1. Estime en orden de magnitud la susceptibilidad no lineal de segundo y tercer orden para materiales cristalinos y compare esa estimación con valores tabulados. Para ello considere que la corrección a más bajo orden de la susceptibilidad lineal ocurre cuando el campo externo aplicado es del orden del campo electrostático de ligadura electrónica en un modelo prototípico como es el átomo de hidrogeno. Tenga en cuenta que en materia condensada típicamente $\chi^{(1)}$ toma un valor cercano a 1.

2. Partiendo de las ecuaciones microscópicas de Maxwell, derive las ecuaciones macroscópicas.
   a) Discuta qué tipo de promedio debe hacer para despreciar las fluctuaciones microscópicas. Proponga una función apropiada para hacer dicho promedio.
   b) Tomando la función elegida en a) derive la expresión para el campo de desplazamiento $\vec{D}$:
   $\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P} - \bar{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{Q} + \ldots$

3. El campo eléctrico de una onda plana monocromática es $\vec{E} = E_0 \, sin(kz - \omega t + \varphi)\hat{x}$. Considere que la onda se propaga en un material con susceptibilidad dada por $\chi^{(1)} = \chi_0 \, (1 + i\sqrt{3})/2$
   a) ¿Cuál es la amplitud compleja del campo eléctrico?
   b) ¿Cuál es la diferencia de fase entre el campo incidente y la polarización inducida por el campo?
   c) Calcular la polarización real del medio inducida por el campo.

4. Considere 2 ondas monocromáticas
   $\vec{F} = 1/2 \, \vec{f} \, e^{i\omega t} \, + c.c$ y $\vec{G} = 1/2 \, \vec{g} \, e^{i\omega t} \, + c.c.$
   Demuestre que
   $\langle \vec{F} \, . \vec{G} \, \rangle \; = \; 1/2 \;\, Re\left(\vec{f}.\vec{g} *\right)$
   donde ⟨ ⟩ es el promedio temporal
   Utilizando este resultado y analizando la ecuación de balance de energía (teorema de Poynting) determine la diferencia de fase entre una onda plana monocromática incidente y la polarización inducida que conduce a a) atenuación máxima y b) ganancia máxima del campo incidente.

5. Generalizando la relación de dispersión para medios isótropos con pérdidas, se puede escribir un índice de refracción complejo que cumple:
   $k = \tilde{n} \cdot \frac{\omega}{c} = (n + i\kappa)\frac{\omega}{c}$
   donde $\tilde{n}$ sólo indica que el índice puede tomar valores complejos.
   a) Considerando una onda plana que se propaga en la dirección z, encontrar la relación entre el coeficiente de absorción, α , y κ en términos de la longitud de onda de la luz en el vacío, λ. Recordar que el coeficiente de absorción se define como la fracción de la potencia absorbida en una unidad de longitud dentro del medio.
   b) Sabiendo que $\tilde{n}^2 = \varepsilon$, encontrar las expresiones para la parte real e imaginaria de ε en función de n y κ , y viceversa.
   c) El índice de refracción del Ge a 400nm es $4.141 + i\, 2.215$. Calcular la velocidad de fase de la luz y el coeficiente de absorción a esa longitud de onda.
   d) El agua de mar tiene un índice de refracción de 1.33 y absorbe el 99.8% de la luz roja (a 700nm) en una distancia de 10m. Cuánto vale la parte imaginaria de la función dieléctrica a esta longitud de onda.
   e) El índice de refracción de *fused silica* es 1.45248 para la longitud de onda de 850nm y 1.44427 para 1500nm. Calcular cual es la diferencia temporal de arribo entre un pulso a 850nm respecto de uno a 1500 después de recorrer 1km de fibra óptica fabricada de ese material.

6. En base a la definición dada en clase, demuestre que la velocidad de grupo, $v_g(\omega)$ puede escribirse como:
$$v_g(\omega) = \frac{c}{n(\omega) + \omega\left(\frac{dn}{d\omega}\right)}$$
o
$$v_g(\omega) = \frac{c}{n(\omega) - \lambda\left(\frac{dn}{d\lambda}\right)}$$
Evalúe la velocidad de grupo para el modelo de oscilador de Lorentz con amortiguación γ cerca de la resonancia. Grafique el coeficiente de absorción $\alpha(\omega)$, el índice de refracción $n(\omega)$ y $v_g(\omega)$ ¿Puede la velocidad del grupo ser superluminal, es decir, $v_g(\omega) > c$? ¿Cuáles son las implicaciones para un pulso corto / largo que se propague a través del medio? ¿Qué concluye de estos hallazgos en términos del concepto de velocidad de grupo? (Recuerde que el concepto de $v_g(\omega)$ lo introdujimos con una serie de Taylor)

7. Un cristal uniaxial birrefringente de cuarzo tiene $n_0 = 1.5443$ y $n_e = 1.5534$. Se fabrica una lámina cortando el cristal de manera que el eje óptico sea paralelo a su superficie. El material funcionará como lámina de cuarto de onda si la diferencia de fase entre el rayo ordinario y el extraordinario es de $\frac{\pi}{2}$, convirtiendo una onda linealmente polarizada que forma un ángulo de $\frac{\pi}{4}$ con el eje óptico en una onda circularmente polarizada. Calcule el espesor de la lámina para que sea de cuarto de onda para 500nm.