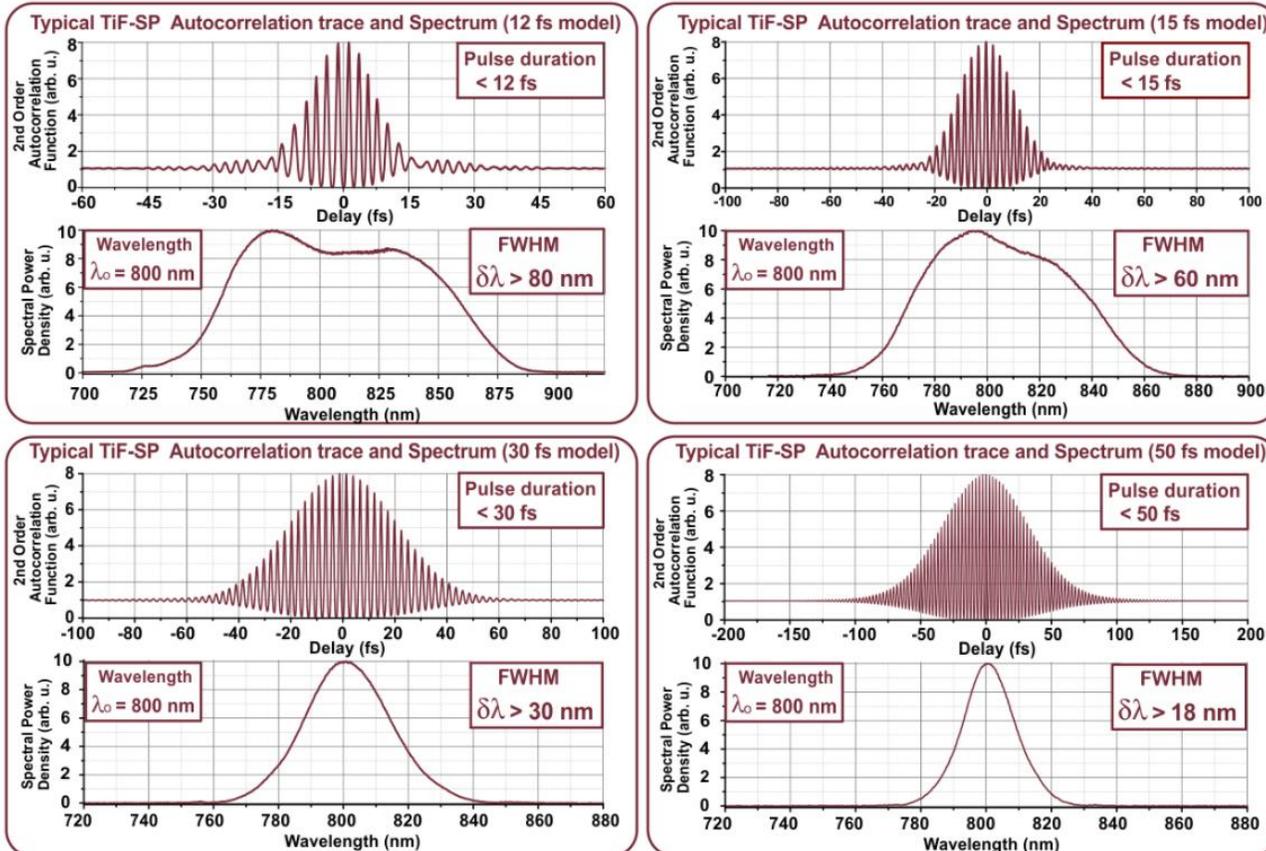
# Acoplamiento de modos (mode locking)

En realidad (13.8) es parte de una expresión mas general para las transformadas de Fourier que dice que

$$(13.9) \quad T_p \cdot \Delta\omega_l \geq 2\pi k$$

Donde la constante  $k$  depende de la forma exacta del pulso  
 Y el igual corresponde al mínimo ancho de pulso, que en ese caso se llama pulso limitado por transformada

$I(t)$	$k$
$1(0 < t < T_p)$	0,892
● $\exp(-4 \ln 2 t^2 / T_p^2)$	0,441
● $\text{sech}^2(1,76t/T_p)$	0,315
$\exp[-(\ln 2)t/T_p], t > 0$	0,140
$[1+(t/T_p)]^{-1}$	0,142

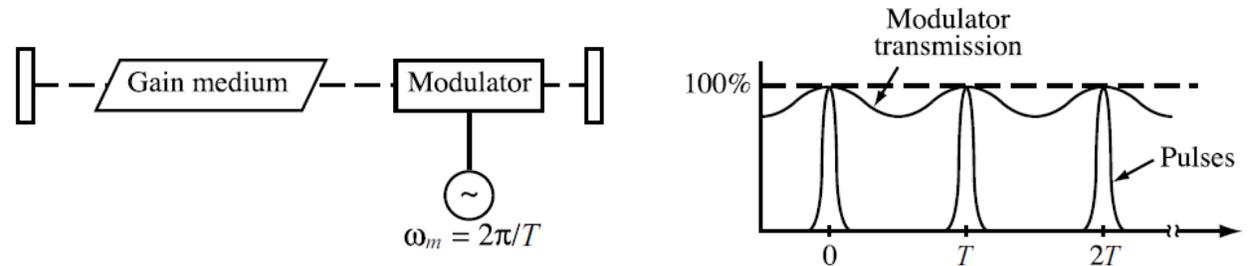


## Acoplamiento de modos (mode locking)

El acoplamiento de la mayor cantidad de modos posibles se obtiene generalmente por dos estrategias alternativas:

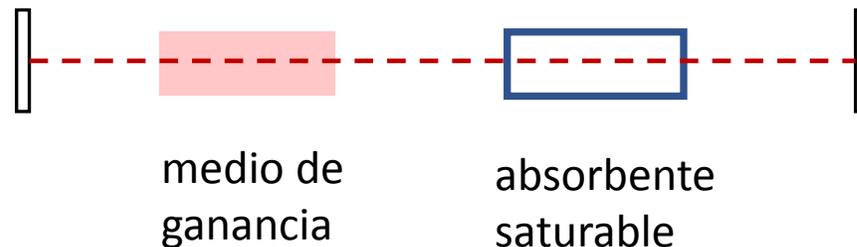
### Mode locking activo

Se inserta en la cavidad un modulador que se controla externamente



### Mode locking pasivo

Se inserta en la cavidad un material no lineal, con la propiedades de producir perdidas menores a intensidades mayores, típicamente un absorbente saturable o un elemento autofocalizador acoplado a una abertura



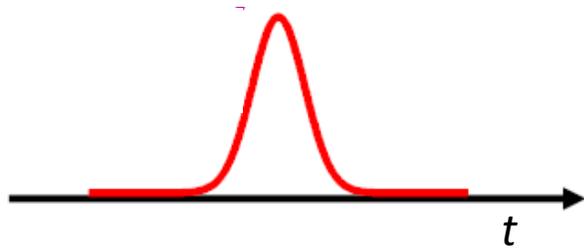
## Absorbente saturable

En clase 8 empezamos por mirar el absorbente saturable y resolviendo el sistema de 2 niveles llegamos a una expresión de la absorción dependiente de intensidad en clase 9

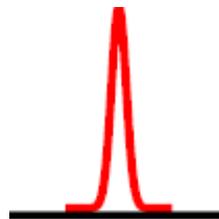
$$(13.10) \quad \alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_s}} \quad \text{donde } I_s \text{ es una intensidad de saturación}$$

De problema 4.5 y ecuación (9.19) y entrando en resonancia (detuning cero)

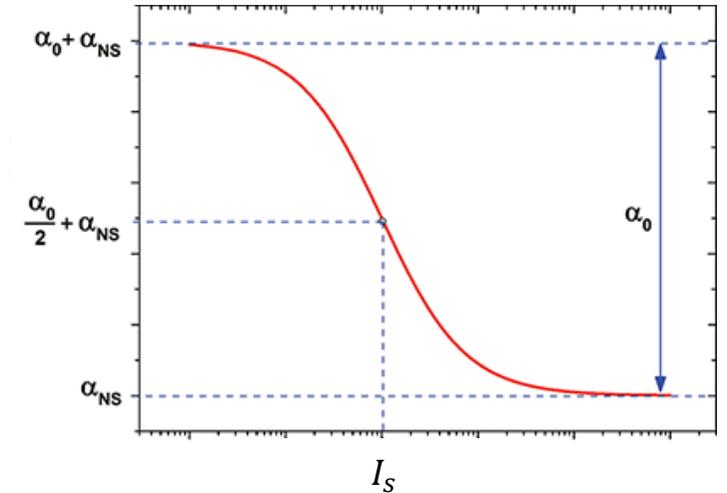
$$\alpha(I) = \frac{\omega}{c} \chi'' = A \frac{\omega}{c} \frac{1}{1 + \frac{I}{I_s}} \quad (13.11)$$



me dice que el coef de absorción varía a lo largo del perfil del pulso, siendo menor en la región del pico y mayor en la cola y el frente del pulso.

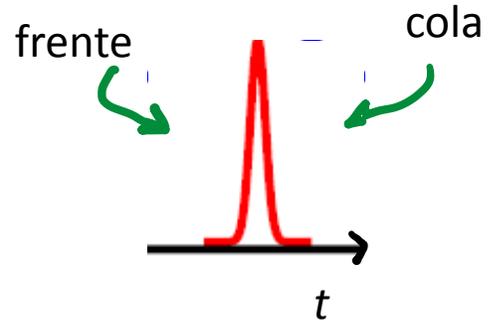
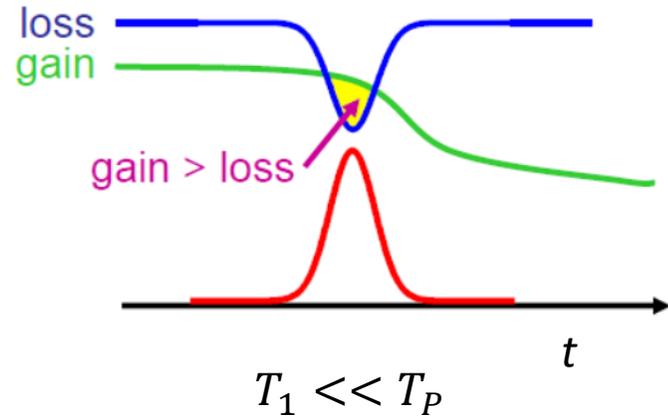


Entonces un pulso propagándose en este medio verá realzado su pico y disminuidas sus frente y cola

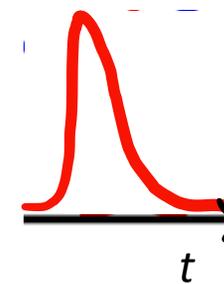
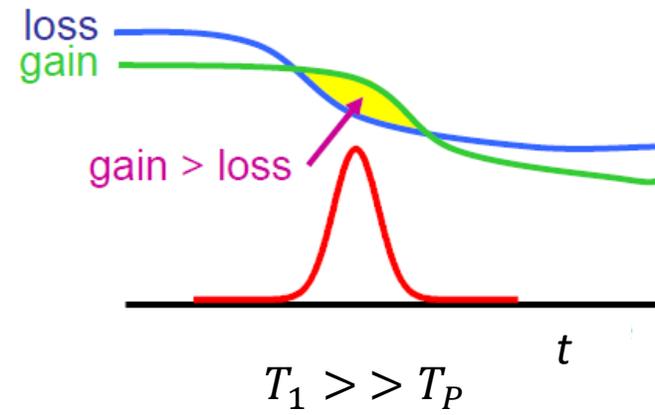


# Absorbente saturable

## Absorbente saturable rápido



## Absorbente saturable lento

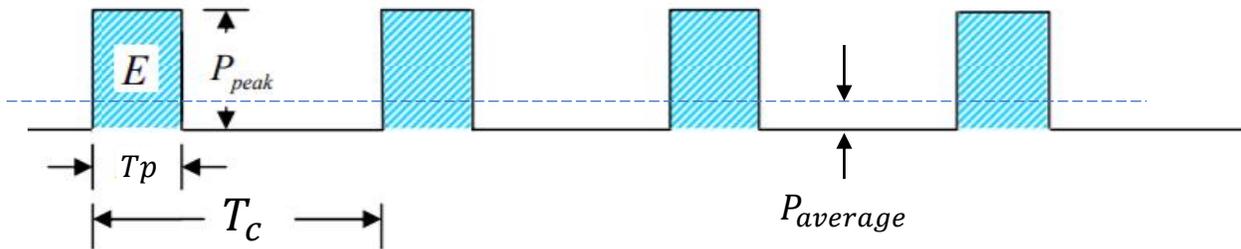


para pulsos  $< 1\text{ps}$   
esta es la situación  
mas probable

## Automodulación de fase

En clase 10 y 11 vimos que el índice de refracción no lineal  $n_2$  (dependiente de intensidad) producía la automodulación de la fase y el autofoco cuando incidía una onda en un material no lineal.

A diferencia del caso CW, este efecto es habitual para pulsos ultracortos ya que se alcanzan intensidades de pico muy altas. Por ejemplo un pulso de 100fs y 1nJ de energía por pulso tiene una potencia pico de 10kW, y si se lo enfoca a  $10\mu\text{m}$ , tiene una intensidad pico de  $30\text{ GW/cm}^2$



$$P_{peak} = \frac{E}{T_p}$$

$$P_{average} = \frac{E}{T_c}$$

$$\boxed{P_{peak} T_p = P_{average} T_c} \quad (13.12)$$

## Automodulación de fase

---

En clase 10 y 11 vimos que el índice de refracción no lineal  $n_2$  (dependiente de intensidad) producía la automodulación de la fase y el autofoco cuando incidía una onda en un material no lineal.

Supongamos que  $\omega_0$  es la frecuencia central del pulso, mirando la ec (10.36) y agregando la fase temporal tenemos:

$$\phi(t) = \omega_0 t - kz = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{c} n z \quad (13.13)$$

$$\phi(t) = \omega_0 t - \frac{\omega_0}{c} n_0 z - \frac{\omega_0}{c} n_2 z I(t) \quad (13.14)$$

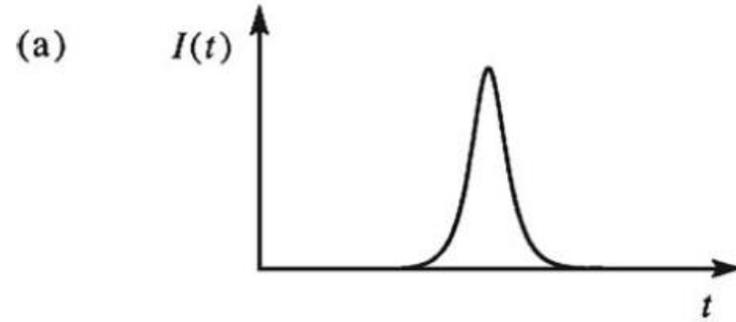
Para una onda con fase dependiente del tiempo, se puede calcular la frecuencia instantánea como:

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (13.15)$$
$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{\omega_0}{c} n_2 z \frac{dI(t)}{dt}$$

la señal sufre una desviación de frecuencia que depende del tiempo y que implica que se han creado nuevas frecuencias en el espectro de la señal incidente. La generación de nuevas frecuencias es consecuencia directa de la existencia de la automodulación de fase. Ensanchamiento espectral

## Automodulación de fase

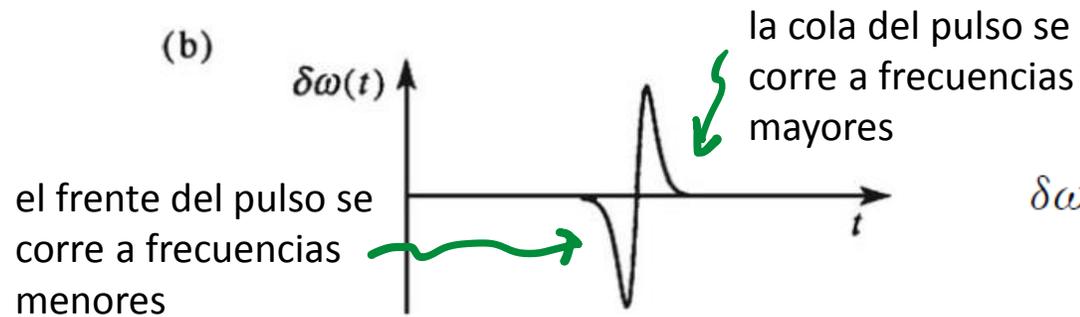
$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{\omega_0}{c} n_2 z \frac{dI(t)}{dt}$$



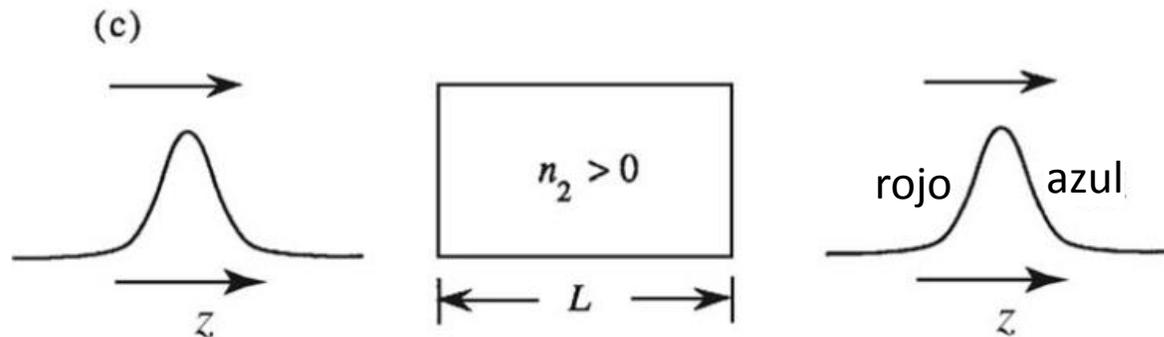
ejemplo

$$I(t) = I_0 \operatorname{sech}^2(t/\tau_0)$$

$n_2 > 0$  la mayoría de los materiales transparentes



$$\delta\omega(t) = 2n_2 \frac{\omega_0}{c\tau_0} L I_0 \operatorname{sech}^2(t/\tau_0) \tanh(t/\tau_0)$$



## Automodulación de fase

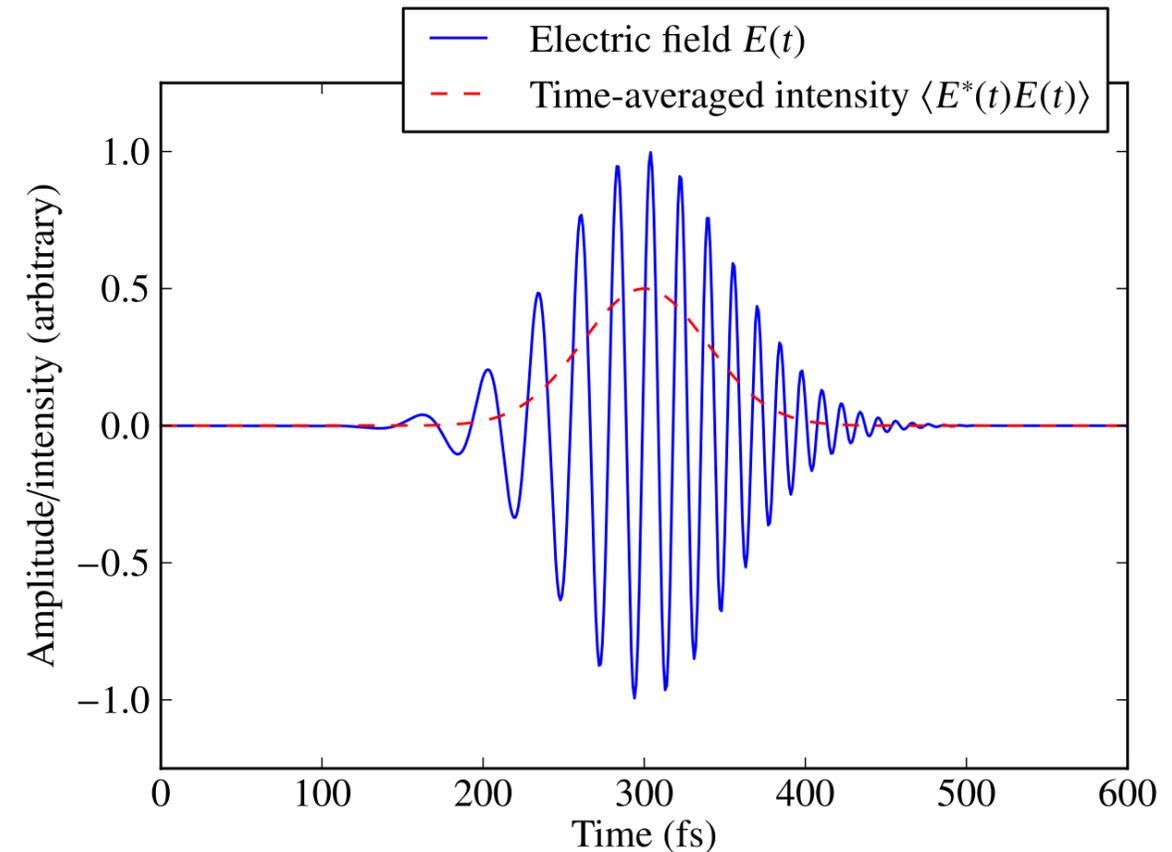
Tiene implicancias para los sistemas de compresión de pulsos.

Por ejemplo, si la dispersión es normal, las frecuencias más bajas propagan más rápido que las frecuencias más altas  
⇒ **dispersión normal + automodulación de fase = se ensancha el pulso**

Por otro lado, si la dispersión es anómala, es decir, las frecuencias más bajas se propagan más lentamente que las frecuencias más altas,  
⇒ **dispersión anómala + automodulación de fase = se comprime el pulso, con la eventual formación de una onda de tipo soliton**

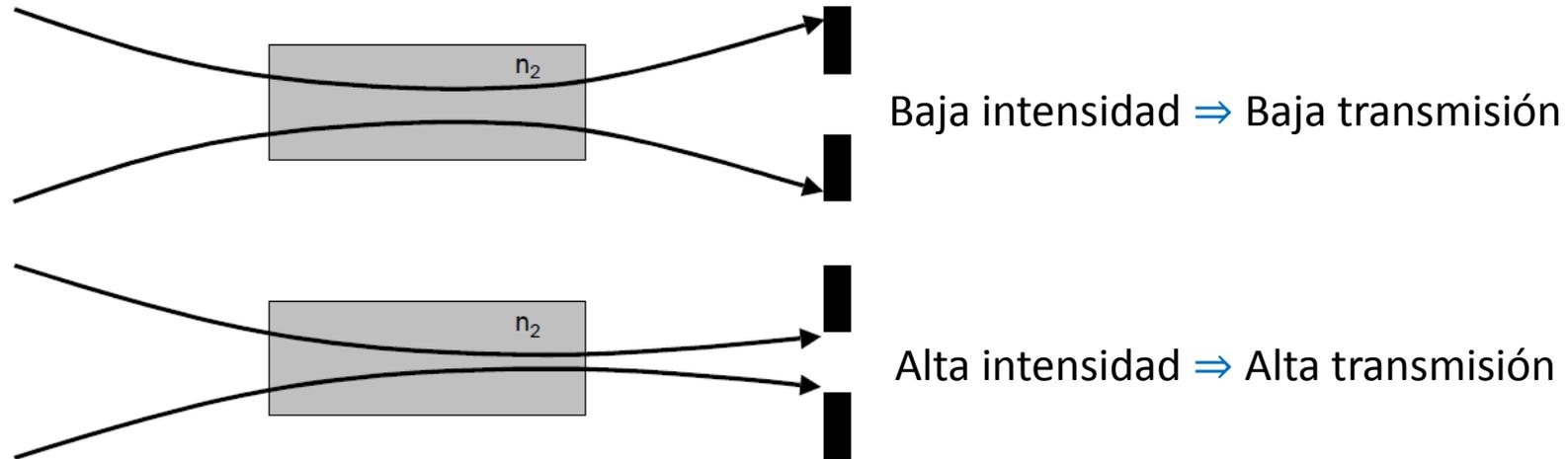
En el visible los medios transparentes siempre muestran una dispersión normal, por lo que como resultado siempre el pulso tiende a ensancharse.

En el infrarrojo, especialmente por encima de  $1,3 \mu\text{m}$ , el cuarzo presenta una dispersión anómala y se hace posible la formación de solitones



## Autofoco

En clase 10 y 11 vimos como un haz gaussiano se autoenfoca en un medio de índice  $n_2$  debido a la variación de intensidad a lo largo del perfil transversal y la automodulación de fase. La figura ilustra cómo se puede usar este efecto y una abertura para conseguir el mismo efecto que el absorbente saturable



lente Kerr

Recordemos también que la distancia focal de la lente Kerr es ecuación (10.42)

$$f = \frac{n_0 \omega_0^2}{4 n_2 I L}$$

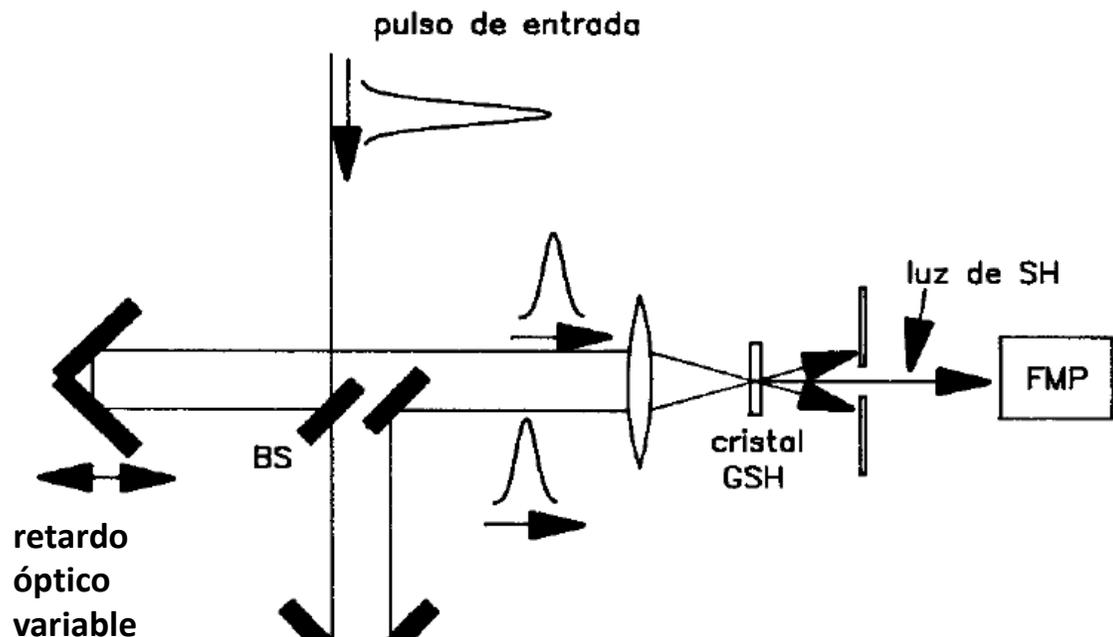
(13.16)

Haz gaussiano de cintura  $\omega_0$   
Aproximación paraxial  
 $L$  largo del material  
 $L \ll z_R$

## Medición de pulsos cortos

Algo tan corto lo tengo que medir con algo más corto aún

Para pulsos subpicosegundos, se utiliza en general una medida óptica indirecta del ancho del pulso, a través de la función autocorrelación (la electrónica no es tan rápida, ~1ns). Es usar el pulso para “medirse a sí mismo”



$$\tau = 2 \frac{\Delta x}{c}$$

La luz recorre 300 $\mu$ m por ps  
 $\Rightarrow$  1 $\mu$ m son 6.7 fs

Para el caso lineal, interferómetro de Michelson (colineal)

$$V_{MI}(\tau) \propto \int_{-\infty}^{\infty} |E(t) + E(t - \tau)|^2 dt$$

Autocorrelación de amplitud, su TF es el espectro, no da información extra

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 + |E(t - \tau)|^2 + 2 \operatorname{Re}[E(t)E^*(t - \tau)] dt$$

$$\Rightarrow V_{MI}(\tau) \propto 2 \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt + 2 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)E^*(t - \tau) dt$$

$\propto$  a la energía del pulso, no da información extra

Para el caso no lineal, SHG, autocorrelación de intensidad

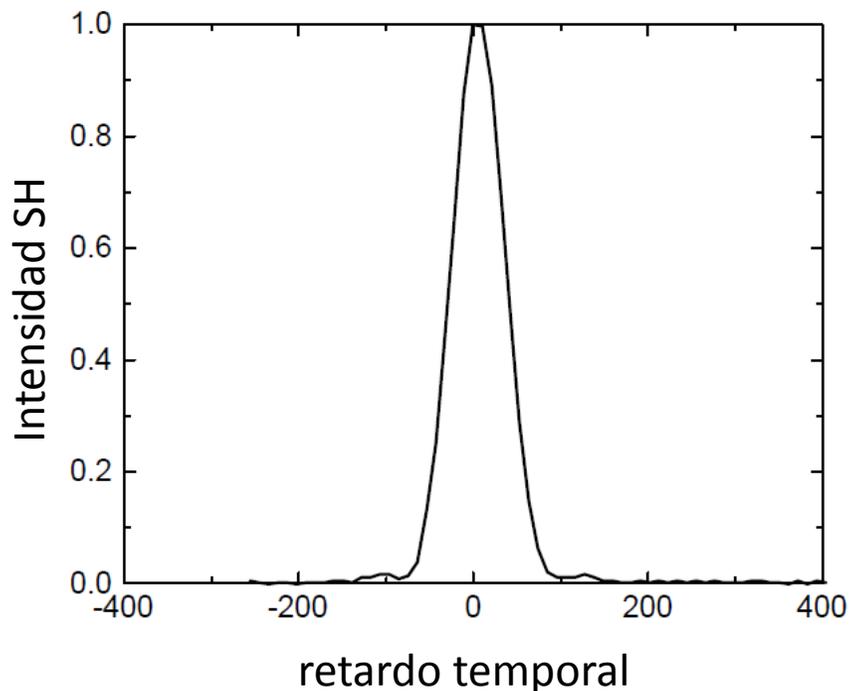
Autocorrelación de 2do orden

$$V \propto G^{(2)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t - \tau) dt$$

## Medición de pulsos cortos

Algo tan corto lo tengo que medir con algo más corto aún

Para pulsos subpicosegundos, se utiliza en general una medida óptica indirecta del ancho del pulso, a través de la función autocorrelación (la electrónica no es tan rápida, ~1ns). Es usar el pulso para “medirse a sí mismo”



Para el caso lineal, interferómetro de Michelson (colineal)

$$V_{MI}(\tau) \propto \int_{-\infty}^{\infty} |E(t) + E(t - \tau)|^2 dt$$

Autocorrelación de amplitud, su TF es el espectro, no da información extra

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 + |E(t - \tau)|^2 + 2 \operatorname{Re}[E(t)E^*(t - \tau)] dt$$

$$\Rightarrow V_{MI}(\tau) \propto 2 \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt + 2 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)E^*(t - \tau) dt$$

∝ a la energía del pulso, no da información extra

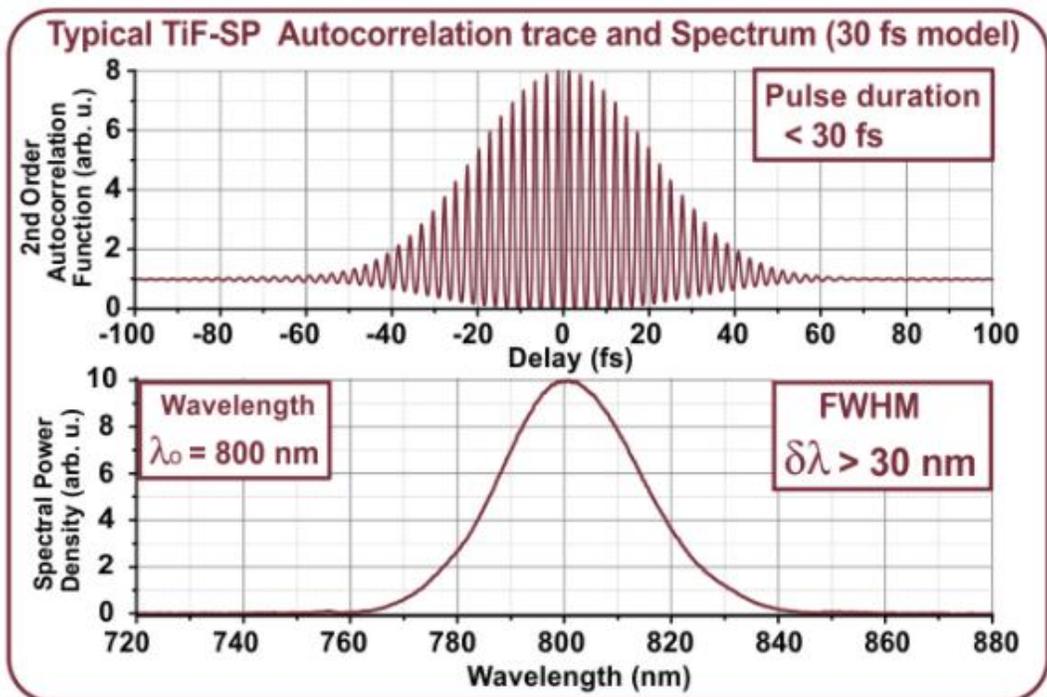
Para el caso no lineal, SHG, autocorrelación de intensidad

Autocorrelación de 2do orden  $V \propto G^{(2)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t - \tau) dt$

## Medición de pulsos cortos

Algo tan corto lo tengo que medir con algo más corto aún

Para pulsos subpicosegundos, se utiliza en general una medida óptica indirecta del ancho del pulso, a través de la función autocorrelación (la electrónica no es tan rápida, ~1ns). Es usar el pulso para “medirse a sí mismo”



Autocorrelación interferométrica (colineal)

Para el caso lineal, interferómetro de Michelson (colineal)

$$V_{MI}(\tau) \propto \int_{-\infty}^{\infty} |E(t) + E(t - \tau)|^2 dt$$

Autocorrelación de amplitud, su TF es el espectro, no da información extra

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 + |E(t - \tau)|^2 + 2 \operatorname{Re}[E(t)E^*(t - \tau)] dt$$

$$\Rightarrow V_{MI}(\tau) \propto 2 \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt + 2 \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)E^*(t - \tau) dt$$

∝ a la energía del pulso, no da información extra

Para el caso no lineal, SHG, autocorrelación de intensidad

Autocorrelación de 2do orden

$$V \propto G^{(2)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)I(t - \tau) dt$$

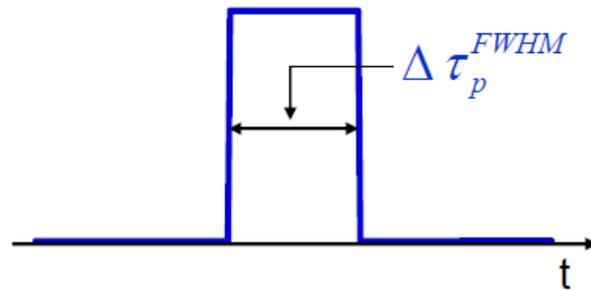
## Medición de pulsos cortos

E. P. Ippen and C. V. Shank. Techniques for measurement. In S. L. Shapiro, editor, *Ultrashort Light Pulses: Picosecond Techniques and Applications*, volume 18, pages 83–122. Springer-Verlag, New York, 2nd edition, 1977

Como la autocorrelación de 2do orden no es una medida directa del ancho temporal, hay que hacer un modelo del pulso y sacar de ahí la duración y la fase

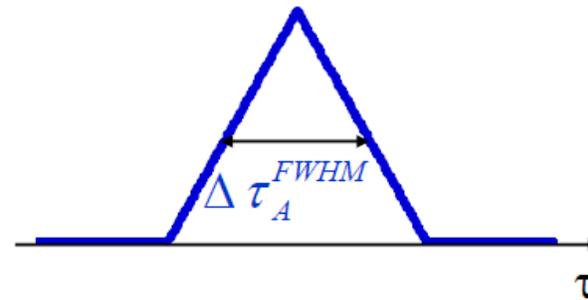
pulso

$$I(t) = \begin{cases} 1; & |t| \leq \Delta \tau_p^{FWHM} / 2 \\ 0; & |t| > \Delta \tau_p^{FWHM} / 2 \end{cases}$$



autocorrelación

$$A^{(2)}(\tau) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{\tau}{\Delta \tau_A^{FWHM}} \right|; & |\tau| \leq \Delta \tau_A^{FWHM} \\ 0; & |\tau| > \Delta \tau_A^{FWHM} \end{cases}$$



$$\Delta \tau_A^{FWHM} = \Delta \tau_p^{FWHM}$$

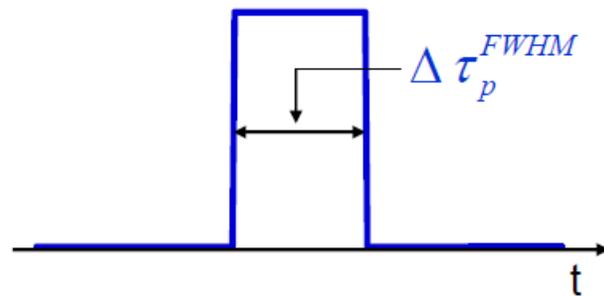
## Medición de pulsos cortos

E. P. Ippen and C. V. Shank. Techniques for measurement. In S. L. Shapiro, editor, *Ultrashort Light Pulses: Picosecond Techniques and Applications*, volume 18, pages 83–122. Springer-Verlag, New York, 2nd edition, 1977

Como la autocorrelación de 2do orden no es una medida directa del ancho temporal, hay que hacer un modelo del pulso y sacar de ahí la duración y la fase

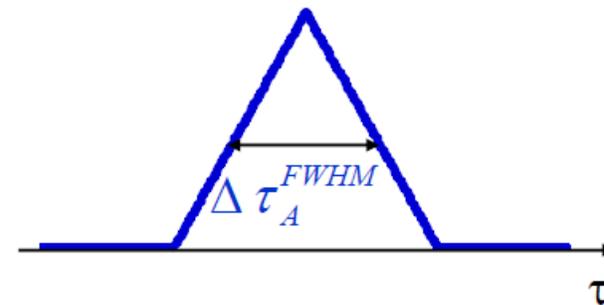
pulso

$$I(t) = \begin{cases} 1; & |t| \leq \Delta \tau_p^{FWHM} / 2 \\ 0; & |t| > \Delta \tau_p^{FWHM} / 2 \end{cases}$$



autocorrelación

$$A^{(2)}(\tau) = \begin{cases} 1 - \left| \frac{\tau}{\Delta \tau_A^{FWHM}} \right|; & |\tau| \leq \Delta \tau_A^{FWHM} \\ 0; & |\tau| > \Delta \tau_A^{FWHM} \end{cases}$$



$$\Delta \tau_A^{FWHM} = \Delta \tau_p^{FWHM}$$

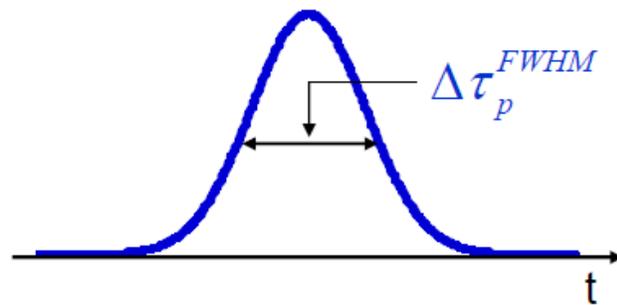
## Medición de pulsos cortos

E. P. Ippen and C. V. Shank. Techniques for measurement. In S. L. Shapiro, editor, *Ultrashort Light Pulses: Picosecond Techniques and Applications*, volume 18, pages 83–122. Springer-Verlag, New York, 2nd edition, 1977

Como la autocorrelación de 2do orden no es una medida directa del ancho temporal, hay que hacer un modelo del pulso y sacar de ahí la duración y la fase

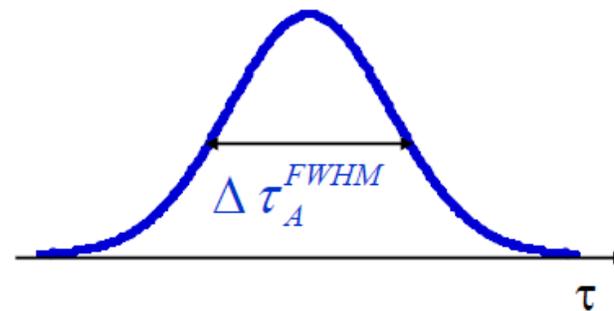
pulso

$$I(t) = \exp\left[-\left(\frac{2\sqrt{\ln 2}t}{\Delta\tau_p^{FWHM}}\right)^2\right]$$



autocorrelación

$$A^{(2)}(\tau) = \exp\left[-\left(\frac{2\sqrt{\ln 2}\tau}{\Delta\tau_A^{FWHM}}\right)^2\right]$$

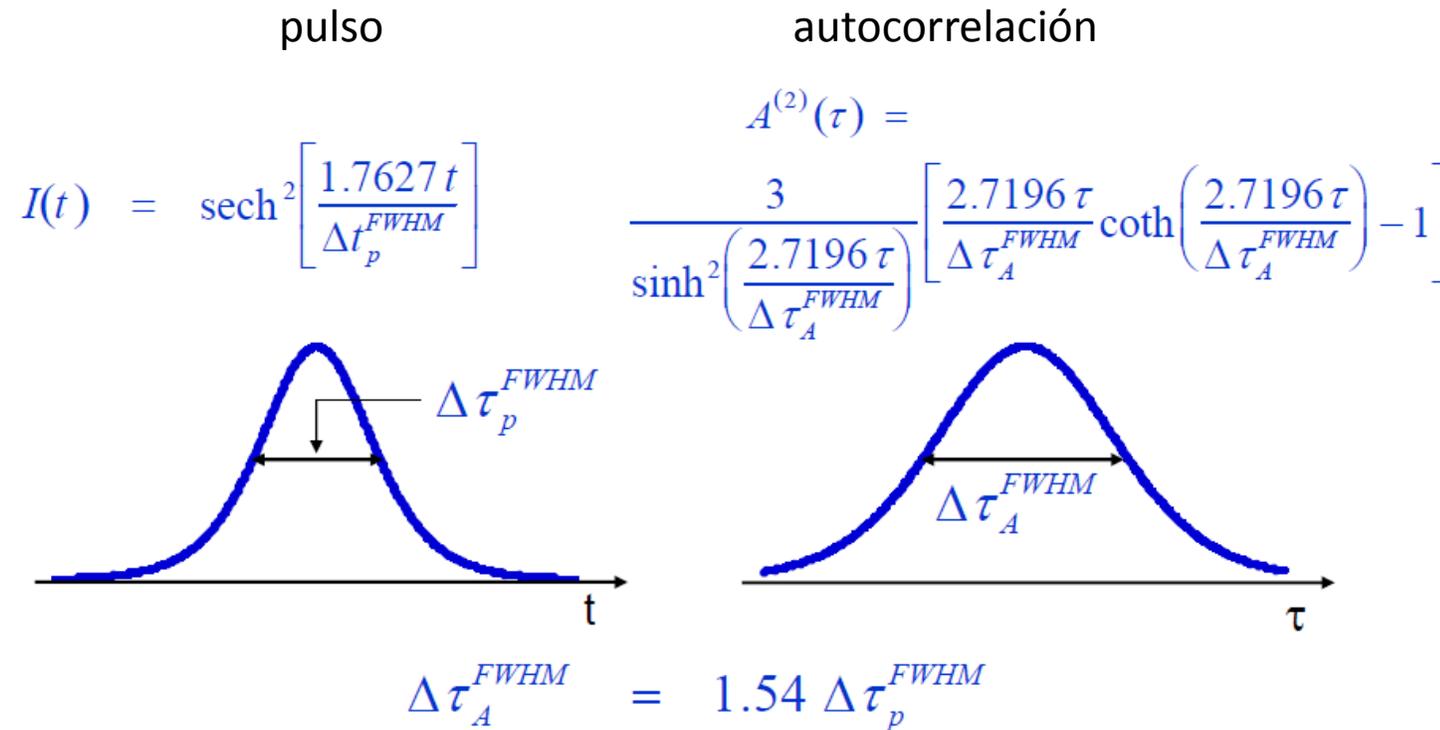


$$\Delta\tau_A^{FWHM} = 1.41 \Delta\tau_p^{FWHM}$$

## Medición de pulsos cortos

E. P. Ippen and C. V. Shank. Techniques for measurement. In S. L. Shapiro, editor, *Ultrashort Light Pulses: Picosecond Techniques and Applications*, volume 18, pages 83–122. Springer-Verlag, New York, 2nd edition, 1977

Como la autocorrelación de 2do orden no es una medida directa del ancho temporal, hay que hacer un modelo del pulso y sacar de ahí la duración y la fase



## Medición de pulsos cortos

E. P. Ippen and C. V. Shank. Techniques for measurement. In S. L. Shapiro, editor, *Ultrashort Light Pulses: Picosecond Techniques and Applications*, volume 18, pages 83–122. Springer-Verlag, New York, 2nd edition, 1977

Como la autocorrelación de 2do orden no es una medida directa del ancho temporal, hay que hacer un modelo del pulso y sacar de ahí la duración y la fase

	$I(t)$	$T_p/T_{ac}$
resumen	$1(0 < t < T_p)$	1.000
	$\exp(-4 \ln 2 t^2 / T_p^2)$	0.707
	$\text{sech}^2(1,76 t / T_p)$	0.648
	$\exp[-(\ln 2) t / T_p], t > 0$	0.500
	$\exp[-(\ln 2)  t  / T_p]$	0.413