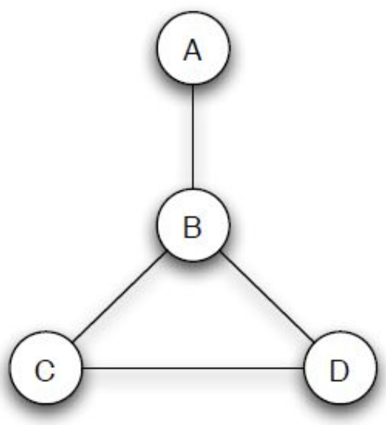
Conceptos Básicos

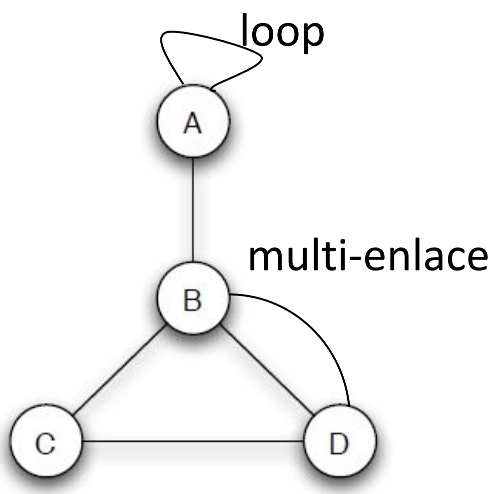
v2.1

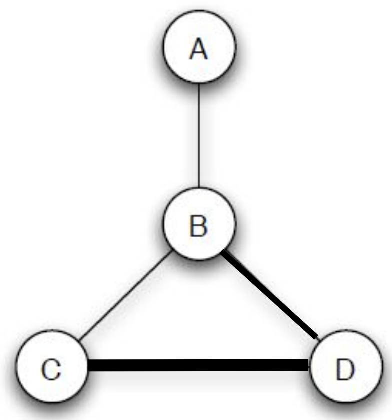
Un grafo es…

- Un grafo *G* es un conjunto de nodos y enlaces

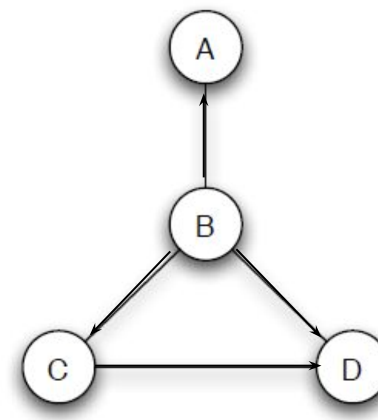


grafo simple
no-dirigido





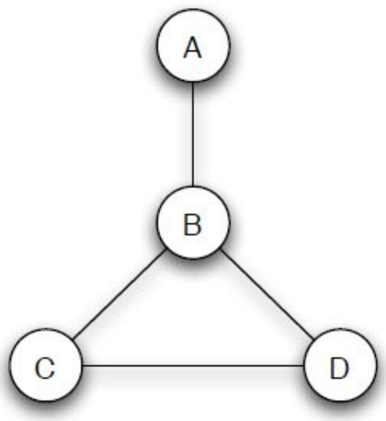
Grafo pesado



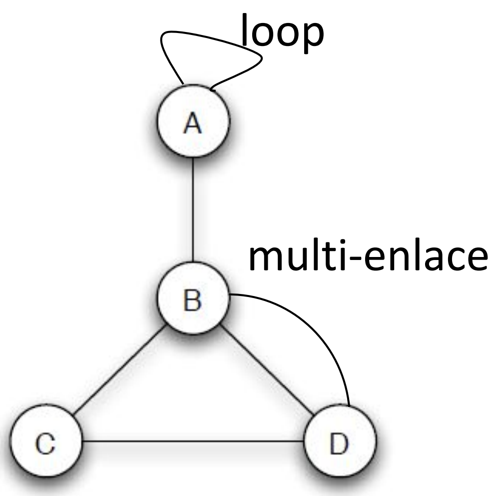
Grafo dirigido

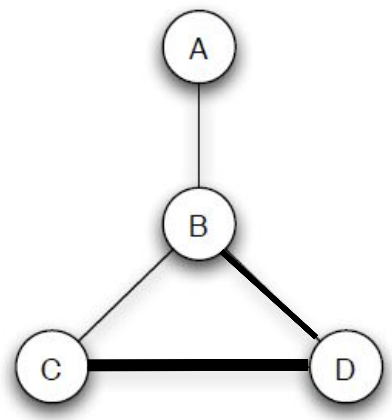
Un grafo es…

- Un grafo *G* es un conjunto de nodos y enlaces

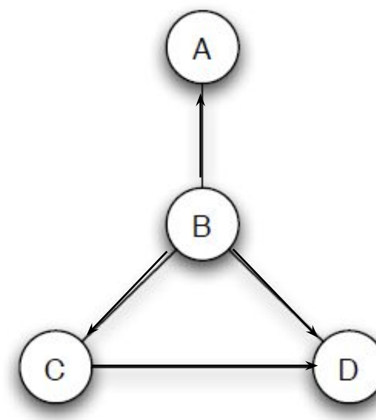


grafo simple
no-dirigido





Grafo pesado

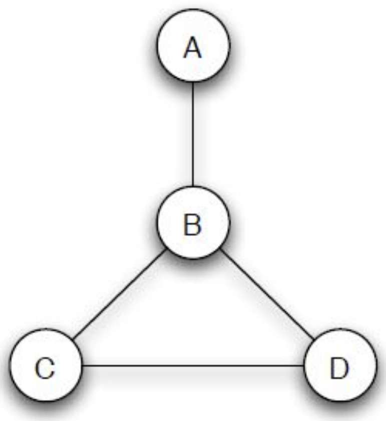


Grafo dirigido

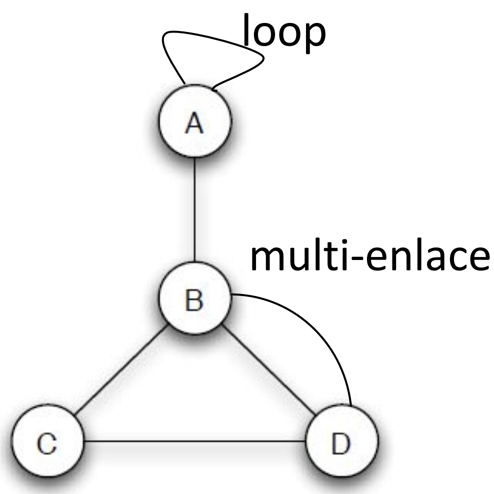
Grafo simple no dirigido, ***G(N,E)***, es un par de conjuntos $\boldsymbol{N} \neq 0$ y ***E*** . ***N*** es un conjunto de elementos $\boldsymbol{N}=\{n_1, n_2, \ldots, n_N\}$ llamados nodos o vértices. Los elementos de $\boldsymbol{E}=\{e_1, e_2, \ldots, e_M\}$ son <u>pares no-ordenados</u> de elementos distintos de ***N***, llamados enlaces.

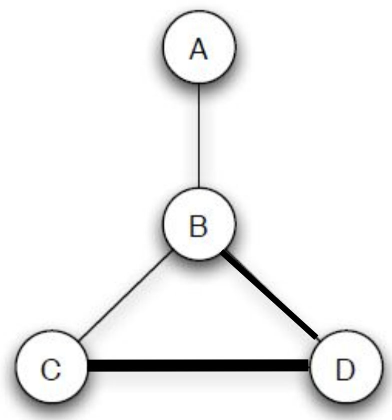
Un grafo es…

- Un grafo *G* es un conjunto de nodos y enlaces

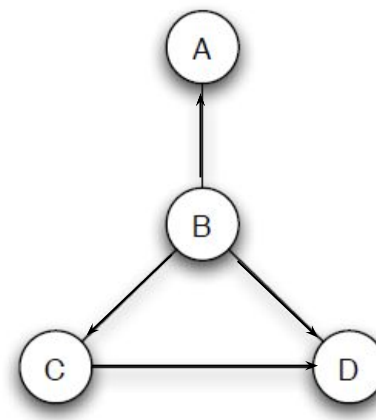


grafo simple
no-dirigido





Grafo pesado

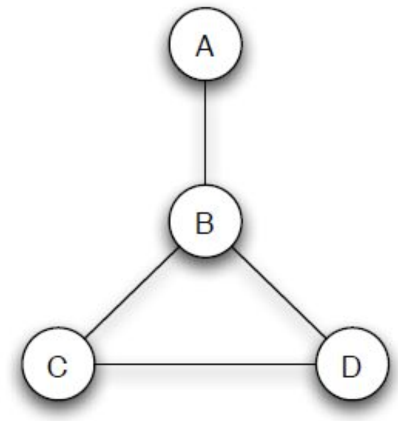


Grafo dirigido

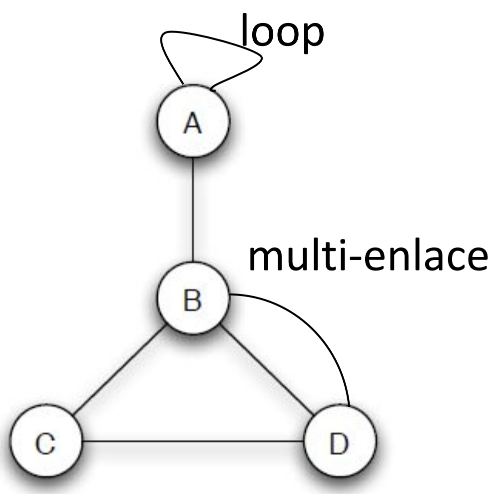
Grafo simple dirigido, ***G(N,E)***, es un par de conjuntos $\boldsymbol{N} \neq 0$ y ***E*** . ***N*** es un conjunto de elementos $\boldsymbol{N}=\{n_1, n_2, \ldots, n_N\}$ llamados nodos o vértices. Los elementos de $\boldsymbol{E}=\{e_1, e_2, \ldots, e_M\}$ son <u>pares ordenados</u> de elementos distintos de ***N***, llamados enlaces.

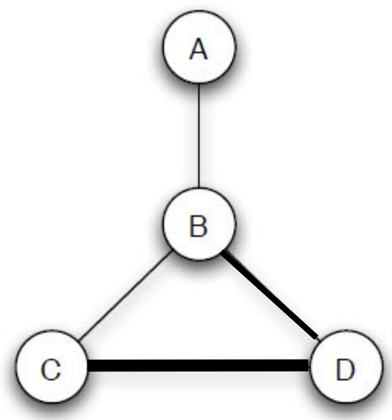
Un grafo es…

- Un grafo *G* es un conjunto de nodos y enlaces

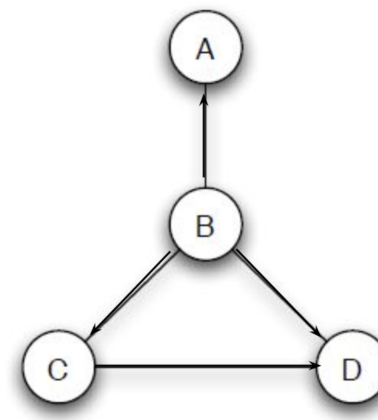


grafo simple
no-dirigido





Grafo pesado



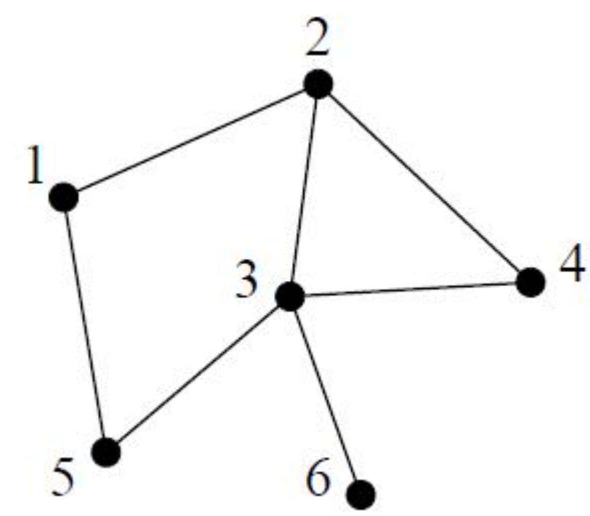
Grafo dirigido

Grafo pesado, ***G(N,E,w)***, es un par de conjuntos $\boldsymbol{N}\neq 0$ y ***E*** *y un campo* ***w*** *definido sobre enlaces* . ***N*** es un conjunto de elementos $\boldsymbol{N}=\{n_1, n_2, \ldots, n_N\}$ llamados nodos o vértices. Los elementos de $\boldsymbol{E}=\{e_1, e_2, \ldots, e_M\}$ son pares de elementos distintos de ***N***, llamados enlaces. Además existe la **función de peso** $\boldsymbol{w}:\boldsymbol{E} \times \mathbb{R}$

Cómo representar un grafo simple

Lista de enlaces

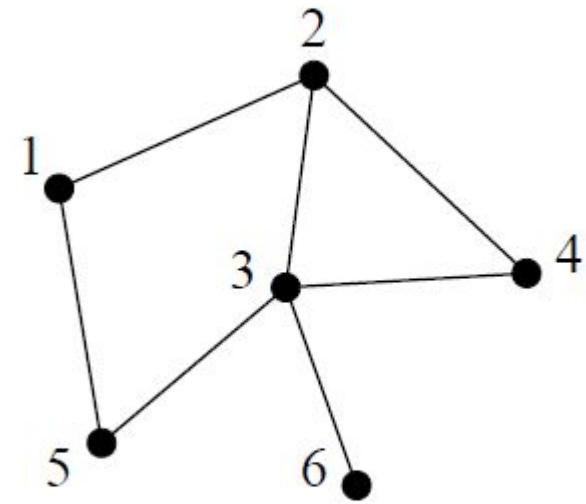
(1,2)
(1,5)
(2,3)
(2,4)
(3,4)
(3,5)
(3,6)



Cómo representar un grafo simple

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$A_{ij}=$ 1 si existe enlace entre nodos *i* y *j*
0 si no

A es una matriz **simétrica.**

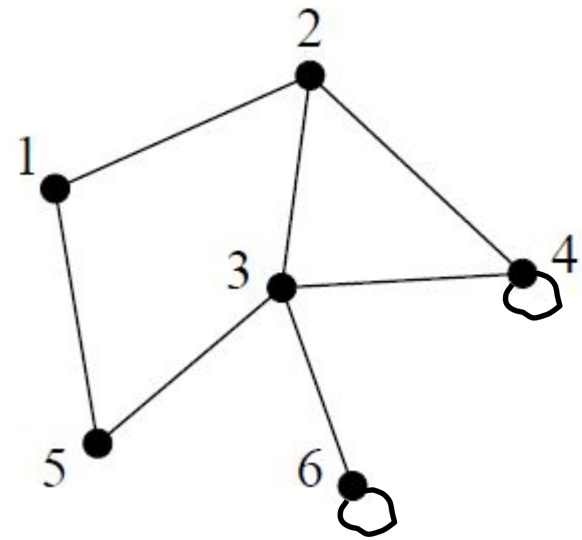
$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^T$

$A_{ij} = A_{ji}$

Cómo representar un grafo con loops

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



$A_{ij}=$ 1 si existe enlace entre nodos *i* y *j*
0 si no

Los ***loops*** se corresponden con
$A_{ii} = 2$

A es una matriz **simétrica.**

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^T$$

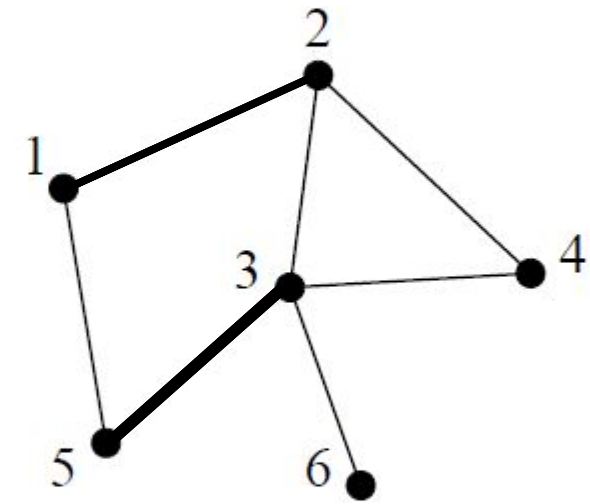
$$A_{ij} = A_{ji}$$

- Un enlace tipo *loop* tiene dos conexiones con el nodo-i
- Cada enlace aparece 2 veces en ***A***

Cómo representar un grafo pesado

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$A_{ij} =$ w_{ij} si existe enlace entre nodos *i* y *j*
0 si no

A es una matriz **simétrica.**

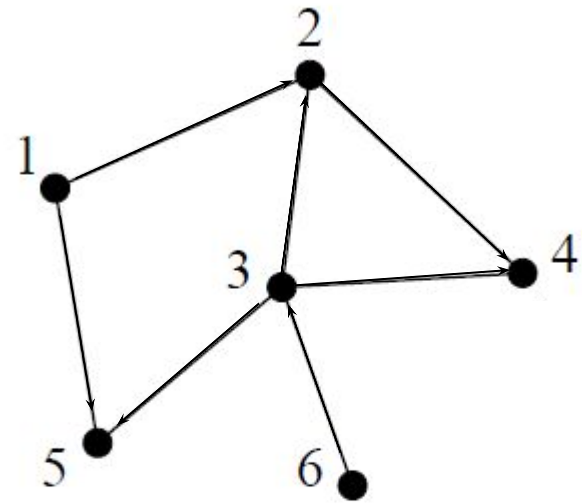
$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^T$$

$$A_{ij} = A_{ji}$$

Cómo representar un grafo dirigido

Matriz de adyacencia

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

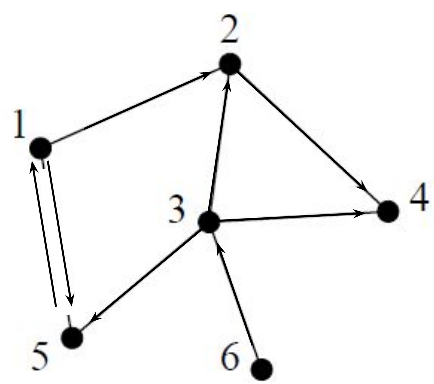


$A_{ij}=$ 1 si existe enlace que **llega a *i* desde *j***
0 si no

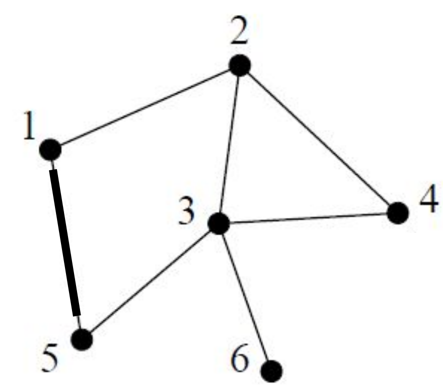
A no es una matriz **simétrica.**

Versión no-dirigida de grafo dirigido

¿Cuál es la version no-dirigida de un grafo dirigido?



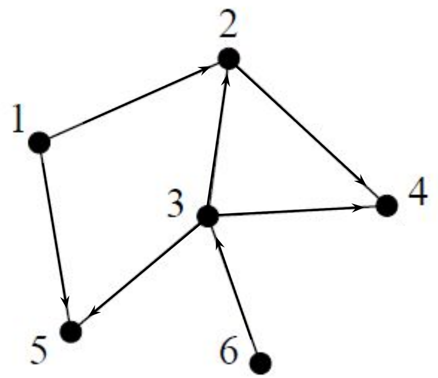
A



A'=A+A^T

La red no-dirigida tiene menos información [N^2 vs N(N+1)/2 grados de libertad].
Existen otras maneras de *proyectar* recapitulando otros aspectos de la red dirigida…

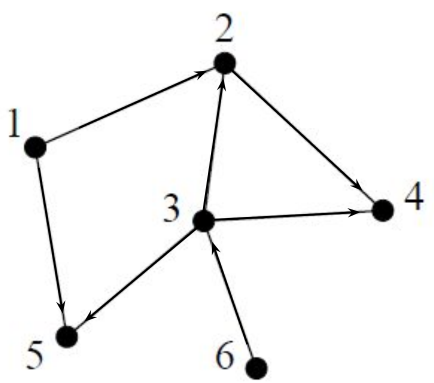
Proyección de redes dirigidas



Como extraigo la información extra
que no puede ser capturada por? ***$A'=A+A^T$***

- 2 y 4 son similares en algun sentido?
- 1 y 3 son similares en algun sentido?

Proyección co-citas de red dirigida



Coeficiente de **co-citación** entre nodos *i* y *j*:

- Número de nodos que tienen enlaces que apuntan a nodos *i* y *j* al mismo tiempo

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} A_{jk} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} (\boldsymbol{A}^T)_{kj}$$

$$C = AA^T$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Notar que

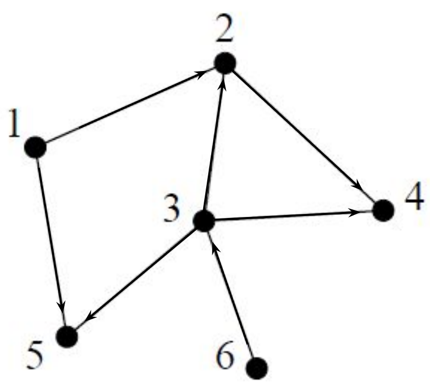
$$C_{ii} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} A_{ik} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} \geq 0$$

C_{ii} = num_enlaces_entrantes = *in_degree* = k_{in}

Proyección co-citas de red dirigida

Coeficiente de **cocitación** entre nodos *i* y *j*:

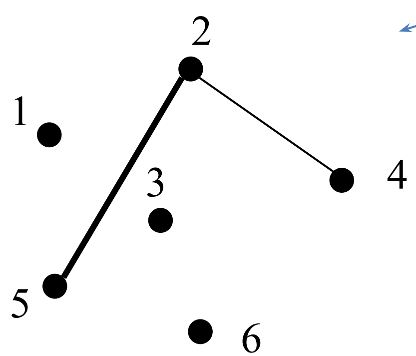
- Número de nodos que tienen enlaces que apuntan a nodos *i* y *j* al mismo tiempo



$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} A_{jk} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} (\boldsymbol{A}^T)_{kj}$$

$$C = AA^T$$

$$\tilde{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

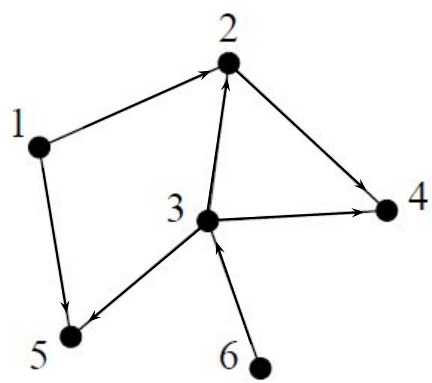


Puedo armar una red no-dirigida si considero

$$\tilde{C} = C - diag(C)$$

Red de cocitación: enlaces cuantifican noción de *similitud* inferida a partir de patrón de citas recibidas en conjunto a partir de vertices unicos

Proyección acople bibliográfico



Coeficiente de **acople bibliográfico** entre nodos *i* y *j* :
Número de nodos referenciados, a la vez, por los nodos *i* y *j*

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ki} A_{kj} = \sum_{k=1}^{n} (\boldsymbol{A}^T)_{ik} A_{kj}$$

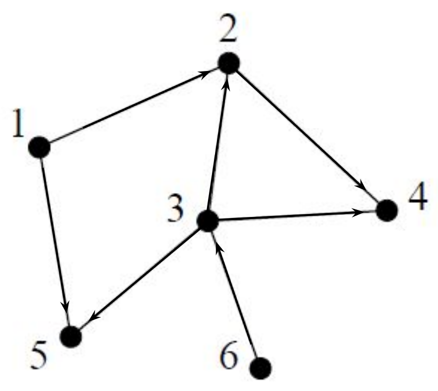
$$B = A^T A$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B_{ii} = \sum_{k=1}^{n} A_{ki} A_{ki} = \sum_{k=1}^{n} A_{ki}$$

B_{ii} = num_enlaces_salientes = *out_degree* = k_{out}

Cómo representar un grafo dirigido



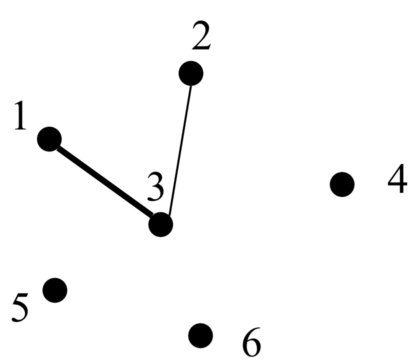
Coeficiente de **acople bibliográfico** entre nodos *i* y *j* :

Número de nodos referenciados, a la vez, por los nodos *i* y *j*

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ki} A_{kj} = \sum_{k=1}^{n} (\boldsymbol{A}^T)_{ik} A_{kj}$$

$$B = A^T A$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

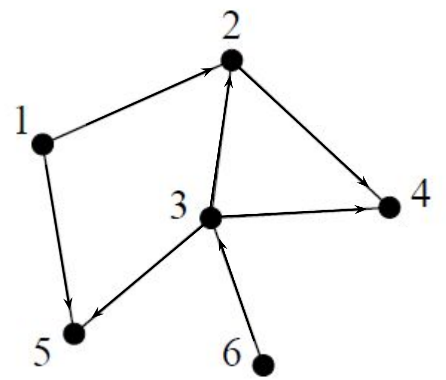


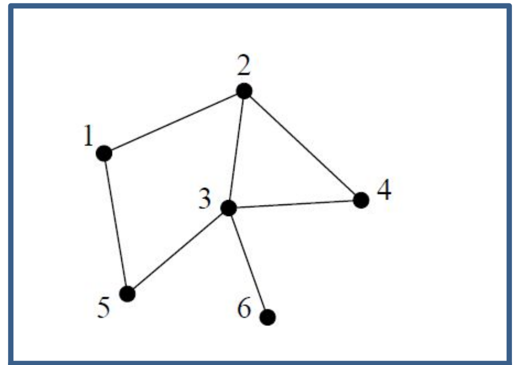
$$\tilde{B} = B - diag(B)$$

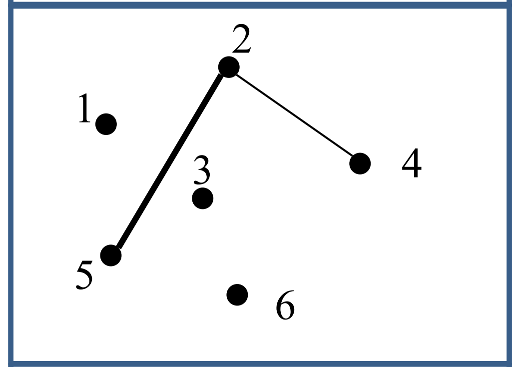
Red de acople bibliografico: noción de *similitud* inferida a partir de patrón de citas realizadas

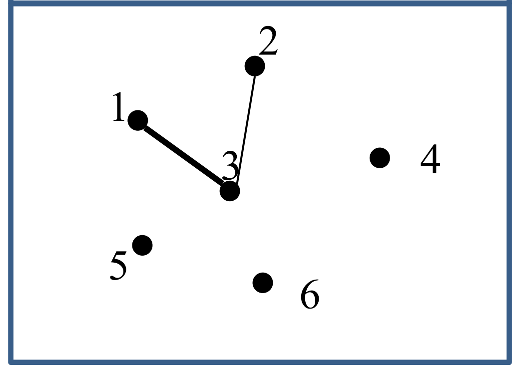
Cómo representar un grafo dirigido

¿Cuál es la version no-dirigida de un grafo dirigido?





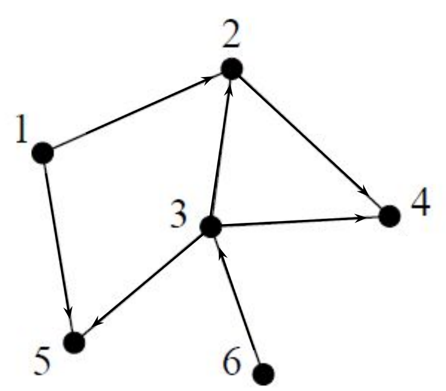


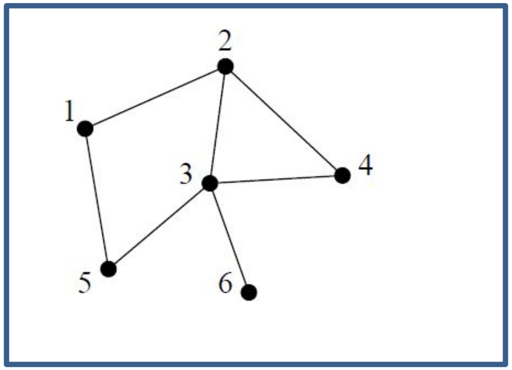


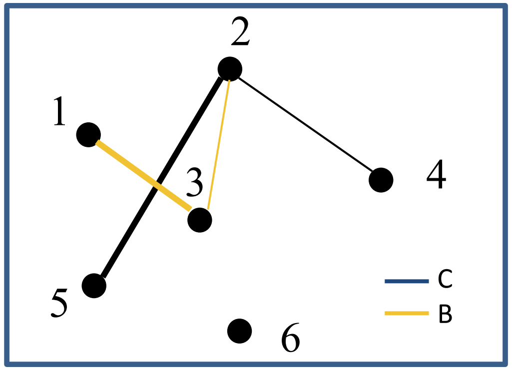
Al colapsar de distinta manera estamos quedandonos con difernte info del grafo dirigido original

Cómo representar un grafo dirigido

¿Cuál es la version no-dirigida de un grafo dirigido?

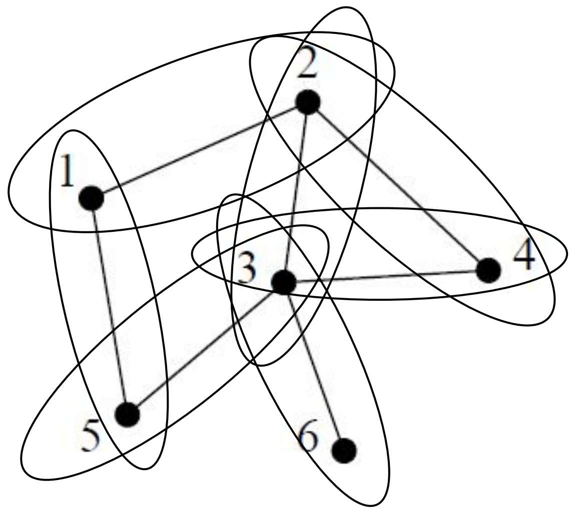






Al colapsar de distinta manera estamos quedándonos con diferente info del grafo dirigido original

Hipergrafos



$G{=}G(V{=}\{v_i\},E=\{e_j\})$

con $e_k = \{v_i, v_i\}$

Cada enlace se corresponde con una asociación entre **pares** de vértices.

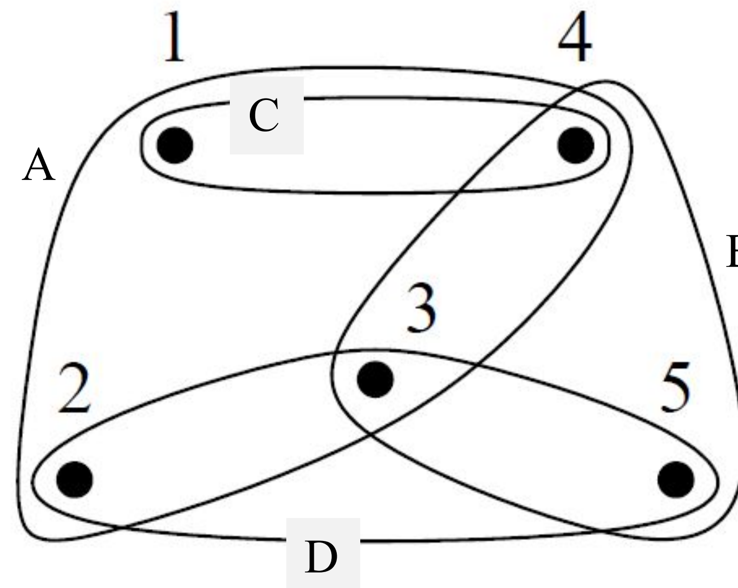
Es posible extender el concepto de enlace para conjunto s de más de dos elementos?

$$e_k = \{v_i, v_i, \ldots, v_m\}$$

Hipergrafos

Descripción que involucre explicitar relaciones entre más de dos entidades (hiperenlaces)

- Concepto de familias
- Reacciones bioquímicas que involucren más de dos especies
- Complejos proteicos
- ….



Matriz de incidencia

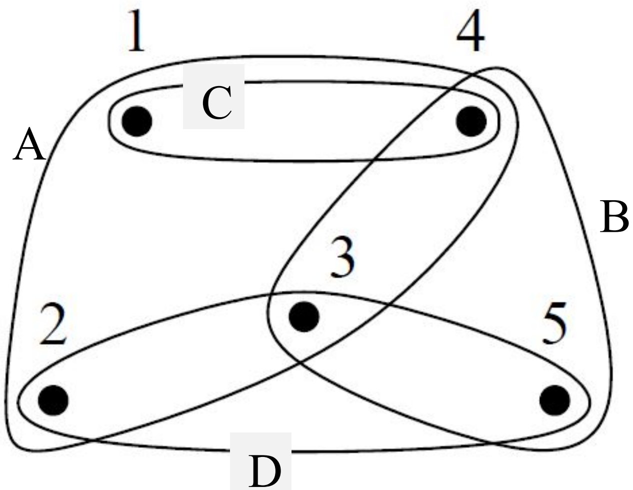
$$I = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

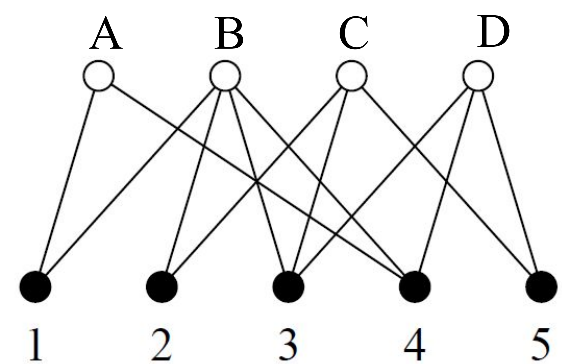
Notar: a diferencia de una matriz de adyacencia la matriz $\boldsymbol{I}$ involucra a dos tipos de entidades

$I_{i\alpha}$ 1 si nodo *i* esta incluido en conjunto α
0 si no

Hipergrafos <-> redes de filiación

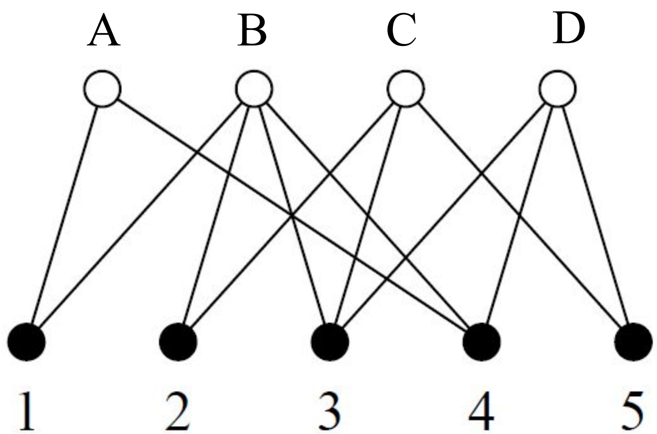
En gral la info contenida en hipergrafos puede representarse mediante **redes de filiación** compuesta por dos tipos de nodos: elementos e hiperenlaces que dan lugar a **focos**





$$I = \begin{array}{c|cccc} & A & B & C & D \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

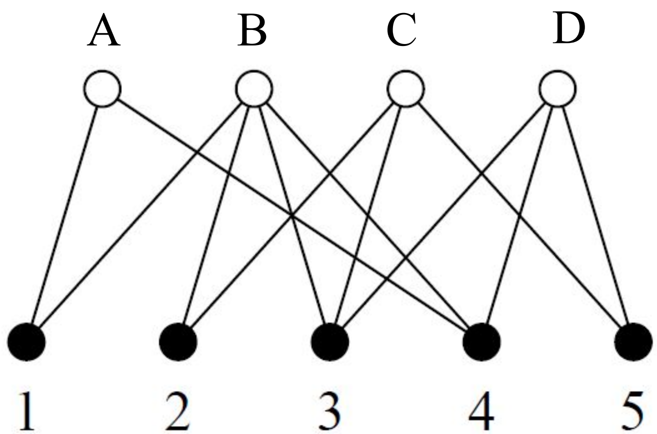
Red Bipartita



$$\boldsymbol{A} = \begin{array}{c|ccccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & A & B & C & D \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ A & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Red bipartita: grafo *G(V, A, E)* constituido por tres conjuntos: $V \neq 0, A \neq 0$ y E. Los elementos de $V=\{v_1, v_2, ..., v_N\}$ y $A=\{a_1, a_2, ..., a_L\}$ son distintos y se denominan nodos tipo-V y tipo-A de la red respectivamente. Los elementos de $E=\{e_1, e_2, ..., e_M\}$, denominados enlaces, son pares diferentes de elementos no-ordenados , uno de *tipo-V* otro de *tipo-A.*

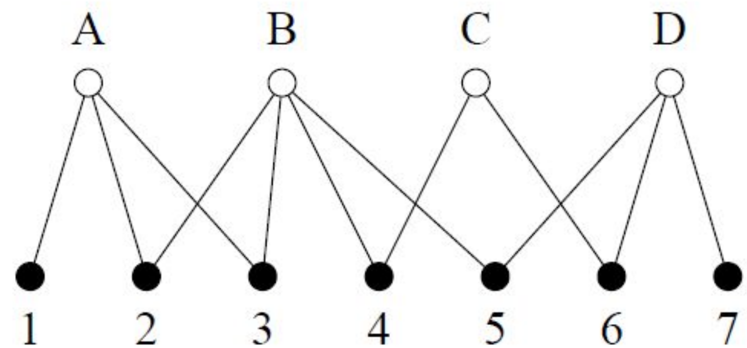
Red Bipartita

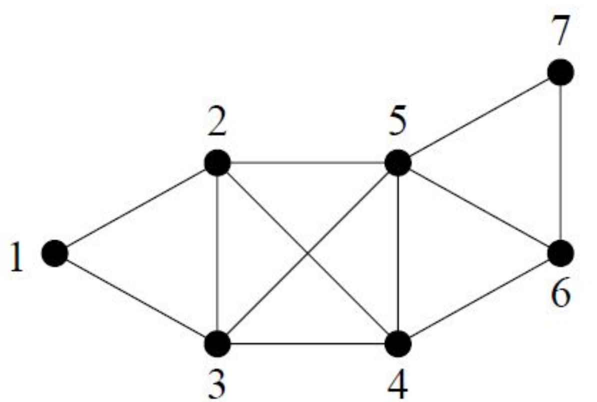


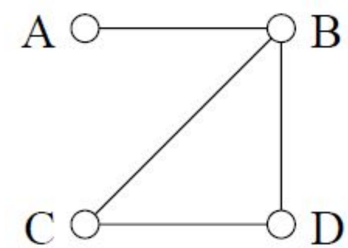
$$
\boldsymbol{A} = \begin{array}{c|ccccc|cccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & A & B & C & D \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & I & \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\
\hline
A & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
B & & & I^T & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
C & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
D & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

Red bipartita: grafo *G(V, A, E)* constituido por tres conjuntos: $V\neq 0, A\neq 0$ y E. Los elementos de $V=\{v_1, v_2, \ldots, v_N\}$ y $A=\{a_1, a_2, \ldots, a_L\}$ son distintos y se denominan nodos tipo-V y tipo-A de la red respectivamente. Los elementos de $E=\{e_1, e_2, \ldots, e_M\}$, denominados enlaces, son pares diferentes de elementos no-ordenados , uno de *tipo-V* otro de *tipo-A.*

Proyecciones de una Red Bipartita







$$P_{ij} = \sum_{\alpha=1}^{L} I_{i\alpha} I_{j\alpha} = \sum_{\alpha=1}^{L} I_{i\alpha} \, (I^T)_{\alpha j}$$

$$P = I \, . \, I^T$$

$$P'_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^{N} I_{i\alpha} I_{i\beta} = \sum_{i=1}^{N} \, (I^T)_{\alpha i} I_{i\beta}$$

$$P' = I^T . I$$

Cual es el significado de P_{ij}?

The human disease network

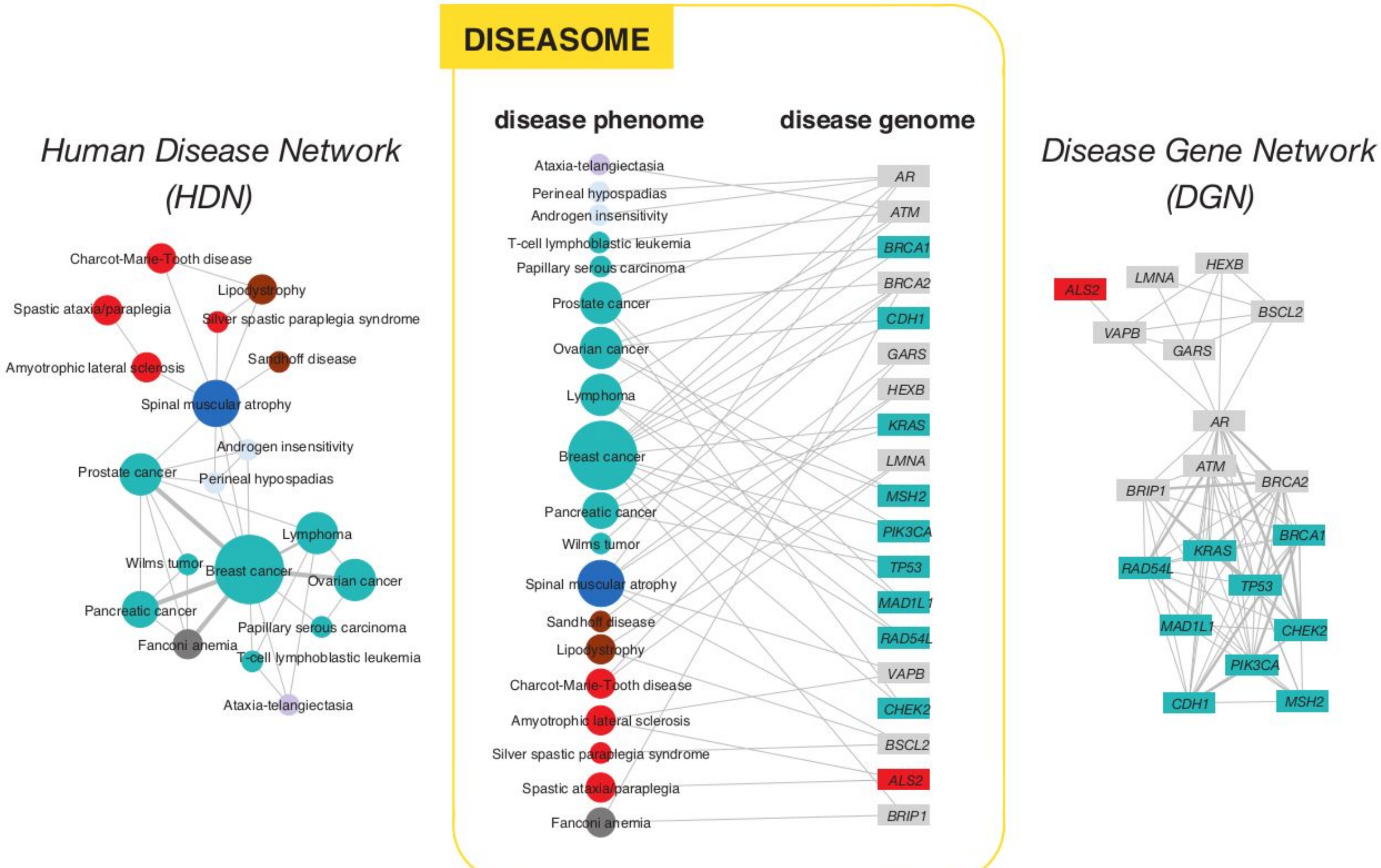
Kwang-Il Goh*†‡§, Michael E. Cusick†‡¶, David Valle‖, Barton Childs‖, Marc Vidal†‡¶, and Albert-László Barabási*†‡****

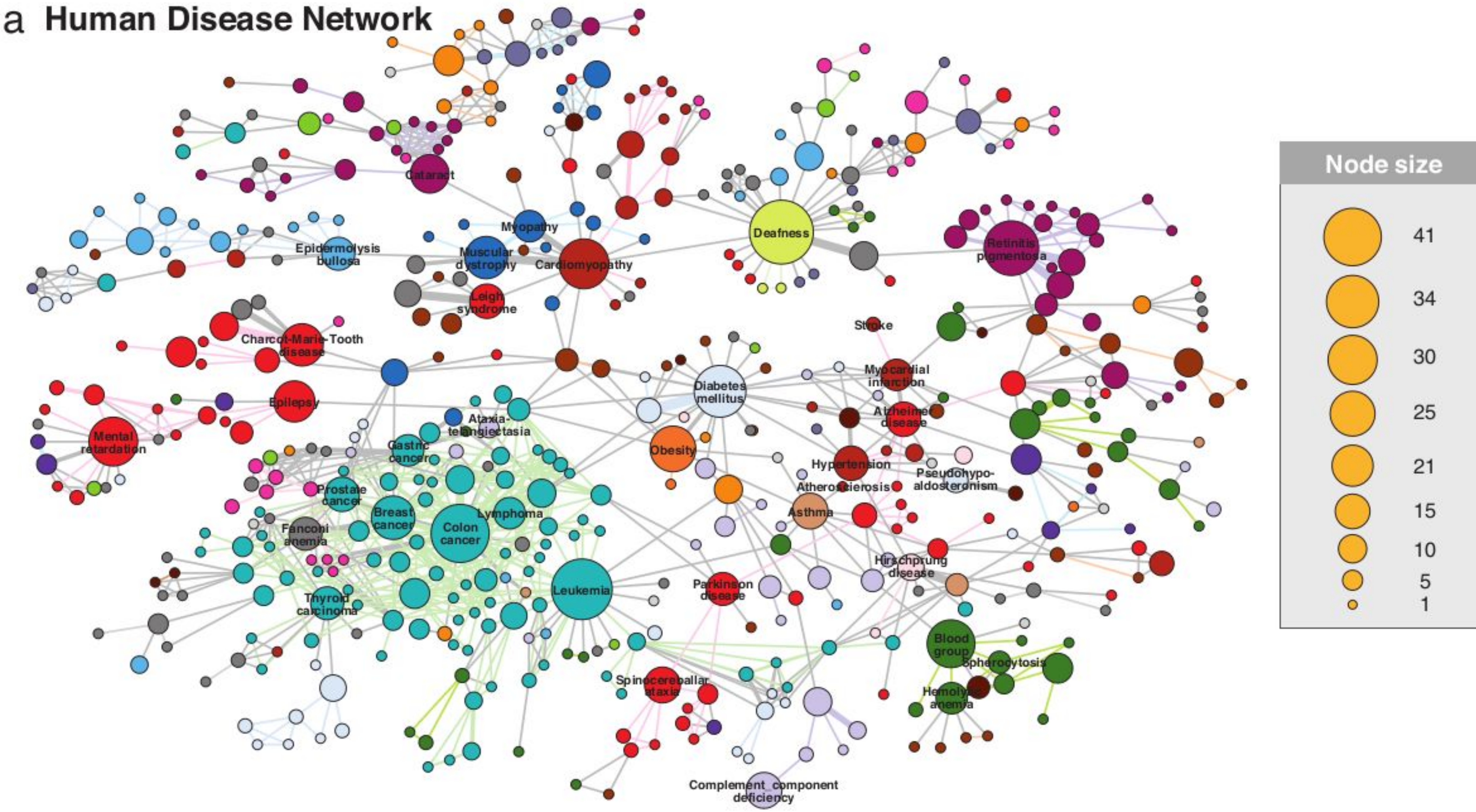
*Center for Complex Network Research and Department of Physics, University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556; †Center for Cancer Systems Biology (CCSB) and ¶Department of Cancer Biology, Dana–Farber Cancer Institute, 44 Binney Street, Boston, MA 02115; ‡Department of Genetics, Harvard Medical School, 77 Avenue Louis Pasteur, Boston, MA 02115; §Department of Physics, Korea University, Seoul 136-713, Korea; and ‖Department of Pediatrics and the McKusick–Nathans Institute of Genetic Medicine, Johns Hopkins University School of Medicine, Baltimore, MD 21205

Edited by H. Eugene Stanley, Boston University, Boston, MA, and approved April 3, 2007 (received for review February 14, 2007)

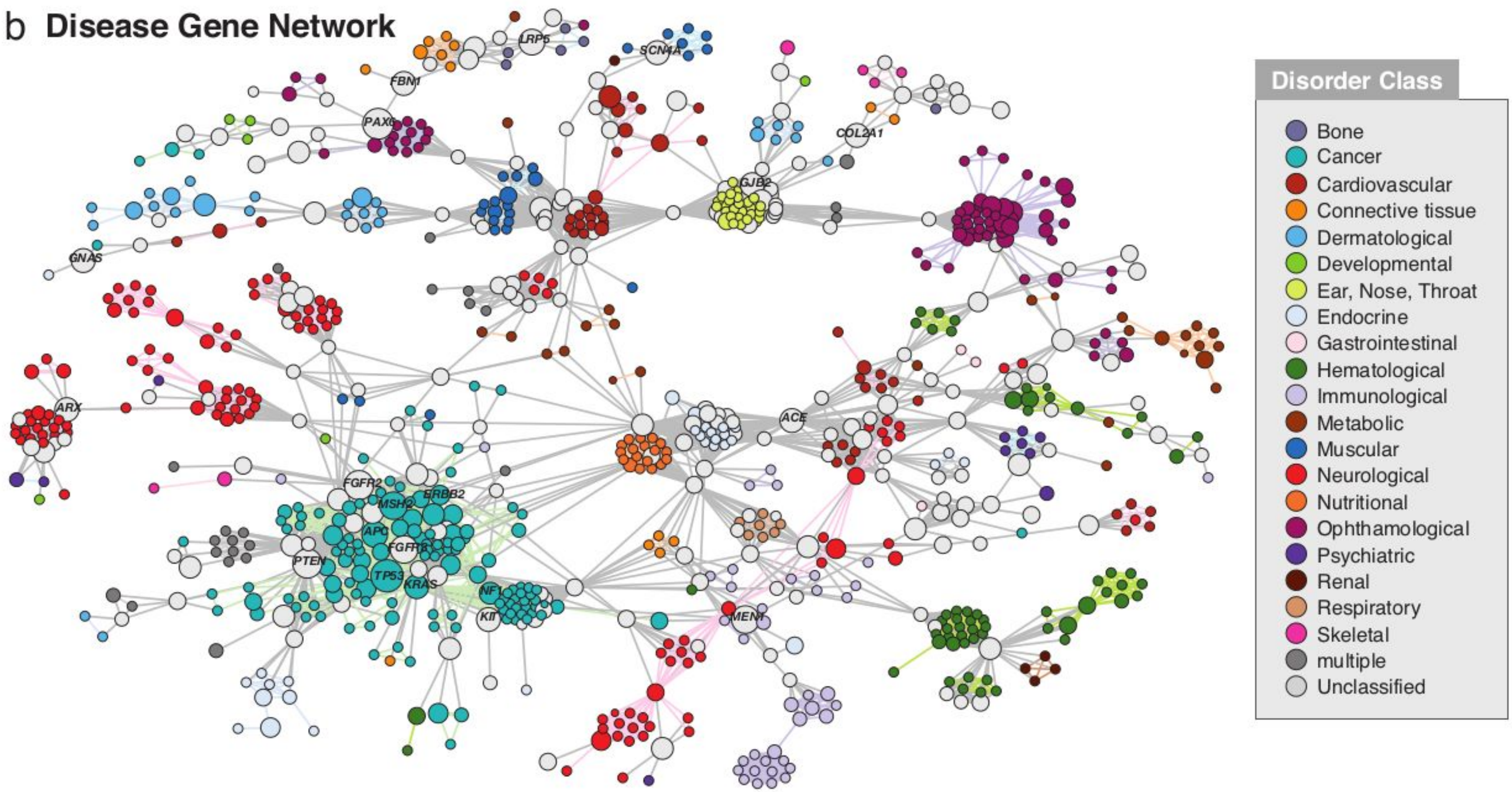
A network of disorders and disease genes linked by known disorder–gene associations offers a platform to explore in a single graph-theoretic framework all known phenotype and disease gene associations, indicating the common genetic origin of many diseases. Genes

known genetic disorders, whereas the other set corresponds to all known disease genes in the human genome (Fig. 1). A disorder and a gene are then connected by a link if mutations in that gene are implicated in that disorder. The list of disorders, disease genes, and





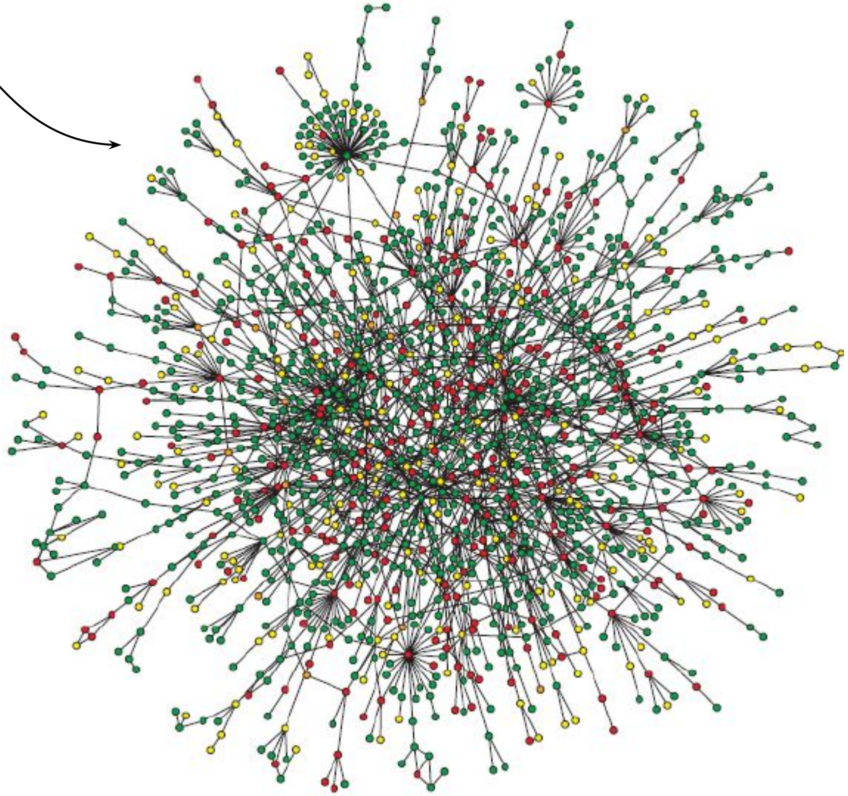
The HDN and the DGN. (a) In the HDN, each node corresponds to a distinct disorder, colored based on the disorder class to which it belongs, the name of the 22 disorder classes being shown on the right. ***A link between disorders in the same disorder class is colored with the corresponding dimmer color and links connecting different disorder classes are gray****. The* ***size of each node is proportional to the number of genes participating in the corresponding disorder*** *(see key), and the* ***link thickness is proportional to the number of genes shared by the disorders*** *it connects. We indicate the name of disorders with ≥10 associated genes,as well as those mentioned in the text.*



*In the DGN, each node is a gene, with two genes being connected if they are implicated in the same disorder. The **size of each node is proportional to the number of disorders in which the gene is implicated** (see key). Nodes are **light gray if the corresponding genes are associated with more than one disorder class**. Genes associated with more than five disorders, and those mentioned in the text, are indicated with the gene symbol. Only nodes with at least one link are shown*

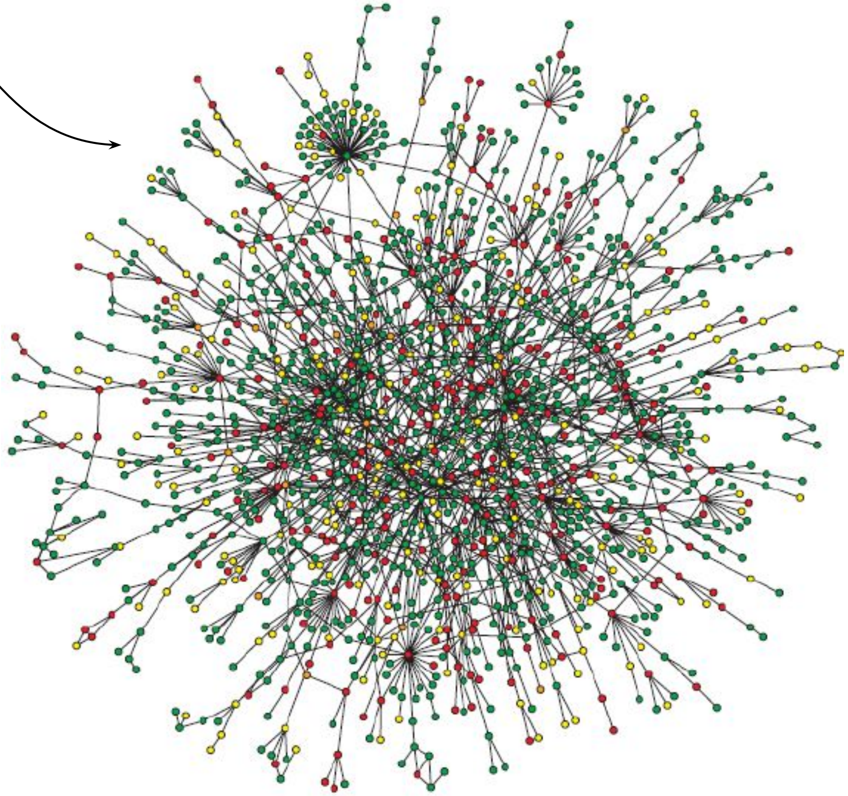
Caracterizando redes complejas

Propiedades cuantitativas para analizar y entender como están organizadas este tipo de *cosas*



Propiedades de redes complejas

Propiedades cuantitativas para analizar y entender como están organizadas este tipo de *cosas*



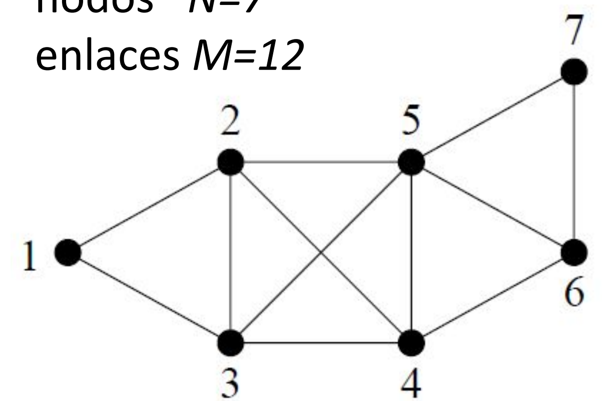
- Distribución de grado
- Asortatividad/homofilia
- Clustering
- Motifs
- Modularidad
- Distancias
- Centralidad
- Eficiencia
- Robustez
- ….

Grado

Grado de un nodo: número de enlaces incidentes

$$k_i = \sum_{j=1}^{N} A_{ij}$$

nodos *N=7*
enlaces *M=12*



Además, como cada *enlace* tiene dos extremos*:

$2M = \sum_{i=1}^{N} k_i$ por lo que $M = \frac{1}{2}\sum_{i,j} A_{ij}$

k_1=2, k_2=4, k_3=4
…
*2 * 12 = 2+4+4+4+5+3+2*

Grado medio

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i = \frac{2M}{N}$$

<k>=24/7=3.43

*Esto hace sentido aun para grafos con loops (si asignamos adyacencia 2 a elementos diagonales con loops)

Densidad

Máximo número de enlaces para un grafo de N vértices:

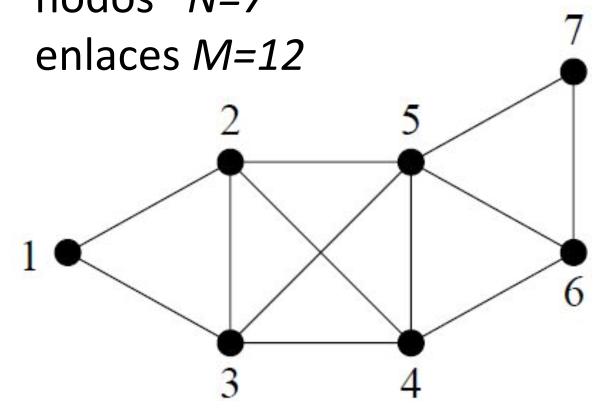
$$M_{max} = \binom{N}{2} = \frac{N * (N-1)}{2}$$

Densidad del grafo

$$\rho = \frac{M}{M_{max}}$$

$$= \frac{M}{\binom{N}{2}} = \frac{2 * M}{N * (N-1)} = \frac{< k >}{N-1}$$

nodos *N=7*
enlaces *M=12*



$k_1=2,\ k_2=4,\ k_3=4\ \ldots$

$<k>=24/7=3.43$

$M_{max}=21$

$\rho=0.67$

Redes densas o ralas

$$\rho = \frac{2 * M}{N * (N-1)} = \frac{< k >}{N-1}$$

Supongamos que analizamos una red que crece en el tiempo: N=N(t), M=M(t)

Una red es **rala** si $\underset{N \to \infty}{\rho(t) \to 0}$ Internet, WWW, redes de amistad

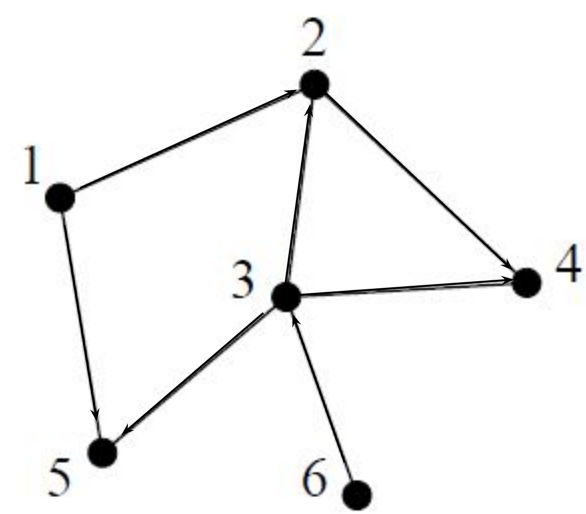
densa si $\underset{N \to \infty}{\rho(t) \to cte}$ redes tróficas

Grado de redes dirigidas

$$k_i^{\,in} = \sum_j A_{ij}$$

$$k_j^{\,out} = \sum_i A_{ij}$$

nodos $N=6$



Cada **enlace** tiene un *extremo-in* y otro *out*

$$M = \sum_{i=1}^{N} k_i^{\,in} = \sum_{i=1}^{N} k_i^{\,out} = \sum_{i,j} A_{ij}$$

$k^{in}_3 = 1$

$k^{out}_3 = 3$

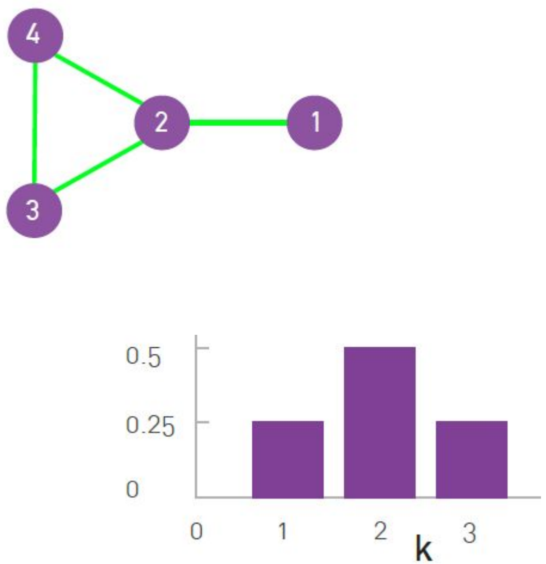
Grado medio

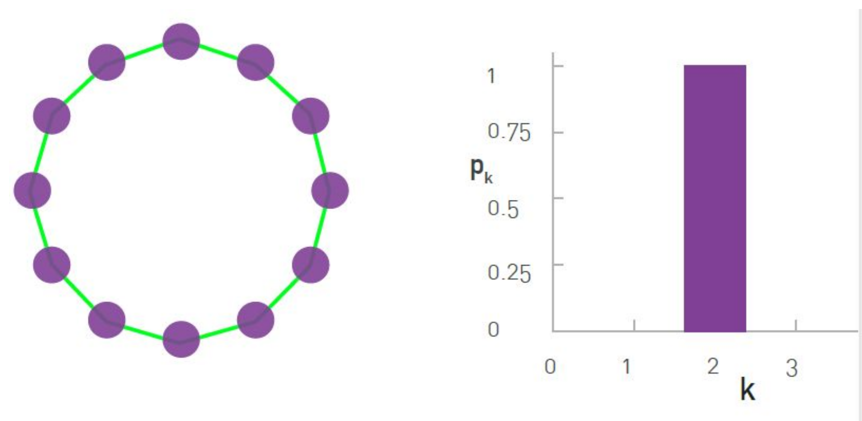
$$\left.\begin{aligned} \langle k^{in}\rangle &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i^{\,in} \\ \langle k^{out}\rangle &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i^{\,out} \end{aligned}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{i,j} A_{ij} = \frac{M}{N}$$

Distribución de grado

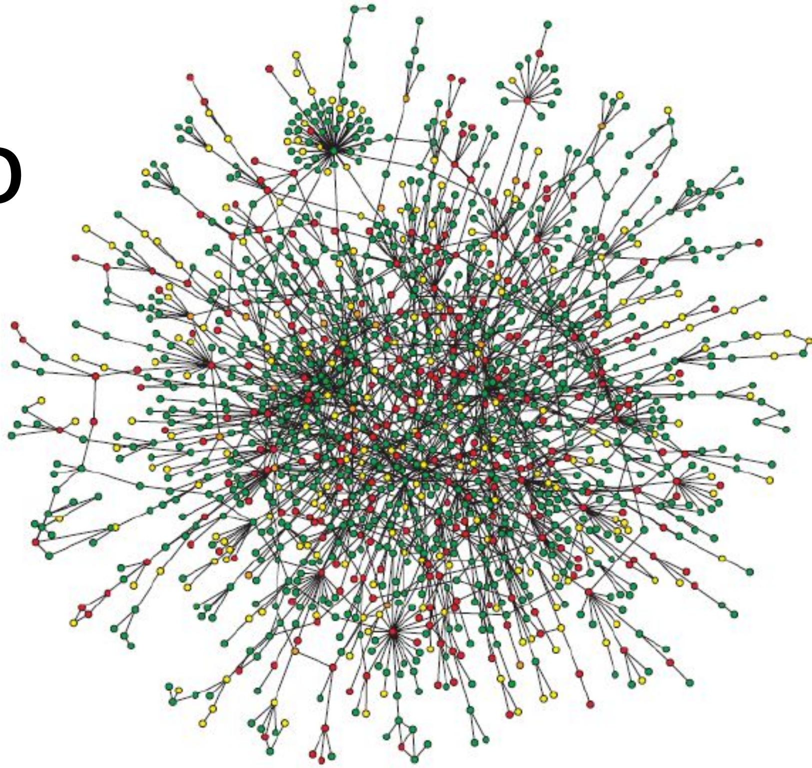
La **distribución de grado**, p_k, de nodos de una red provee la probabilidad de que un nodo elegido al azar tenga grado k.

$$p_k = \frac{n_k}{N} \qquad\qquad \sum_k^N p_k = 1$$

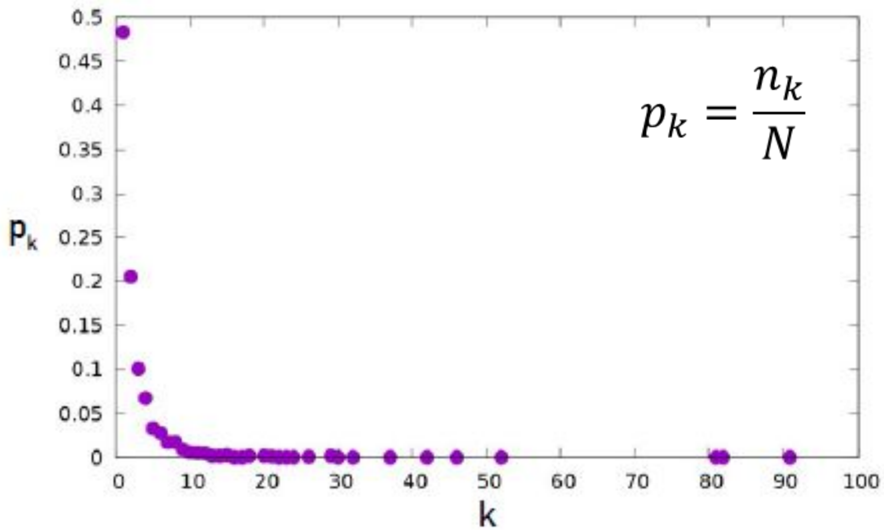




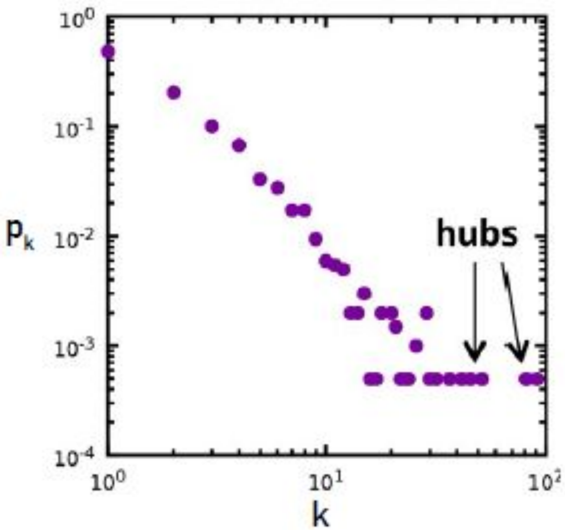
Distribución de grado



- En redes reales el grado puede variar muchísimo



$$p_k = \frac{n_k}{N}$$



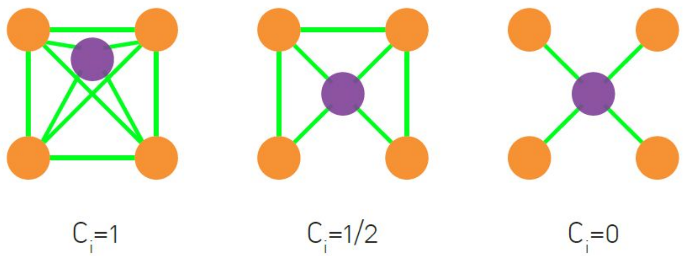
Coeficiente de *clustering*

En qué medida los vecinos de un nodo son vecinos entre sí ?

Coeficiente de clustering local:

pares de vecinos
enlazados (triángulos)

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i-1)}$$



$$L_i = \sum_{\substack{j,k \\ i \neq j \neq k}} a_{ij}\, a_{ik} a_{jk} = \sum_{\substack{j,k \epsilon N(i) \\ j \neq k}} a_{jk}$$

- probabilidad que pares de vecinos del nodo i estén conectados
- Medida de densidad local

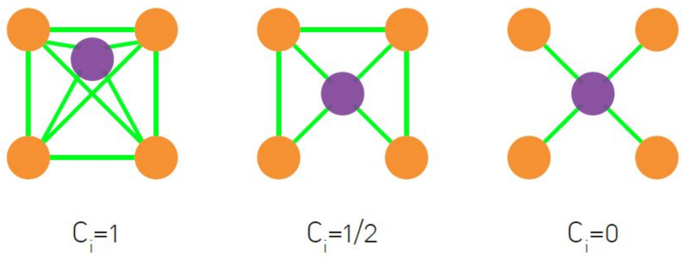
Coeficiente de *clustering*

En qué medida los vecinos de un nodo son vecinos entre sí ?

Coeficiente de clustering local:

pares de vecinos
enlazados (triángulos)

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)}$$



En qué medida pares de vecinos de <u>un nodo tomado al azar en la red</u> son vecinos entre sí ?

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} C_i$$

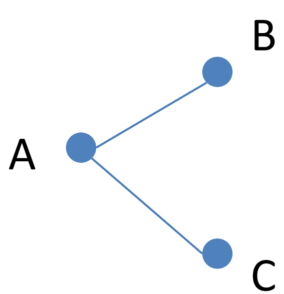
Coeficiente de *clustering*

Coeficiente de clustering global

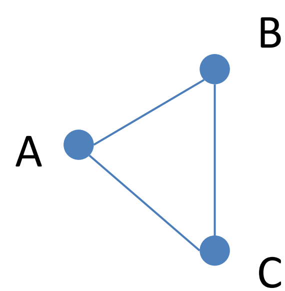
que tan probable es encontrar triangulos (a.k.a. clausura transitiva) en la red ?

$$C_\Delta = \frac{3 \times Number\ Of\ Triangles}{Number\ Of\ Connected\ Triples}$$

triplete conectado: conjunto de 3 nodos X, Y, Z donde X esta conectado con Y e Y con Z



BAC



BAC
ACB
CBA

Coeficiente de *clustering*

$$C_i = \frac{2L_i}{k_i(k_i - 1)}$$

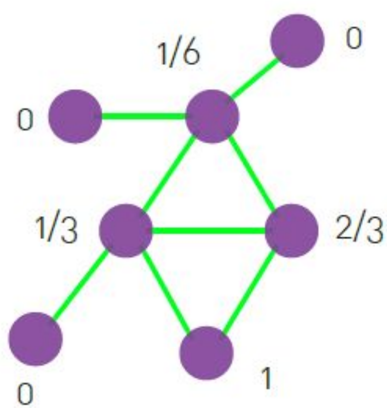
En qué medida los vecinos de un nodo i son vecinos entre sí ?

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} C_i$$

En qué medida pares de vecinos de <u>un nodo tomado al azar en la red</u> son vecinos entre sí ?

$$C_\Delta = \frac{3 \times Number\ Of\ Triangles}{Number\ Of\ Connected\ Triples}$$

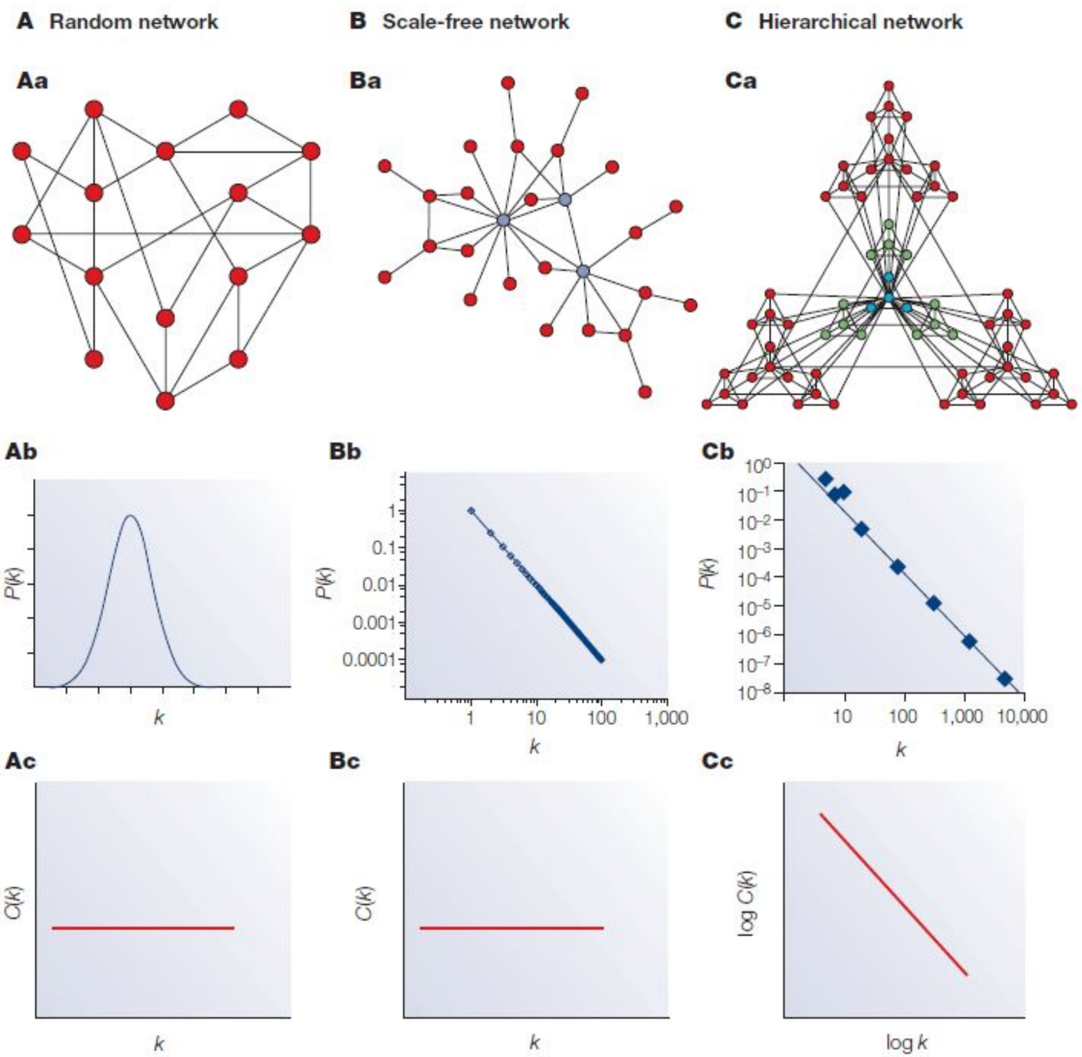
Que tan probable es encontrar triangulos (a.k.a. clausura transitiva) en la red ?



$$\langle C \rangle = \frac{13}{42} \approx 0.310$$

$$C_\Delta = \frac{3}{8} = 0.375$$

Ejemplo: Modelos de juguete



Red aleatoria

- Nodos enlazados con proba *p*
- *P(k)* Poisson (cola exponencial)
- C(k) independiente de k
- <l>~log(N)

Red libre-de-escala

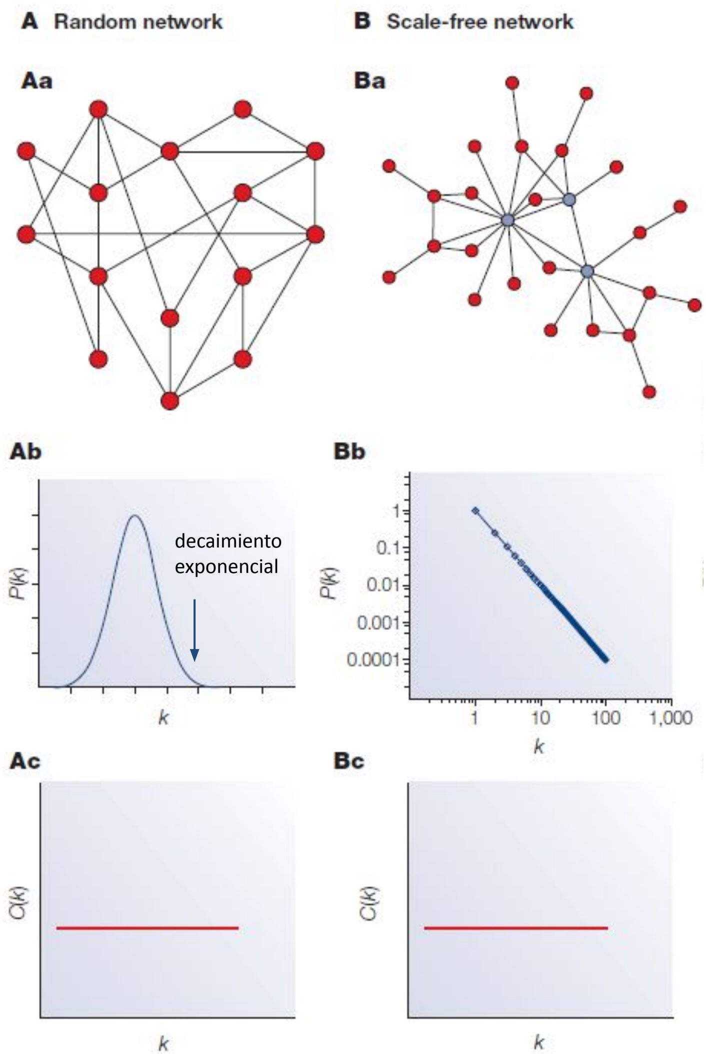
- Crecimiento de red: *rich gets richer*
- $P(k) \sim k^{-a}$
- Red no posee estructura modular
- C(k) independiente de k
- <l>~log(log(N))

Red jerarquica

- Estructura jerarquica y modular
- $P(k) \sim k^{-a}$
- <C(k)>~0.6 (alto)
- $C(k) \sim k^{-\sim 1}$
- Estructuras densas comunicadas por algunos hubs

Barabasi 2004 Nat Gen Network Biology

Ejemplo: Modelos de juguete



Red aleatoria

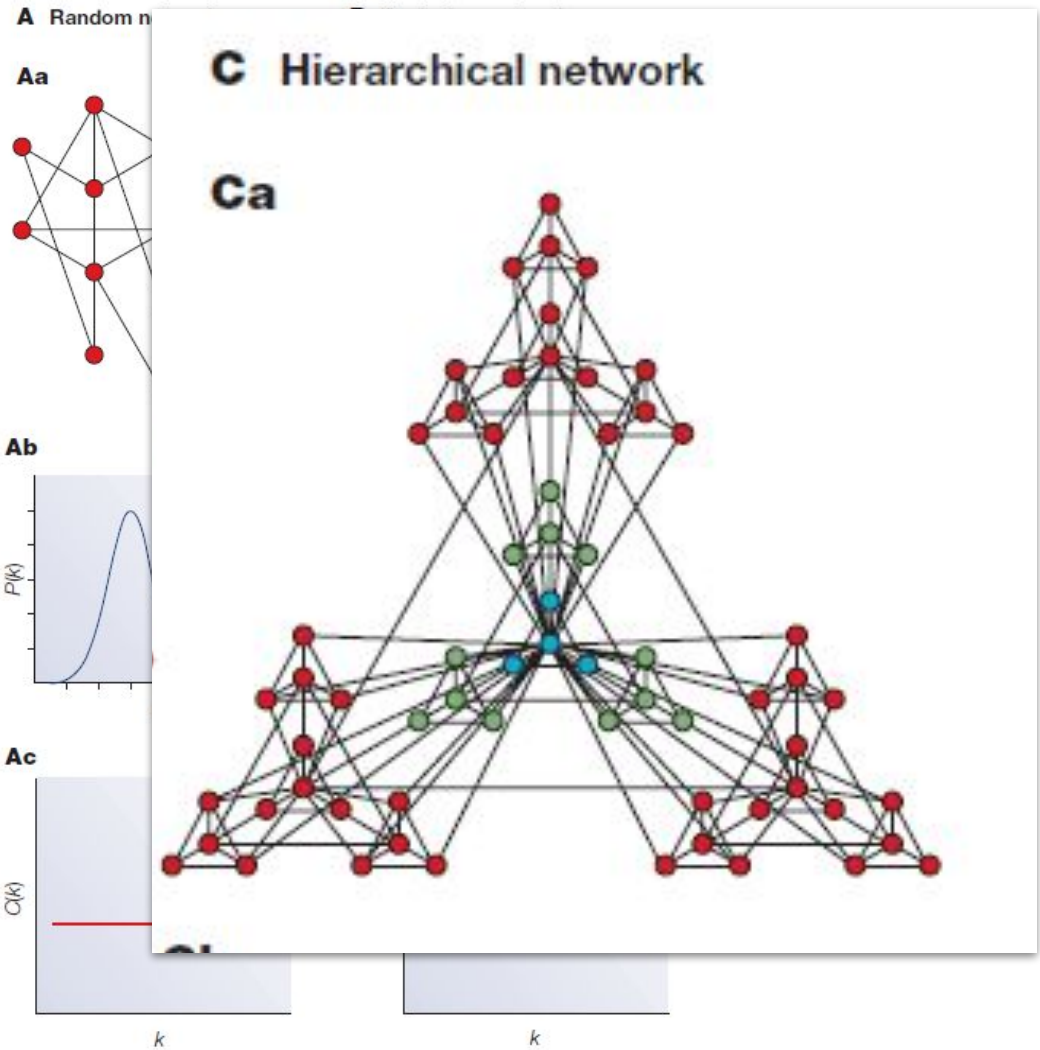
- Nodos enlazados con proba *p* *(M~p*N(N-1)/2)*
- *P(k)* Poisson (cola exponencial)
- C(k) independiente de k
- <l>~log(N) (small-world)

Red libre-de-escala

- Crecimiento de red: *rich gets richer*
- $P(k) \sim k^{-a}$
- Red no posee estructura modular
- C(k) independiente de k
- <l>~log(log(N))

Barabasi 2004 Nat Gen Network Biology

Ejemplo: Modelos de juguete

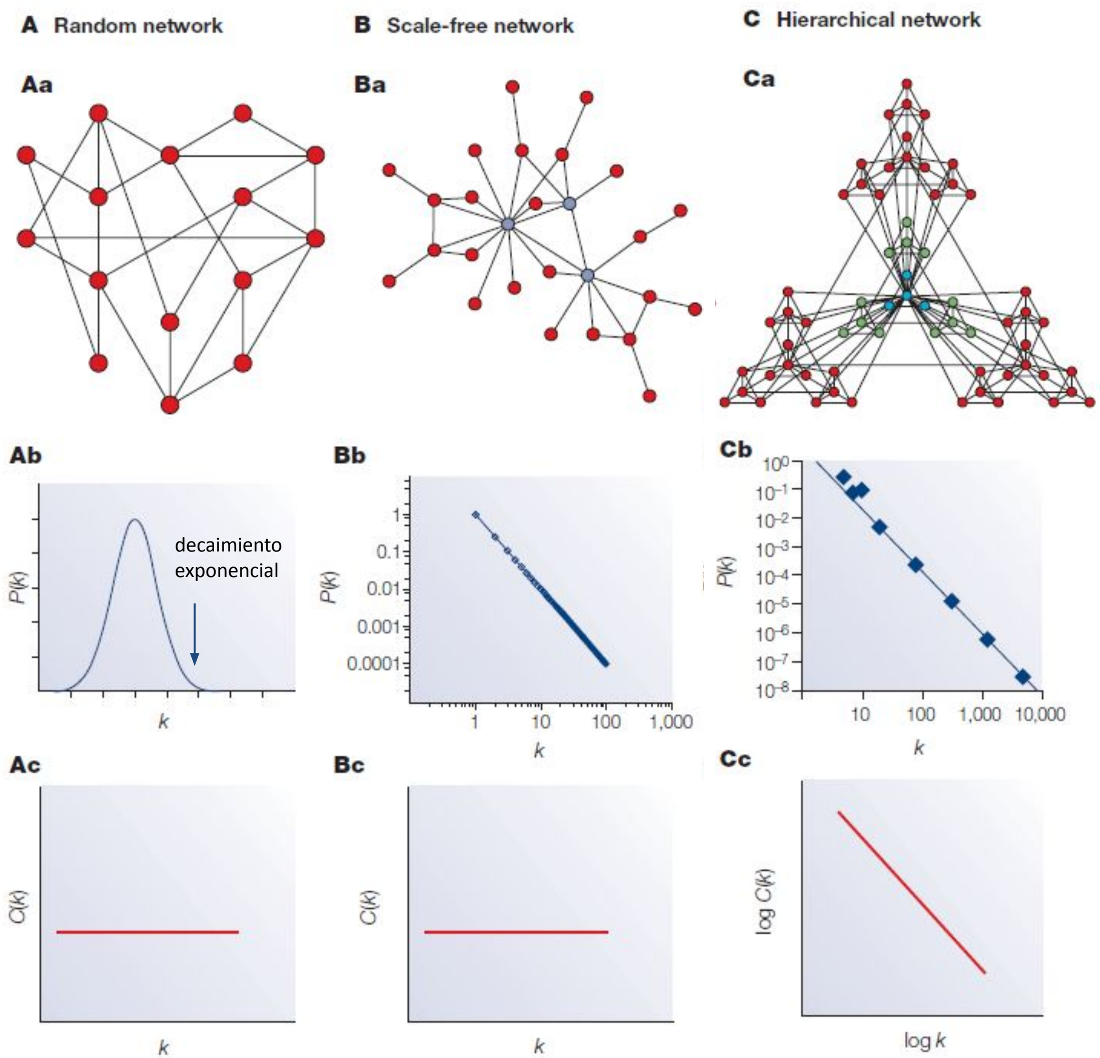


Comienzo con 1 módulo de 4 nodos.

A cada paso agrego 3 réplicas y conecto nodos externos con el central del módulo anterior

Barabasi 2004 Nat Gen Network Biology

Ejemplo: Modelos de juguete



Red aleatoria

- Nodos enlazados con proba *p* *(M~p*N(N-1)/2)*
- *P(k)* Poisson (cola exponencial)
- C(k) independiente de k
- <l>~log(N) (small-world)

Red libre-de-escala

- Crecimiento de red: *rich gets richer*
- $P(k) \sim k^{-a}$
- Red no posee estructura modular
- C(k) independiente de k
- <l>~log(log(N))

Red jerarquica

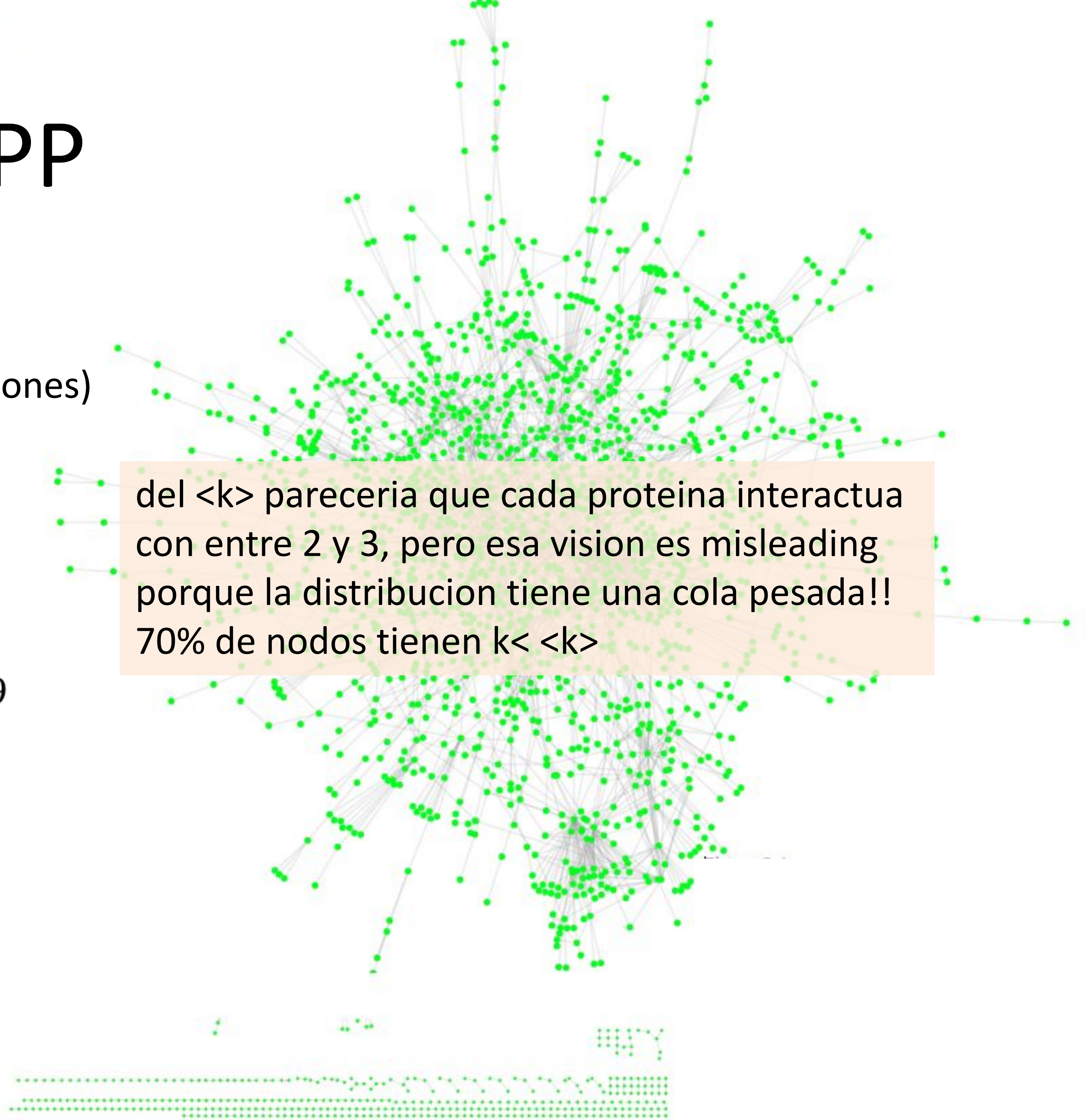
- Estructura jerarquica y modular
- $P(k) \sim k^{-a}$
- <C(k)>~0.6 (alto)
- $C(k) \sim k^{-\sim 1}$
- Estructuras densas comunicadas por algunos hubs

Barabasi 2004 Nat Gen Network Biology

Ejemplo RIPP

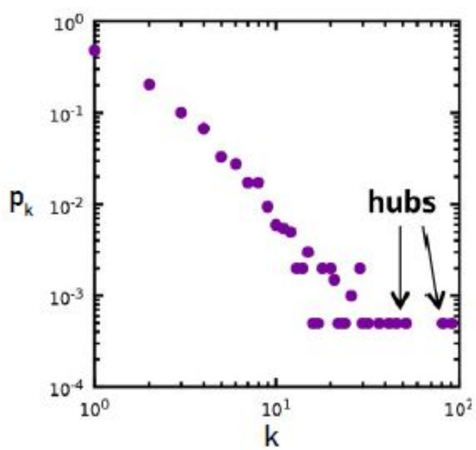
N=2018 nodos (proteinas)
M=2930 enlaces (interacciones)

del <k> pareceria que cada proteina interactua con entre 2 y 3, pero esa vision es misleading porque la distribucion tiene una cola pesada!! 70% de nodos tienen k< <k>

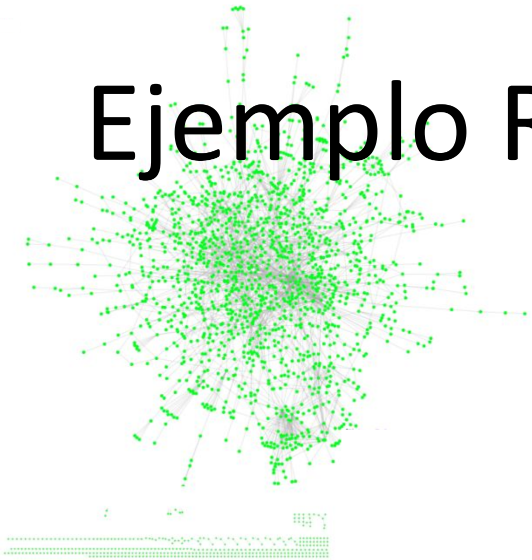


Grado medio

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i = \frac{2M}{N} = 2.9$$

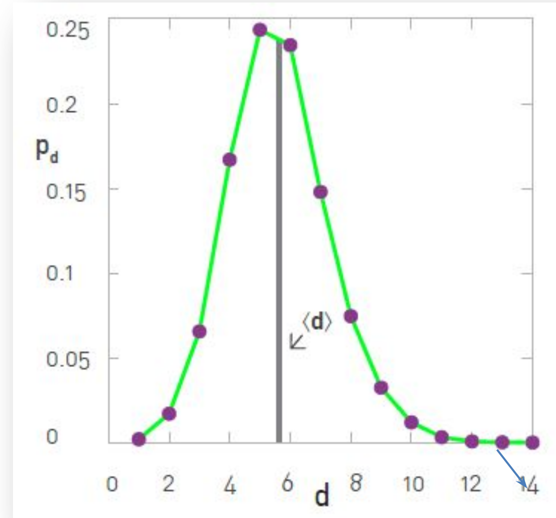


Ejemplo RIPP



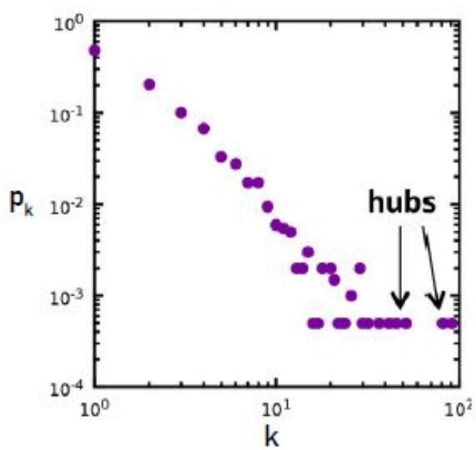
Distribucion de distancias

- distancia media = 5.61
- diámetro de la red=14



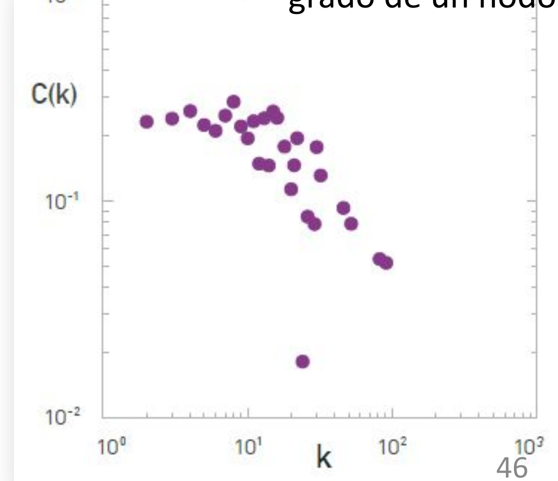
Grado medio

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i = \frac{2M}{N} = 2.9$$



- $\langle C_i \rangle$=0.12
- C(k) decrece con k.
  - Nodos de bajo grado en entornos densos
  - hubs en entornos ralos
  - estructura jerárquica …

Clustering local en función del grado de un nodo



Hablando del proyecto final…

- Vayan pensando y sopesando ideas ... pero no se apresuren en definir su proyecto
- La teoria de redes es una herramienta, no un fin en si mismo.. Entiendan lo mejor posible el sistema que desean analizar e identifiquen dos o tres preguntas concretas que deseen contestar.
- Jueguen/masajeen/exploren/entiendan lo mejor que puedan los datos, para saber que preguntarles.
- No *pregunten* cosas al sistema solo por preguntar.
- No subestimen el proceso de obtencion, preparacion y manejo de datos. Es lo equivalente a preparar un experimento. Garbage-in -> garbage-out
- Cosas que en general pueden funcionar:
    - Analisis de robustez
    - Comparar evolucion temporal
    - Correlacion estructura con campos definidos sobre nodos o enlaces
    - Combinar / comparar redes
    - Relacion entre propiedades topologicas (centralidad / puentes / ...) y propiedades externas
    - Aprendizaje semisupervisado
    - Priorizacion
    - ...