# Introducción a Redes Complejas en Biología de Sistemas

## Guía 0 - Matrices

1) Notación de índices

a. Escribir explícitamente los elementos de las siguientes matrices $\in \mathbb{Z}^{3x3}$

$$A_{ij} = \begin{cases} 5 \;\; si \; i = j \\ 2 \;\; si \;\; i < j \\ -2 \; si \; i > j \end{cases} \qquad B_{ij} = \begin{cases} 1 \; si \; i = j + 1 \\ 0 \qquad\quad si \; no \end{cases} \qquad C_{ij} = j + 3(i - 1)$$

b. Decidir si las siguientes expresiones son n no iguales siendo $\bar{\bar{A}}$ y $\bar{\bar{B}}$ dos matrices de $N$ x $N$ y $\vec{x}$ e $\vec{y}$ dos vectores columna de $N$ elementos. Corregir las expresiones incorrectas

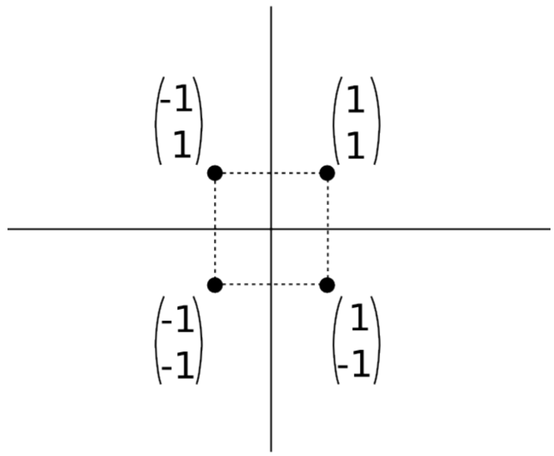
i. $\sum_{i=1}^{N} A_{ij} x_i = \bar{\bar{A}} \vec{x}$
ii. $\sum_{i=1}^{N} x_i y_i = \vec{x}^T \, \vec{y}$
iii. $\sum_{i=1}^{N} A_{li} B_{il} = \bar{\bar{A}} \bar{\bar{B}}$
iv. $\sum_{i=1}^{N} A_{ij} y_i x_j = \vec{x}^T \bar{\bar{A}} \, \vec{y}$

c. Escribir alguna expresión que describa a las siguientes matrices a partir de sus índices

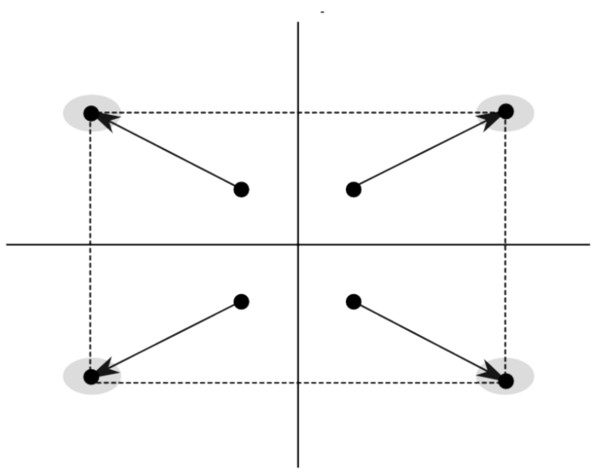
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

2) <u>Transformaciones lineales</u>

a. Mostrar gráficamente el efecto de cada una de las transformaciones lineales representadas por las matrices que aparecen más abajo. Para ello, aplicar la transformación a los siguientes puntos




y dibujar a dónde fueron a parar



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

b. Calcular el área de la figura que se forma luego de aplicar la transformación

c. Calcular el determinante de la matriz y comparar. Relacionar con ítem anterior.

d. Decidir cuales operaciones pueden retrotaerse (invertirse). Relacionar con ítem anterior.

3) Diagonalización
   a. Calcular los polinomios característicos de las matrices del ejercicio anterior y obtener sus raíces. ¿Cuántos autovalores distintos de obtiene en cada caso?
   b. Calcular el producto de todos los autovalores y comparar con el valor del determiante.
   c. Calcular todos los autovectores que sea posible para cada matriz y dibujar sus direcciones en los gráficos construidos para el ejercicio anterior. Interprete.
   d. ¿Qué ocurre si permitimos a las raíces del polinomio característico ser complejas? ¿Pueden diagonalizarse matrices que antes no?