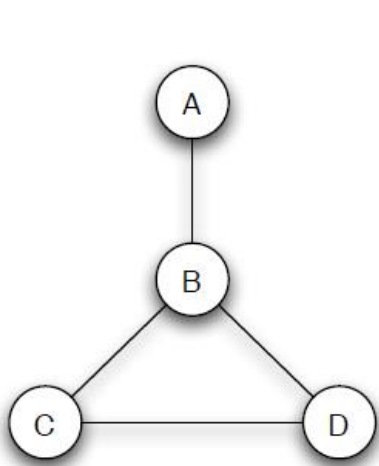


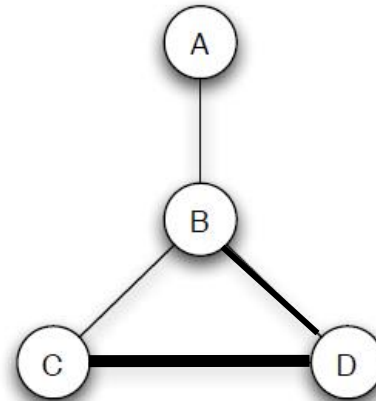
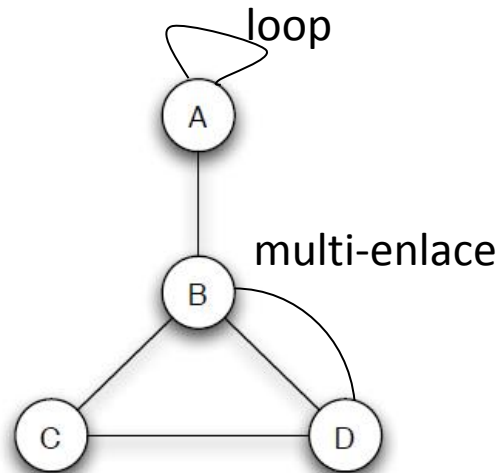
# Conceptos Básicos

# Un grafo es...

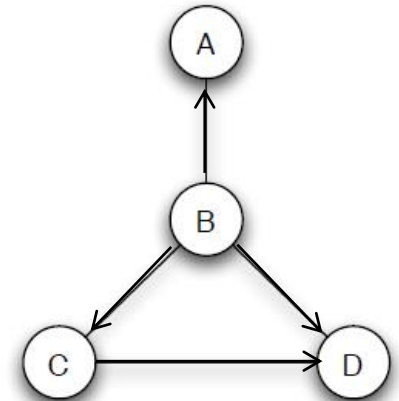
- Un grafo  $G$  es un conjunto de nodos y enlaces



grafo simple  
no-dirigido



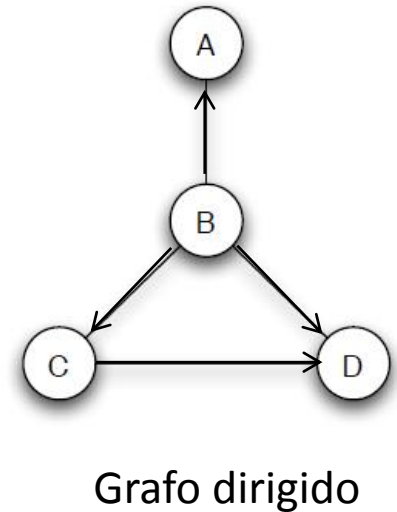
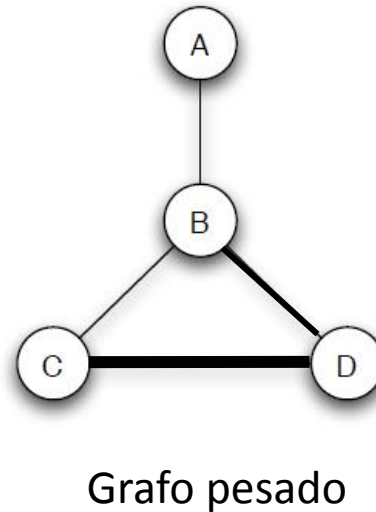
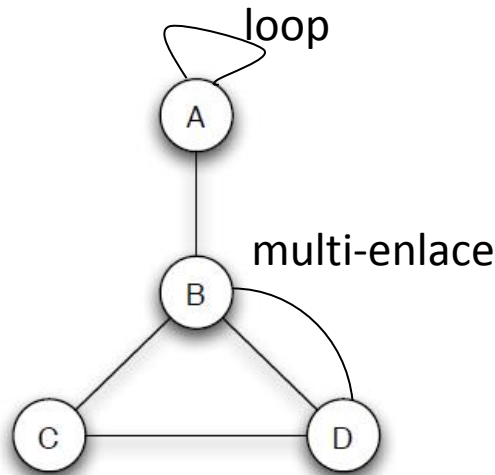
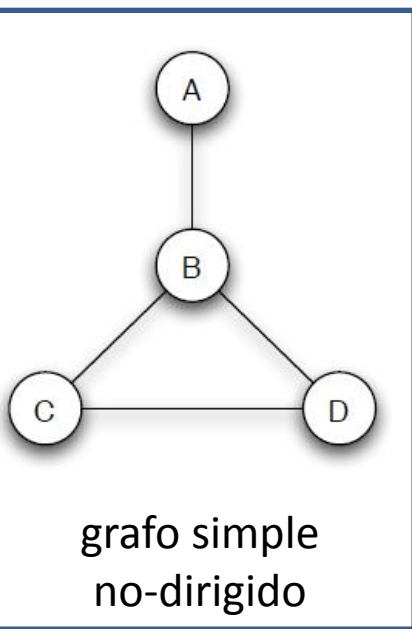
Grafo pesado



Grafo dirigido

# Un grafo es...

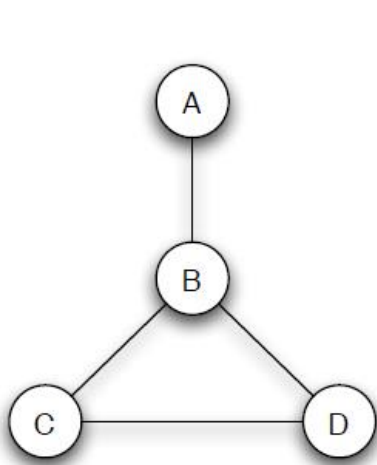
- Un grafo  $G$  es un conjunto de nodos y enlaces



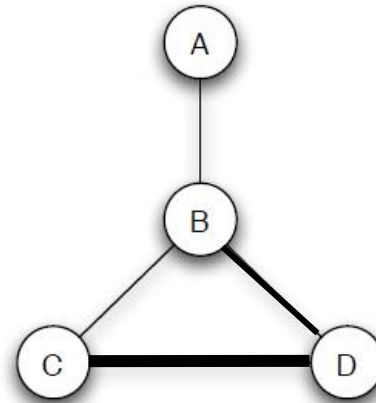
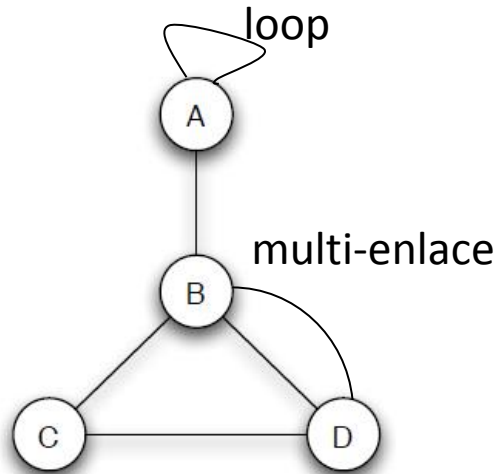
**Grafo simple no dirigido,  $G(N,E)$** , es un par de conjuntos  $N \neq \emptyset$  y  $E$ .  $N$  es un conjunto de elementos  $N = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$  llamados nodos o vértices. Los elementos de  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$  son pares no-ordenados de elementos distintos de  $N$ , llamados enlaces.

# Un grafo es...

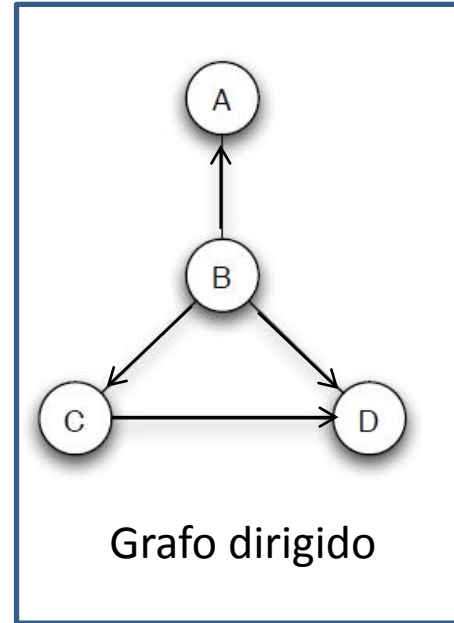
- Un grafo  $G$  es un conjunto de nodos y enlaces



grafo simple  
no-dirigido



Grafo pesado

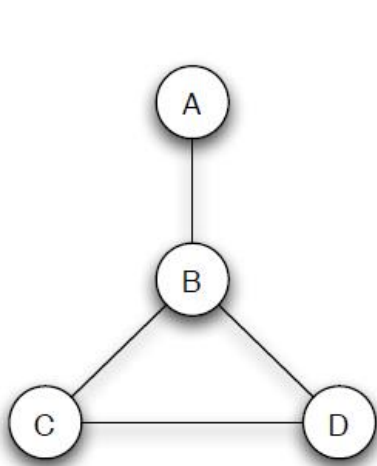


Grafo dirigido

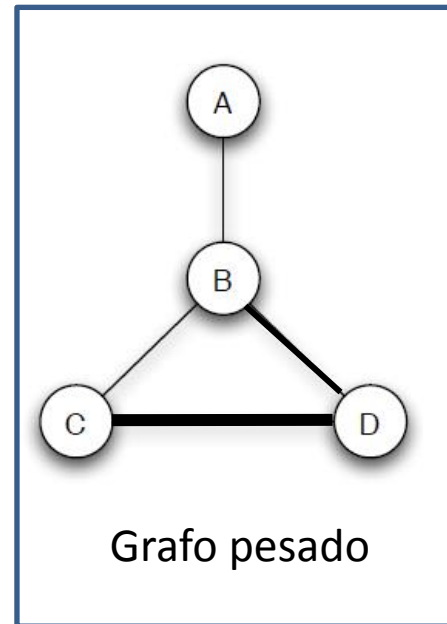
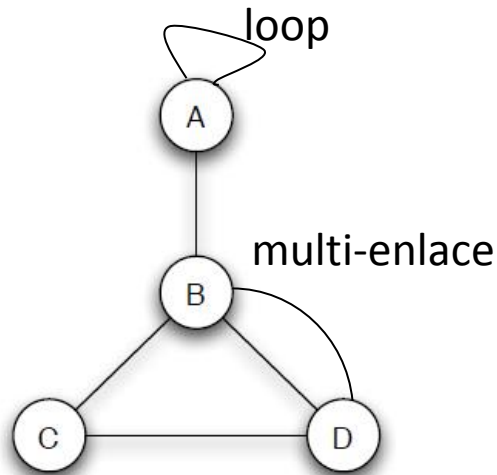
**Grafo simple dirigido,  $G(N,E)$** , es un par de conjuntos  $N \neq \emptyset$  y  $E$ .  $N$  es un conjunto de elementos  $N = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$  llamados nodos o vértices. Los elementos de  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$  son pares ordenados de elementos distintos de  $N$ , llamados enlaces.

# Un grafo es...

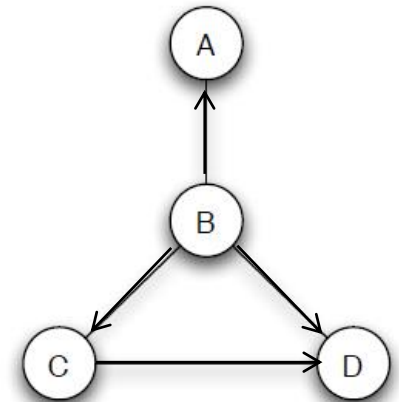
- Un grafo  $G$  es un conjunto de nodos y enlaces



grafo simple  
no-dirigido



Grafo pesado



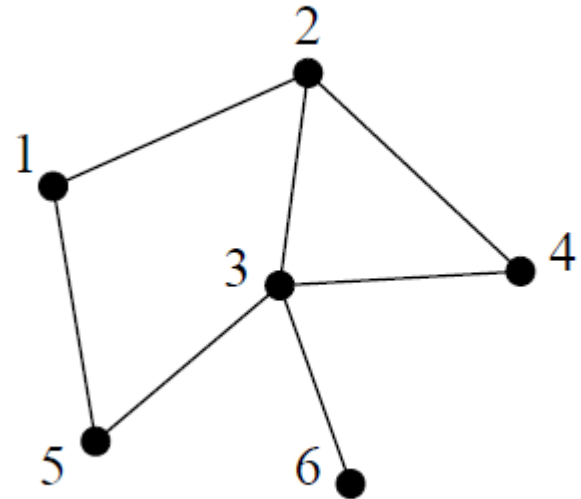
Grafo dirigido

**Grafo pesado,  $G(N,E)$** , es un par de conjuntos  $N \neq \emptyset$  y  $E$ .  $N$  es un conjunto de elementos  $N = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$  llamados nodos o vértices. Los elementos de  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$  son pares de elementos distintos de  $N$ , llamados enlaces. Además existe la **función de peso**  $w: E \times \mathbb{R}$

# Cómo representar un grafo simple

## Lista de enlaces

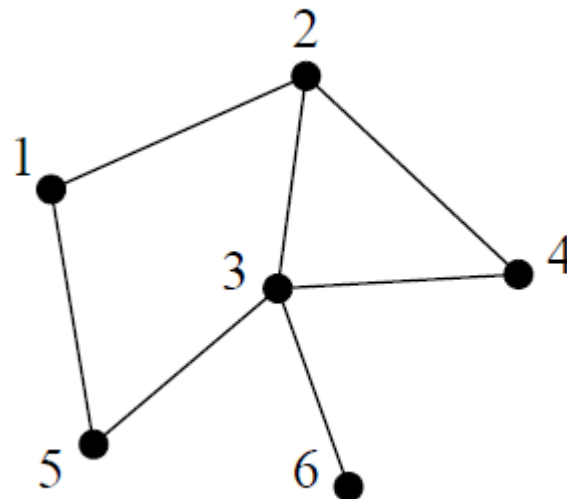
(1,2)  
(1,5)  
(2,3)  
(2,4)  
(3,4)  
(3,5)  
(3,6)



# Cómo representar un grafo simple

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$A_{ij} =$  1 si existe enlace entre nodos  $i$  y  $j$   
0 si no

$\mathbf{A}$  es una matriz **simétrica**.

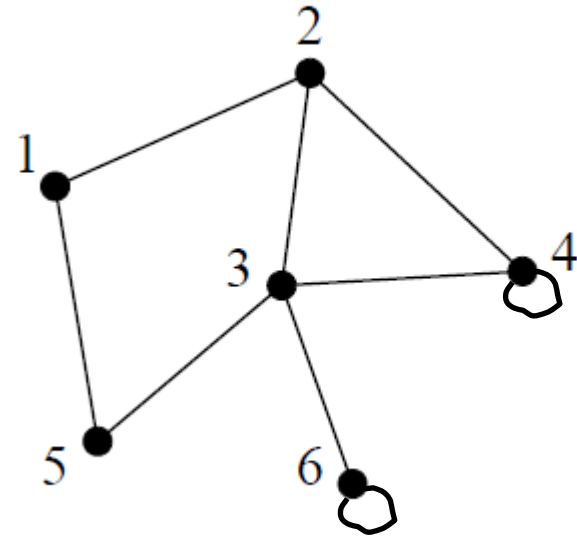
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$$

$$A_{ij} = A_{ji}$$

# Cómo representar un grafo con loops

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



$A_{ij} =$  1 si existe enlace entre nodos  $i$  y  $j$   
0 si no

Los **loops** se corresponden con

$$A_{ii} = 2$$

$\mathbf{A}$  es una matriz **simétrica**.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$$

$$A_{ij} = A_{ji}$$

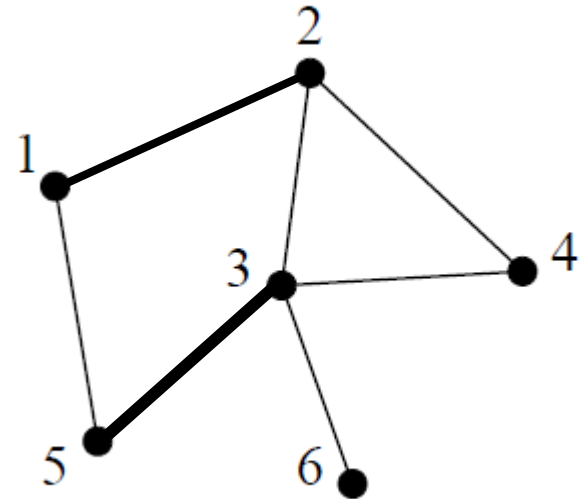
- Un enlace tipo *loop* tiene dos conexiones con el nodo- $i$
- Cada enlace aparece 2 veces en  $\mathbf{A}$



# Cómo representar un grafo pesado

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$A_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \text{si existe enlace entre nodos } i \text{ y } j \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

$\mathbf{A}$  es una matriz **simétrica**.

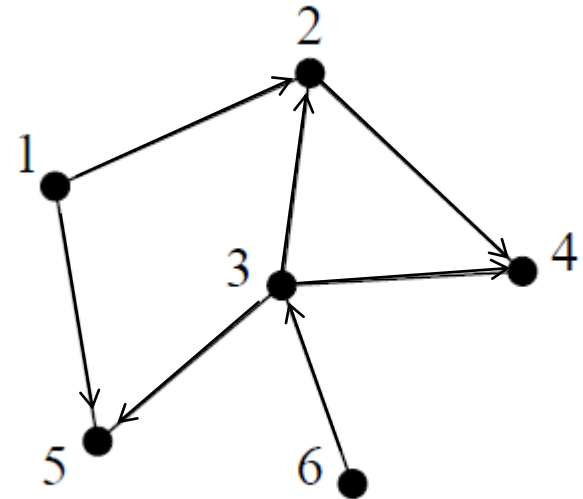
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$$

$$A_{ij} = A_{ji}$$

# Cómo representar un grafo dirigido

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

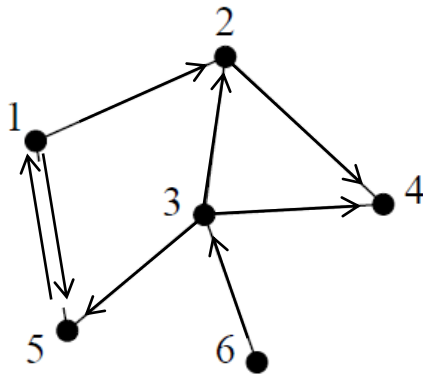


$A_{ij} =$  1 si existe enlace que llega a  $i$  desde  $j$   
0 si no

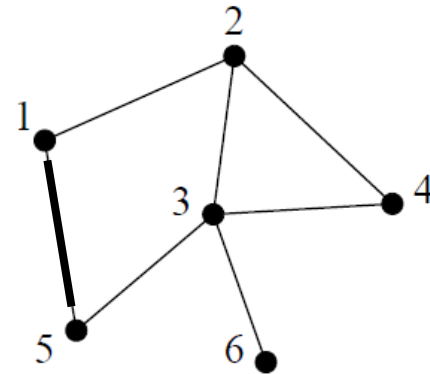
**A no es una matriz simétrica.**

# Versión no-dirigida de grafo dirigido

¿Cuál es la versión no-dirigida de un grafo dirigido?



**A**

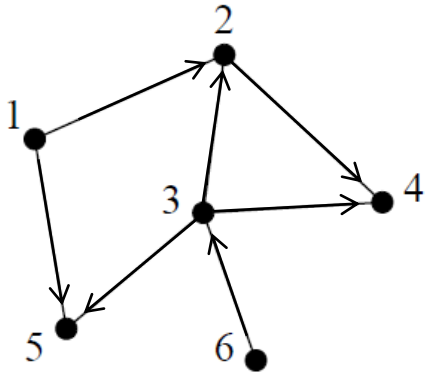


**$A' = A + A^T$**

La red no-dirigida tiene menos información [ $N^2$  vs  $N(N+1)/2$  grados de libertad].

Existen otras maneras de *proyectar* recapitulando otros aspectos de la red dirigida...

# Proyección co-citas de red dirigida



Coeficiente de **cocitación** entre nodos  $i$  y  $j$ :

- Número de nodos que tienen enlaces que apuntan a nodos  $i$  y  $j$  al mismo tiempo

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik}A_{jk} = \sum_{k=1}^n A_{ik}(A^T)_{kj}$$

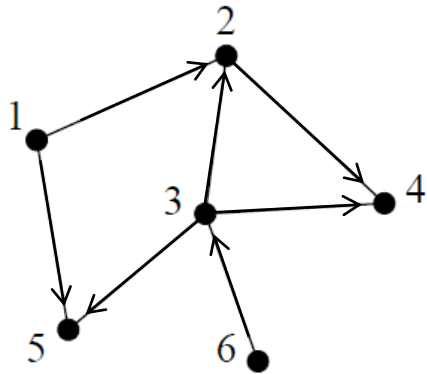
$$C = AA^T$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Notar que

$$C_{ii} = \sum_{k=1}^n A_{ik}A_{ik} = \sum_{k=1}^n A_{ik} \geq 0$$

# Proyección co-citas de red dirigida



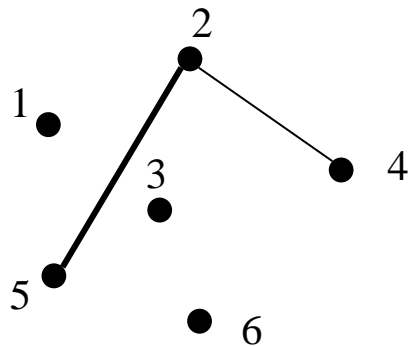
Coeficiente de **cocitación** entre nodos  $i$  y  $j$ :

- Número de nodos que tienen enlaces que apuntan a nodos  $i$  y  $j$  al mismo tiempo

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik}A_{jk} = \sum_{k=1}^n A_{ik}(A^T)_{kj}$$

$$C = AA^T$$

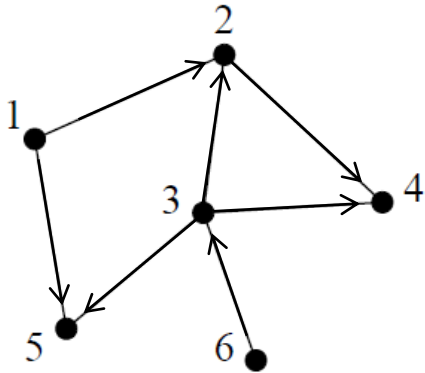
$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



← Puedo armar una red no-dirigida si considero

$$\tilde{C} = C - \text{diag}(C)$$

# Proyección acople bibliográfico



Coeficiente de **acople bibliográfico** entre nodos  $i$  y  $j$ :  
 Número de nodos referenciados, a la vez, por  
 los nodos  $i$  y  $j$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ki} A_{kj} = \sum_{k=1}^n (A^T)_{ik} A_{kj}$$

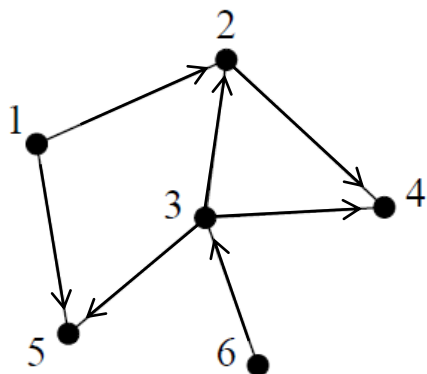
$$B = A^T A$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_{ii} = \sum_{k=1}^n A_{ki} A_{ki} = \sum_{k=1}^n A_{ki}$$

$$B_{ii} = \text{num\_enlaces\_salientes} = \text{out\_degree} = k_{\text{out}}$$

# Cómo representar un grafo dirigido

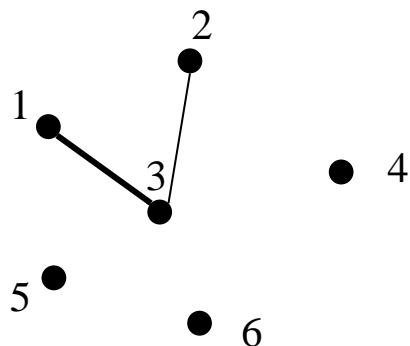


Coeficiente de **acople bibliográfico** entre nodos  $i$  y  $j$ :  
 Número de nodos referenciados, a la vez, por los nodos  $i$  y  $j$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ki} A_{kj} = \sum_{k=1}^n (A^T)_{ik} A_{kj}$$

$$B = A^T A$$

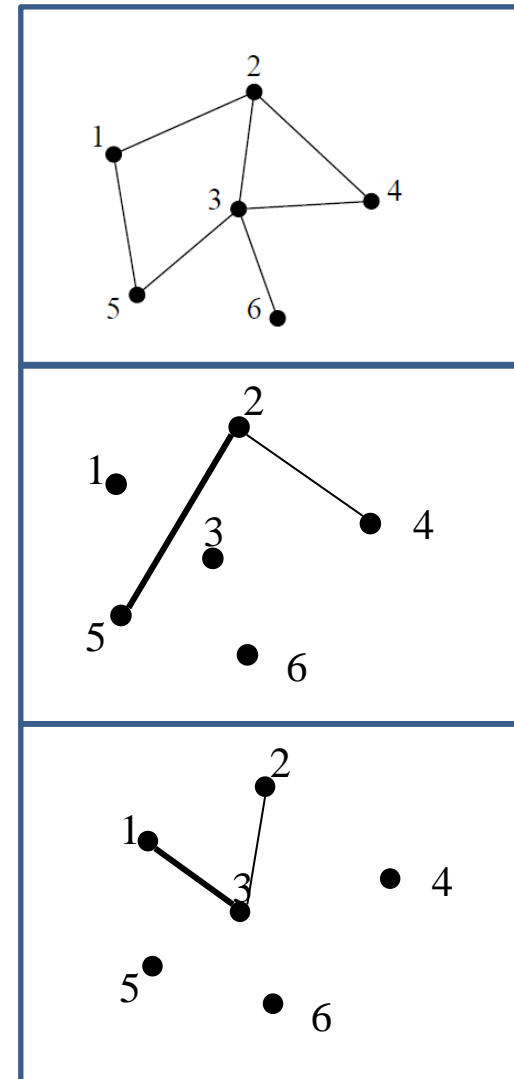
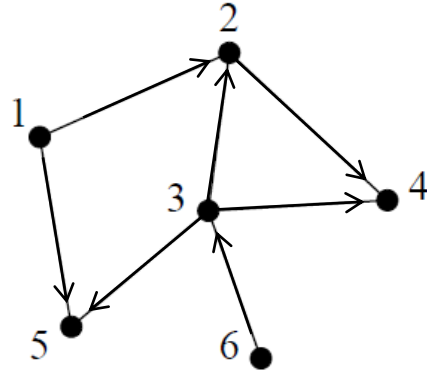
$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\tilde{B} = B - \text{diag}(B)$$

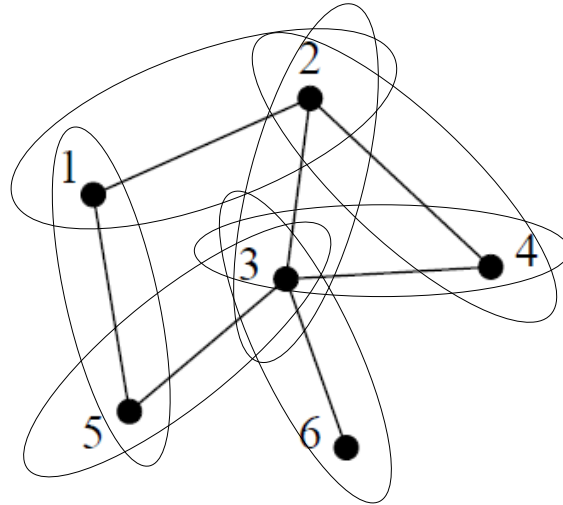
# Cómo representar un grafo dirigido

¿Cuál es la version no-dirigida de un grafo dirigido?





# Hipergrafos



Cada enlace se corresponde con una asociación entre **pares** de vértices.

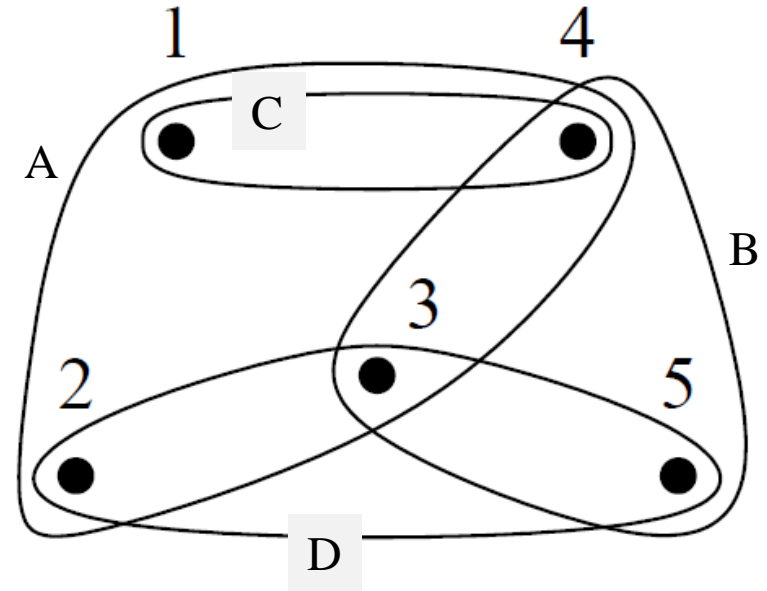
Es posible extender el concepto de enlace para conjuntos de más de dos elementos?

# Hipergrafos

Descripción que involucre explicitar relaciones entre más de dos entidades (hiperenlaces)

- Concepto de familias
- Reacciones bioquímicas que involucren más de dos especies
- ...

## Matriz de incidencia

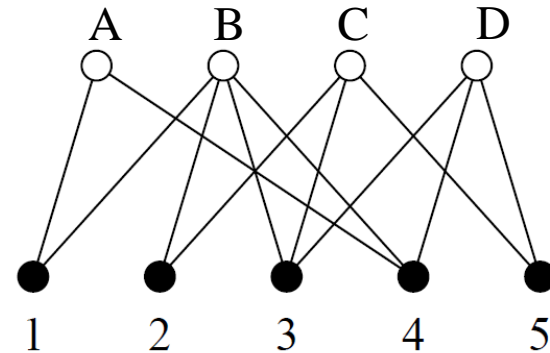
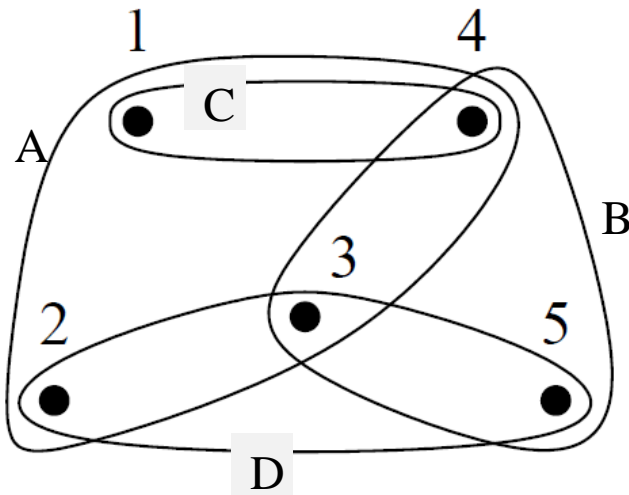
$$I = \begin{array}{ccccc} & A & B & C & D \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \end{array}$$


La matriz  $I$  involucra a dos tipos de entidades

$I_{i\alpha}$  1 si nodo  $i$  esta incluido en conjunto  $\alpha$   
0 si no

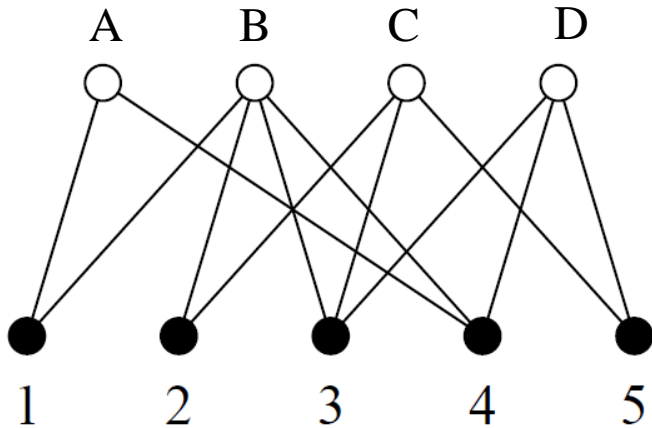
# Hipergrafos $\leftrightarrow$ redes de filiación

En gral la info contenida en hipergrafos puede representarse mediante **redes de filiación** compuesta por dos tipos de nodos: elementos e hiperenlaces que dan lugar a **focos**



$$I = \begin{array}{ccccc} & A & B & C & D \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \end{array}$$

# Red Bipartita

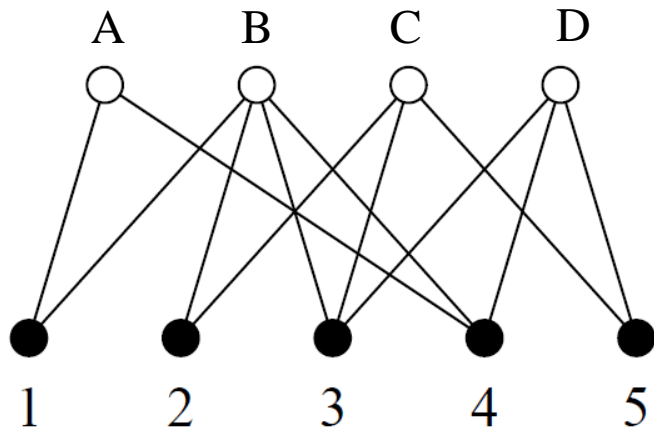


$$A =$$

	1	2	3	4	5	A	B	C	D
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	1	0
3	0	0	0	0	0	0	1	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	1
5	0	0	0	0	0	0	0	1	1
A	1	0	0	1	0	0	0	0	0
B	1	1	1	1	0	0	0	0	0
C	0	1	1	0	1	0	0	0	0
D	0	0	1	1	1	0	0	0	0

**Red bipartita:** grafo  $G(V, A, E)$  constituido por tres conjuntos:  $V \neq \emptyset, A \neq \emptyset$  y  $E$ . Los elementos de  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  y  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_L\}$  son distintos y se denominan nodos tipo- $V$  y tipo- $A$  de la red respectivamente. Los elementos de  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$ , denominados enlaces, son pares diferentes de elementos no-ordenados, uno de tipo- $V$  otro de tipo- $A$ .

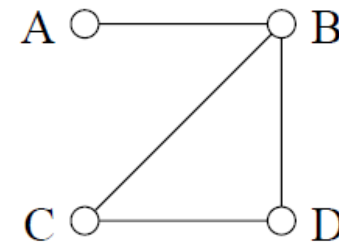
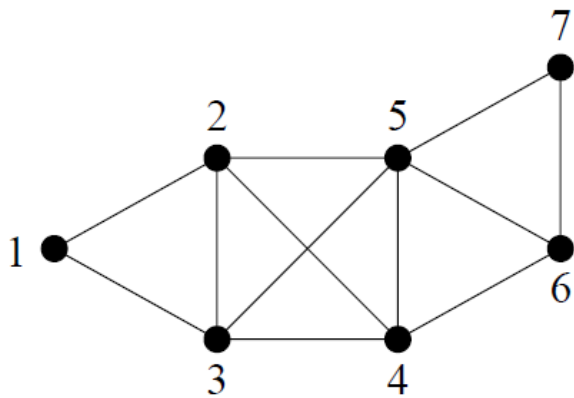
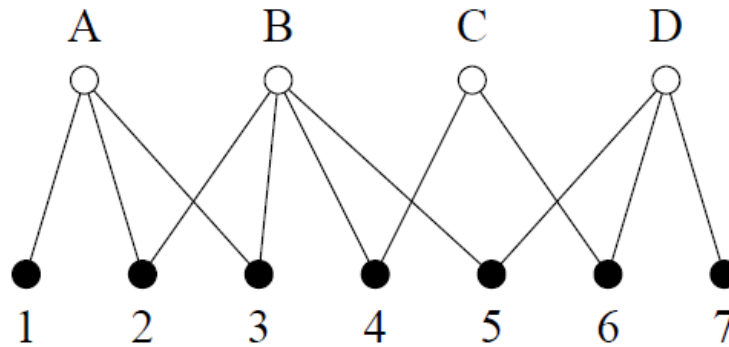
# Red Bipartita



$$A = \begin{array}{c|cccccc|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & A & B & C & D \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & I & \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ \hline A & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & & & & I^T & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

**Red bipartita:** grafo  $G(V, A, E)$  constituido por tres conjuntos:  $V \neq \emptyset, A \neq \emptyset$  y  $E$ . Los elementos de  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  y  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_L\}$  son distintos y se denominan nodos tipo- $V$  y tipo- $A$  de la red respectivamente. Los elementos de  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$ , denominados enlaces, son pares diferentes de elementos no-ordenados, uno de tipo- $V$  otro de tipo- $A$ .

# Proyecciones de una Red Bipartita



$$P_{ij} = \sum_{\alpha=1}^L I_{i\alpha} I_{j\alpha} = \sum_{\alpha=1}^L I_{i\alpha} (I^T)_{\alpha j}$$

$$P = I \cdot I^T$$

$$P'_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^N I_{i\alpha} I_{i\beta} = \sum_{i=1}^N (I^T)_{\alpha i} I_{i\beta}$$

$$P' = I^T \cdot I$$

# The human disease network

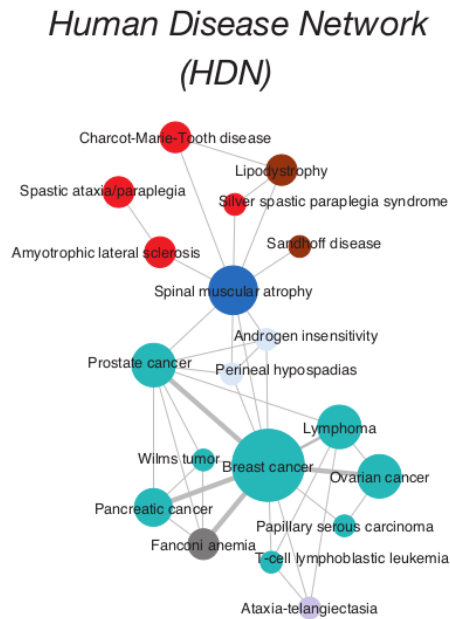
Kwang-Il Goh<sup>\*†‡§</sup>, Michael E. Cusick<sup>\*†¶</sup>, David Valle<sup>¶</sup>, Barton Childs<sup>¶</sup>, Marc Vidal<sup>†¶||\*\*</sup>, and Albert-László Barabási<sup>\*†\*\*\*</sup>

\*Center for Complex Network Research and Department of Physics, University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556; †Center for Cancer Systems Biology (CCSB) and ‡Department of Cancer Biology, Dana-Farber Cancer Institute, 44 Binney Street, Boston, MA 02115; §Department of Genetics, Harvard Medical School, 77 Avenue Louis Pasteur, Boston, MA 02115; ¶Department of Physics, Korea University, Seoul 136-713, Korea; and ||Department of Pediatrics and the McKusick-Nathans Institute of Genetic Medicine, Johns Hopkins University School of Medicine, Baltimore, MD 21205

Edited by H. Eugene Stanley, Boston University, Boston, MA, and approved April 3, 2007 (received for review February 14, 2007)

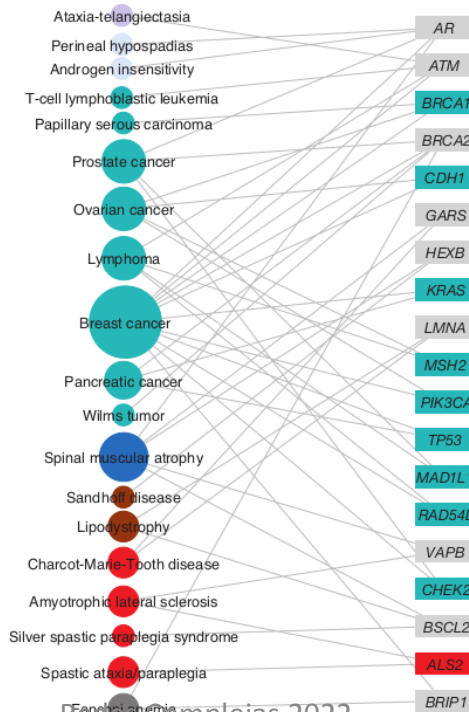
**A network of disorders and disease genes linked by known disorder-gene associations offers a platform to explore in a single graph-theoretic framework all known phenotype and disease gene associations, indicating the common genetic origin of many diseases. Genes**

**known genetic disorders, whereas the other set corresponds to all known disease genes in the human genome (Fig. 1). A disorder and a gene are then connected by a link if mutations in that gene are implicated in that disorder. The link of Mendelian diseases and**

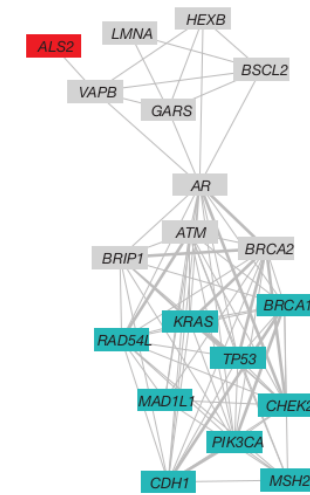


## DISEASOME

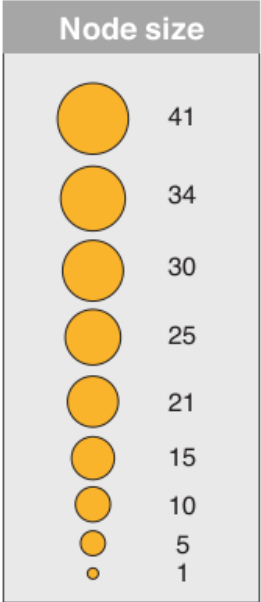
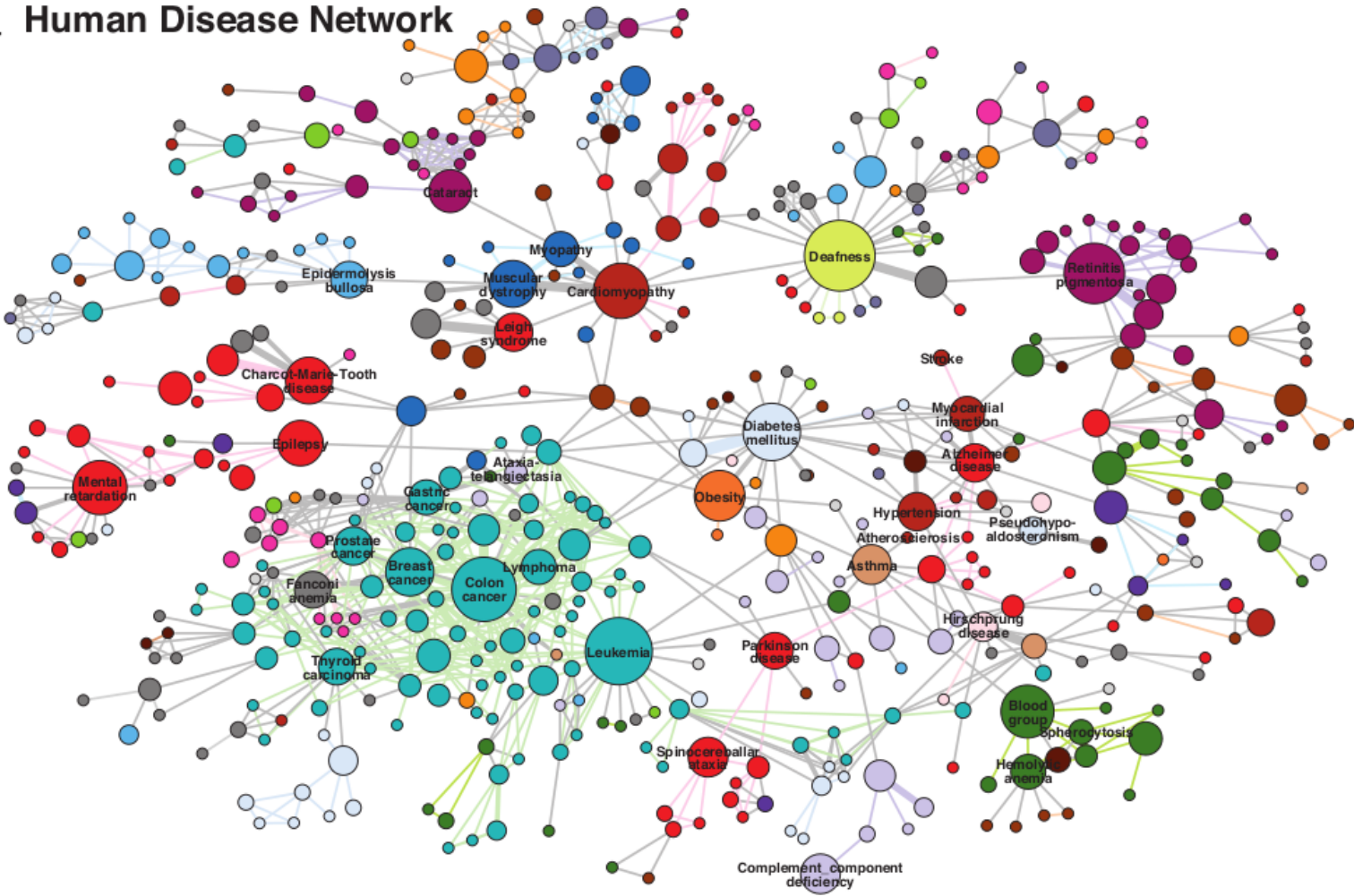
disease phenotype      disease genome



## Disease Gene Network (DGN)

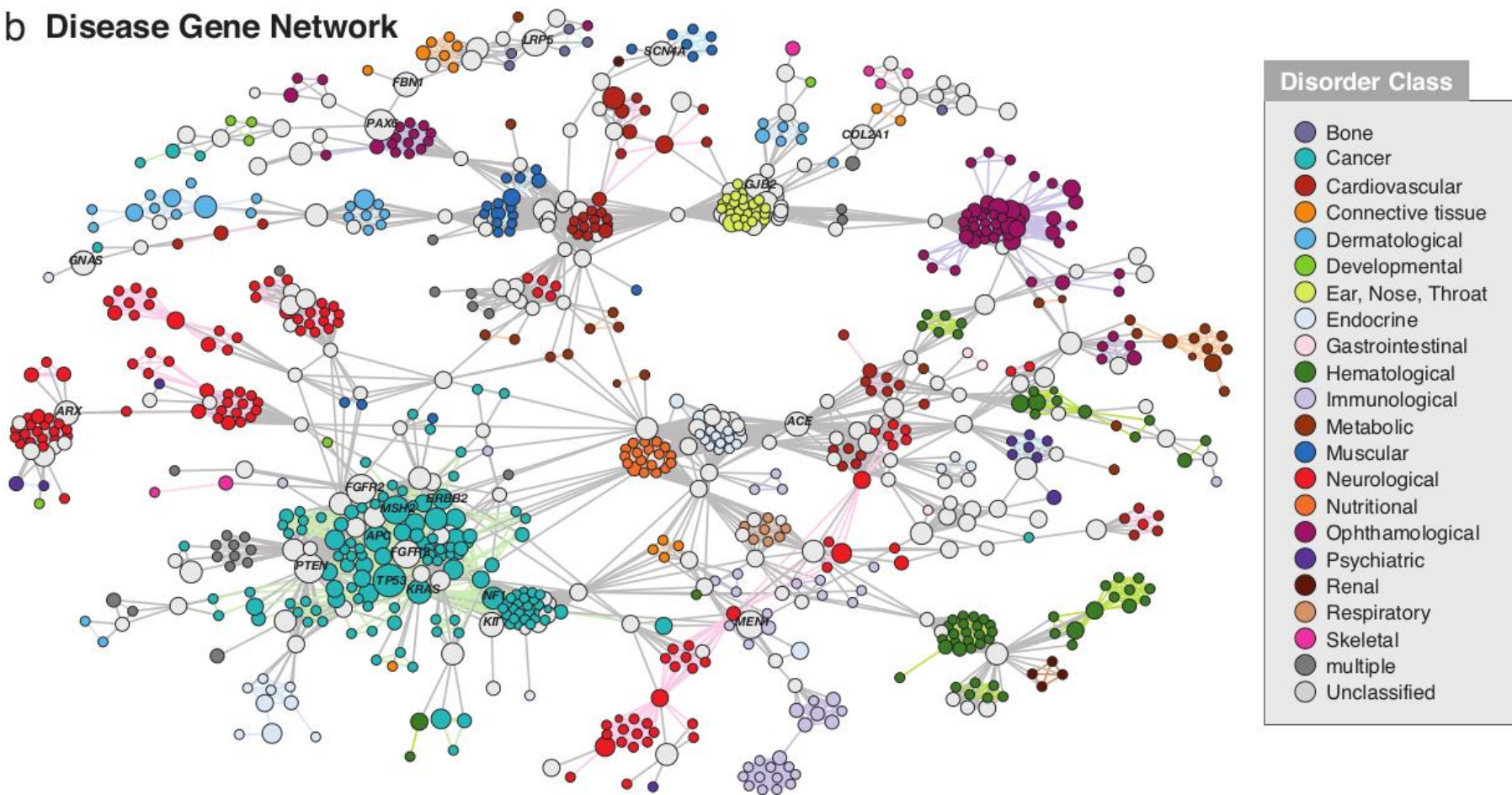


# a Human Disease Network





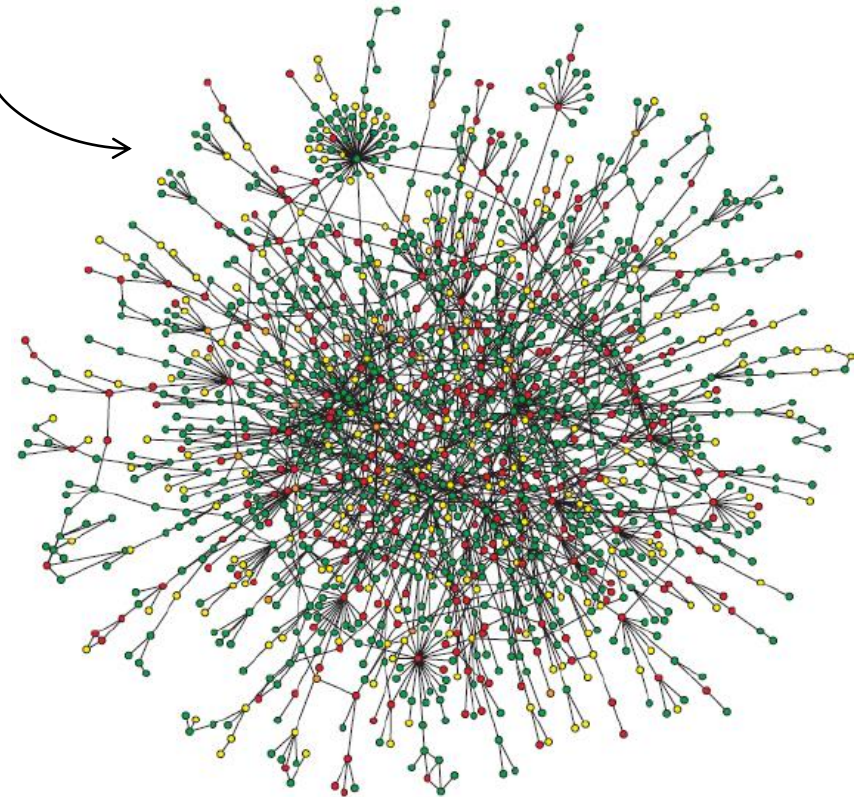
## b Disease Gene Network



- Disorder Class**
- Bone
  - Cancer
  - Cardiovascular
  - Connective tissue
  - Dermatological
  - Developmental
  - Ear, Nose, Throat
  - Endocrine
  - Gastrointestinal
  - Hematological
  - Immunological
  - Metabolic
  - Muscular
  - Neurological
  - Nutritional
  - Ophthalmological
  - Psychiatric
  - Renal
  - Respiratory
  - Skeletal
  - multiple
  - Unclassified

# Caracterizando redes complejas

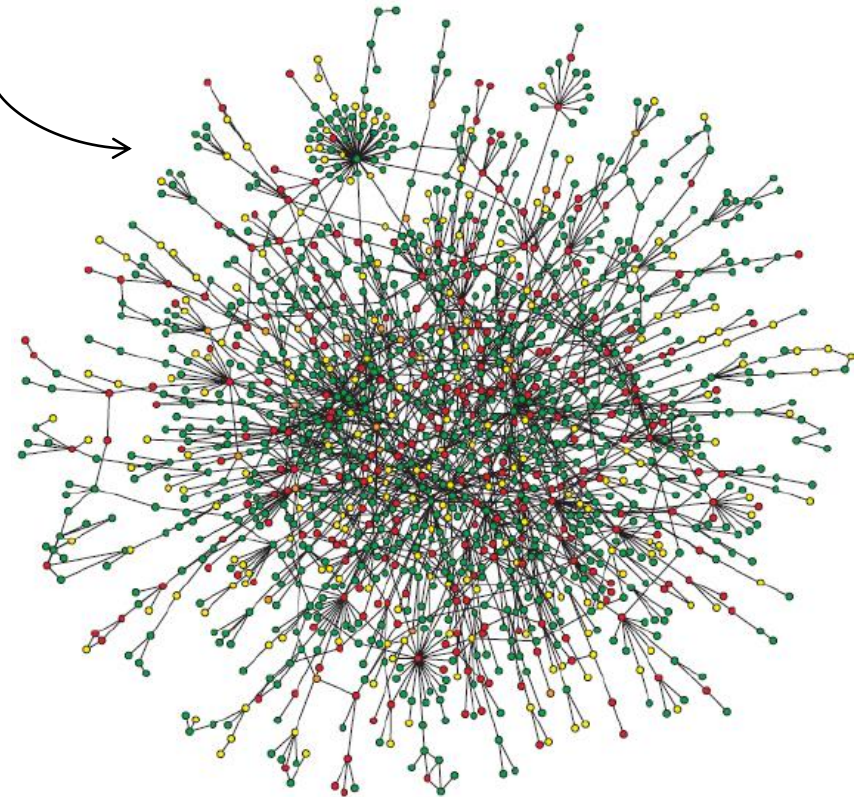
Propiedades cuantitativas para analizar y entender como están organizadas este tipo de *cosas*



# Propiedades de redes complejas

Propiedades cuantitativas para analizar y entender como están organizadas este tipo de *cosas*

- Distribución de grado
- Asortatividad/homofilia
- Clustering
- Motifs
- Modularidad
- Distancias
- Centralidad
- Eficiencia
- Robustez
- ....



# Grado

**Grado de un nodo:** número de enlaces incidentes

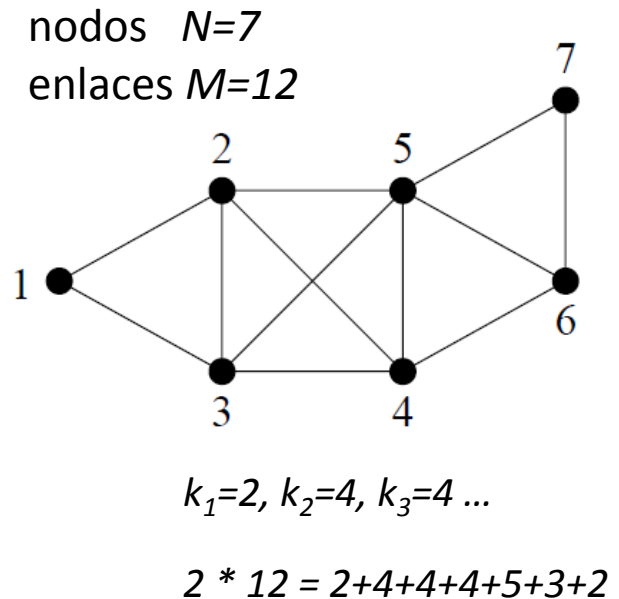
$$k_i = \sum_{j=1}^N A_{ij}$$

Además, como cada *enlace* tiene dos extremos\*:

$$2M = \sum_{i=1}^N k_i \quad \text{por lo que} \quad M = \frac{1}{2} \sum_{i,j} A_{ij}$$

**Grado medio**

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2M}{N}$$



$$\langle k \rangle = 24/7 = 3.43$$

# Densidad

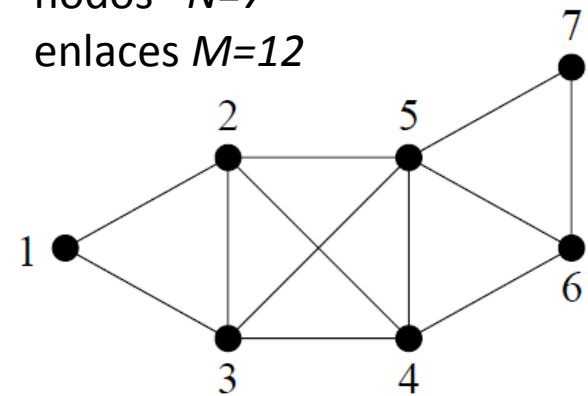
Máximo número de enlaces para un grafo de N vértices:

$$M_{max} = \binom{N}{2} = \frac{N * (N - 1)}{2}$$

## Densidad del grafo

$$\rho = \frac{M}{M_{max}}$$
$$= \frac{M}{\binom{N}{2}} = \frac{2 * M}{N * (N - 1)} = \frac{\langle k \rangle}{N - 1}$$

nodos  $N=7$   
enlaces  $M=12$



$k_1=2, k_2=4, k_3=4 \dots$

$\langle k \rangle = 24/7 = 3.43$

$M_{max}=21$

$\rho=0.67$

# Redes densas o ralas

$$\rho = \frac{2 * M}{N * (N - 1)} = \frac{\langle k \rangle}{N - 1}$$

Supongamos que analizamos una red que crece en el tiempo:  $N=N(t)$ ,  $M=M(t)$

Una red es **rala** si  $\rho(t) \rightarrow 0$   
 $N \rightarrow \infty$

Internet, WWW, redes de amistad

**densa** si  $\rho(t) \rightarrow cte$   
 $N \rightarrow \infty$

redes tróficas



# Grado de redes dirigidas

$$k_i^{in} = \sum_j A_{ij}$$

$$k_j^{out} = \sum_i A_{ij}$$

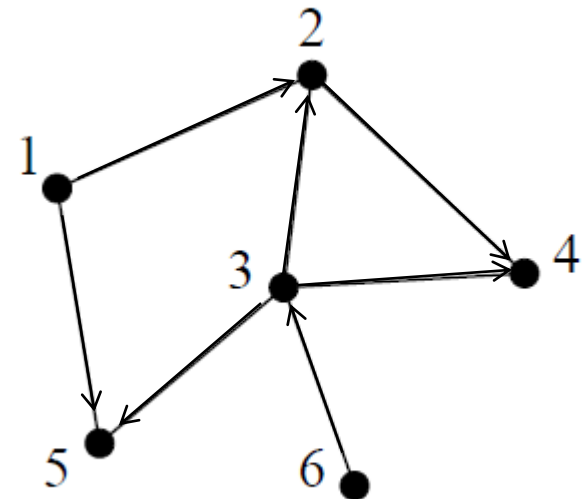
Cada **enlace** tiene un *extremo-in* y otro *out*

$$M = \sum_{i=1}^N k_i^{in} = \sum_{i=1}^N k_i^{out} = \sum_{i,j} A_{ij}$$

**Grado medio**

$$\left. \begin{aligned} \langle k^{in} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{in} \\ \langle k^{out} \rangle &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{out} \end{aligned} \right\} = \frac{1}{N} \sum_{i,j} A_{ij} = \frac{M}{N}$$

nodos  $N=6$



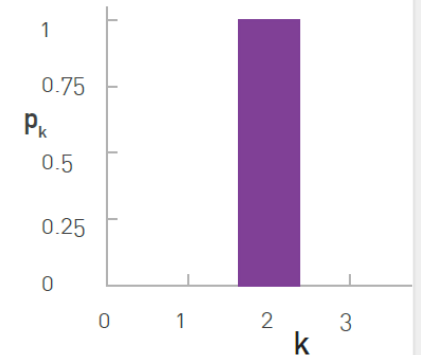
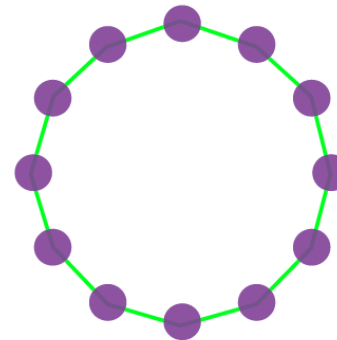
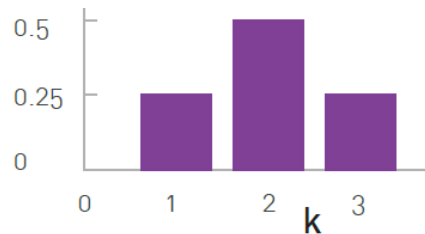
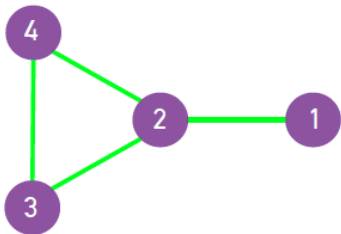
$$\begin{aligned} k_3^{in} &= 1 \\ k_3^{out} &= 3 \end{aligned}$$

# Distribución de grado

La **distribución de grado**,  $p_k$ , de nodos de una red provee la probabilidad de que un nodo elegido al azar tenga grado  $k$ .

$$p_k = \frac{n_k}{N}$$

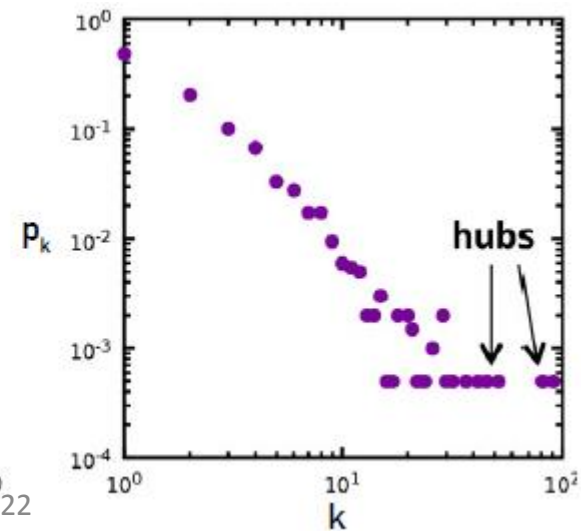
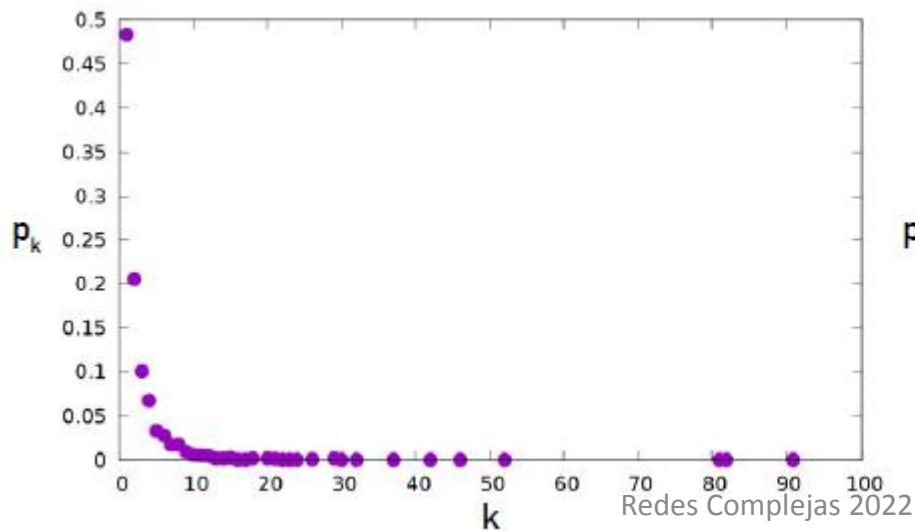
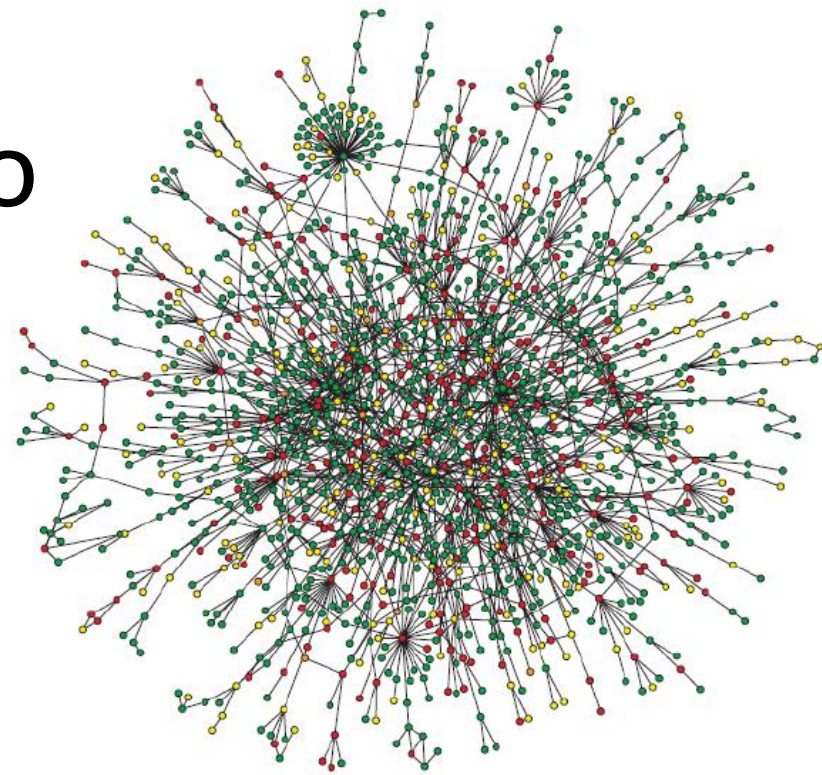
$$\sum_k^N p_k = 1$$





# Distribución de grado

- En redes reales el grado puede variar muchísimo



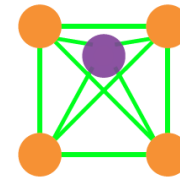
# Coeficiente de *clustering*

En qué medida los vecinos de un nodo son vecinos entre sí ?

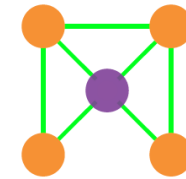
**Coeficiente de clustering local:**

↙ pares de vecinos  
enlazados (triángulos)

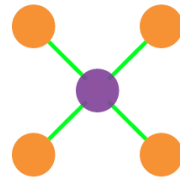
$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)}$$



$C_i=1$



$C_i=1/2$



$C_i=0$

$$L_i = \sum_{\substack{j,k \\ i \neq j \neq k}} a_{ij} a_{ik} a_{jk} = \sum_{\substack{j,k \in N(i) \\ j \neq k}} a_{jk}$$

- probabilidad que pares de vecinos del nodo  $i$  estén conectados
- Medida de densidad local

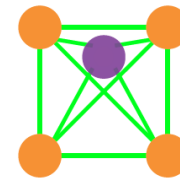
# Coeficiente de *clustering*

En qué medida los vecinos de un nodo son vecinos entre sí ?

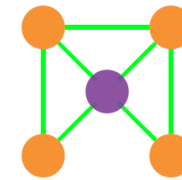
**Coeficiente de clustering local:**

pares de vecinos  
enlazados (triángulos)

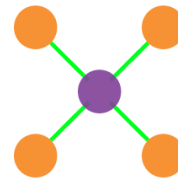
$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)}$$



$C_i=1$



$C_i=1/2$



$C_i=0$

En qué medida pares de vecinos de un nodo tomado al azar en la red son vecinos entre sí ?

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$$

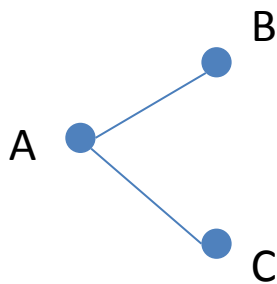
# Coeficiente de *clustering*

**Coeficiente de clustering global**

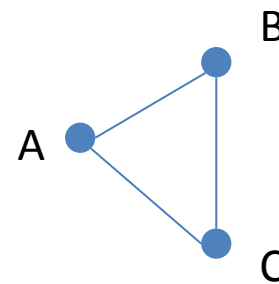
que tan probable es encontrar triángulos (a.k.a. clausura transitiva) en la red ?

$$C_{\Delta} = \frac{3 \times \text{Number Of Triangles}}{\text{Number Of Connected Triples}}$$

**tripleto conectado:** conjunto de 3 nodos X, Y, Z donde X esta conectado con Y e Y con Z



BAC



BAC

ACB

CBA

# Coeficiente de *clustering*

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)}$$

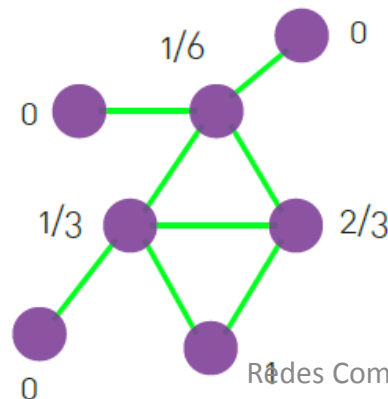
$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$$

$$C_{\Delta} = \frac{3 \times \text{Number Of Triangles}}{\text{Number Of Connected Triples}}$$

En qué medida los vecinos de un nodo  $i$  son vecinos entre sí ?

En qué medida pares de vecinos de un nodo tomado al azar en la red son vecinos entre sí ?

Que tan probable es encontrar triangulos (a.k.a. clausura transitiva) en la red ?

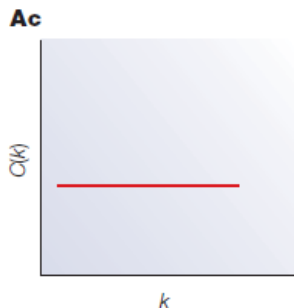
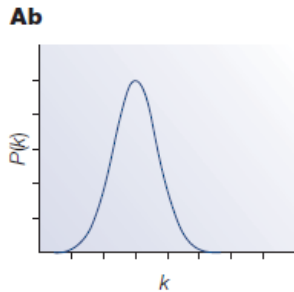
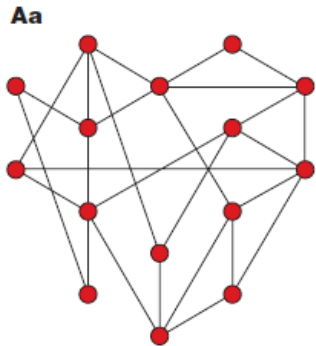


$$\langle C \rangle = \frac{13}{42} \approx 0.310$$

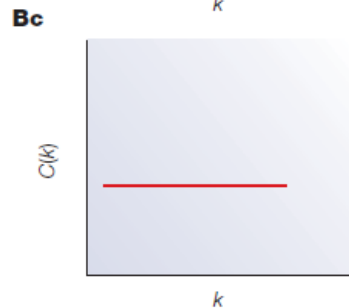
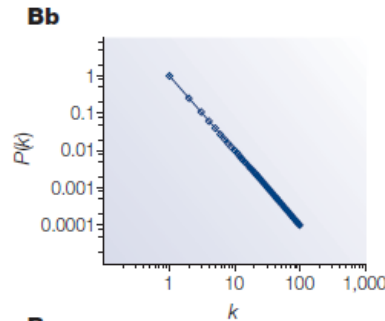
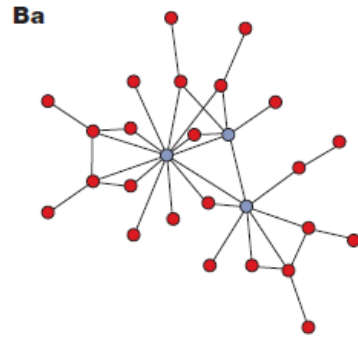
$$C_{\Delta} = \frac{3}{8} = 0.375$$

# Ejemplo: Modelos de juguete

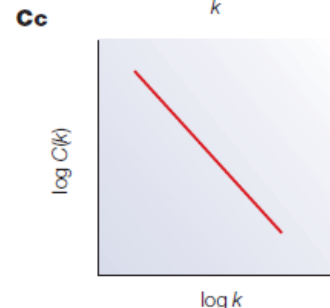
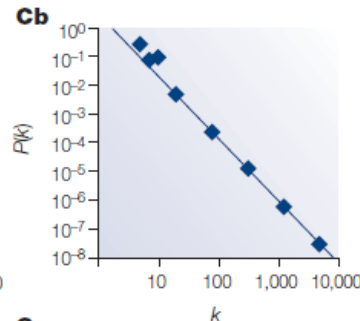
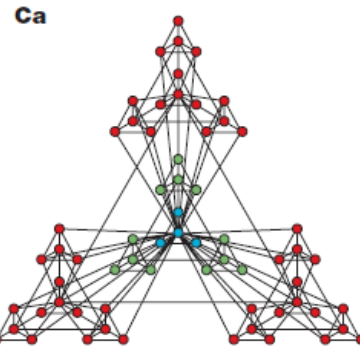
**A** Random network



**B** Scale-free network



**C** Hierarchical network



## Red aleatoria

- Nodos enlazados con proba  $p$
- $P(k)$  Poisson (cola exponencial)
- $C(k)$  independiente de  $k$

## Red libre-de-escala

- Crecimiento de red: *rich gets richer*
- $P(k) \sim k^{-a}$
- Red no posee estructura modular
- $C(k)$  independiente de  $k$

## Red jerarquica

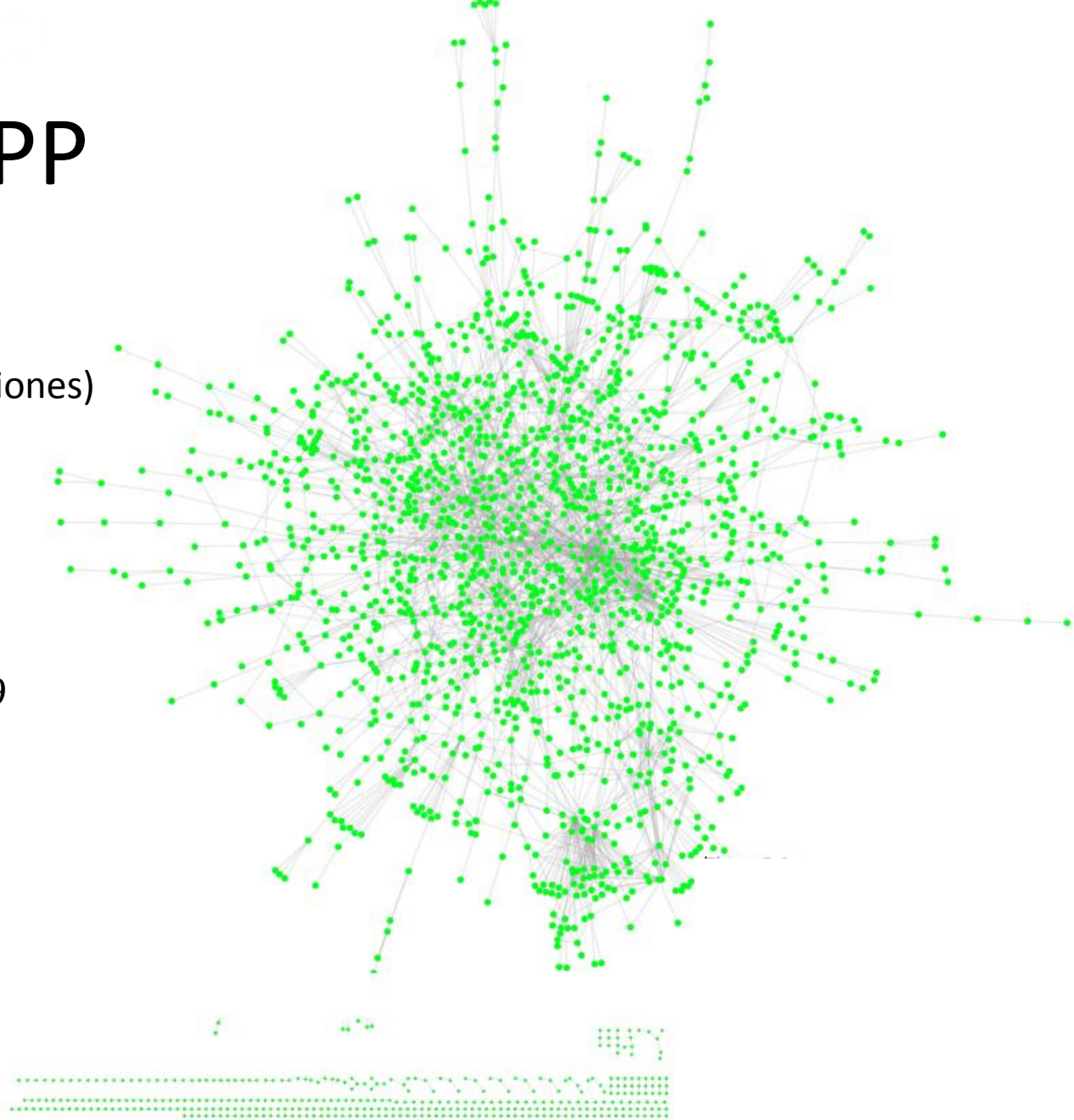
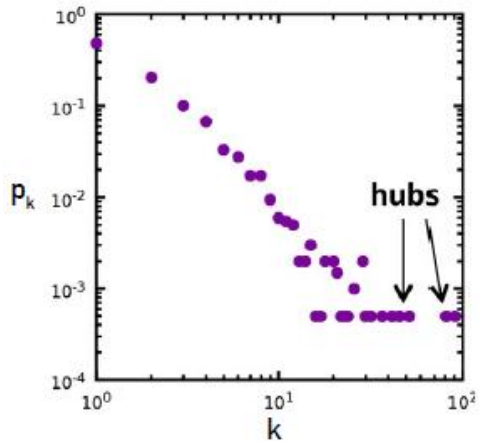
- Estructura jerarquica y modular
- $P(k) \sim k^{-a}$
- $\langle C(k) \rangle \sim 0.6$  (alto)
- $C(k) \sim k^{-1}$
- Estructuras densas comunicadas por algunos hubs

# Ejemplo RIPP

N=2018 nodos (proteínas)  
M=2930 enlaces (interacciones)

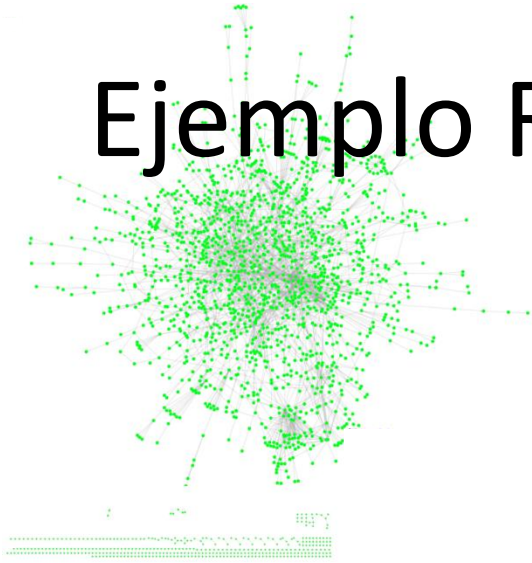
**Grado medio**

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2M}{N} = 2.9$$



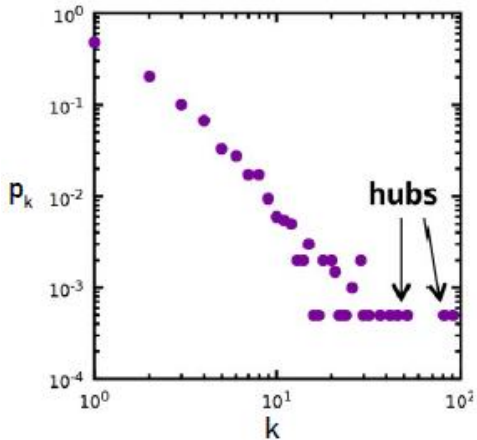


# Ejemplo RIPP



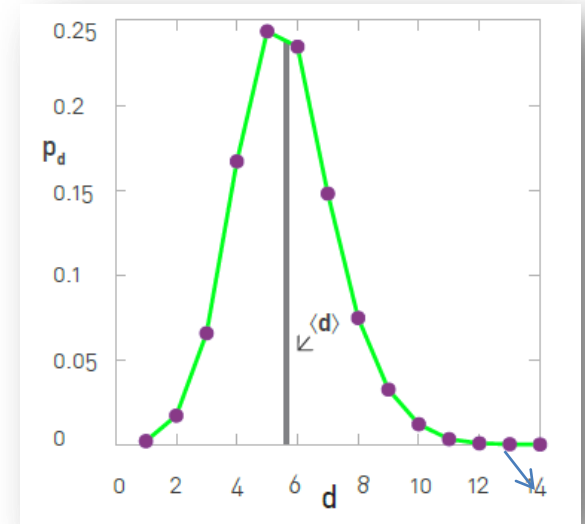
## Grado medio

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2M}{N} = 2.9$$



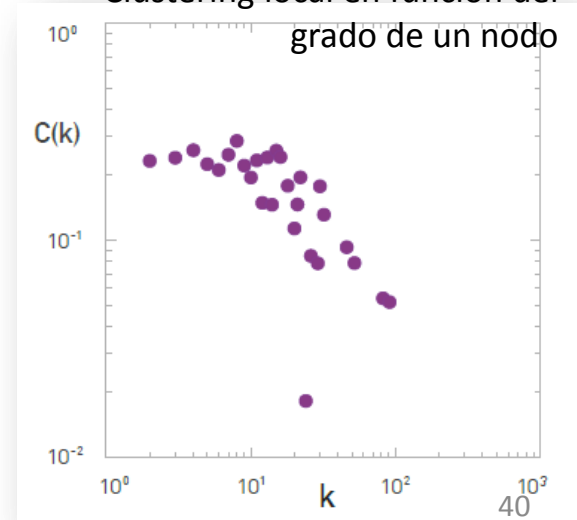
## Distribucion de distancias

- distancia media = 5.61
- diámetro de la red=14



- $\langle C_i \rangle = 0.12$
- $C(k)$  decrece con  $k$ .
  - Nodos de bajo grado en entornos densos
  - hubs en entornos ralos
  - estructura jerárquica ...

## Clustering local en función del grado de un nodo





# Hablando del proyecto final...

- Vayan pensando y sopesando ideas ... pero no se apresuren en definir su proyecto
- La teoria de redes es una herramienta, no un fin en si mismo.. Entiendan lo mejor posible el sistema que desean analizar e identifiquen dos o tres preguntas concretas que deseen contestar.
- Jueguen/masajeen/exploren/entiendan lo mejor que puedan los datos, para saber que preguntarles.
- No pregunten por preguntar.
- No subestimen el proceso de obtencion, preparacion y manejo de datos. Es lo equivalente a preparar un experimento. Garbage-in -> garbage-out
- Cosas que en general pueden funcionar:
  - Analisis de robustez
  - Comparar evolucion temporal
  - Correlacion estructura con campos definidos sobre nodos o enlaces
  - Combinar / comparar redes
  - Relacion entre propiedades topologicas (centralidad / puentes / ... ) y propiedades externas
  - Aprendizaje semisupervisado
  - Priorizacion
  - ...