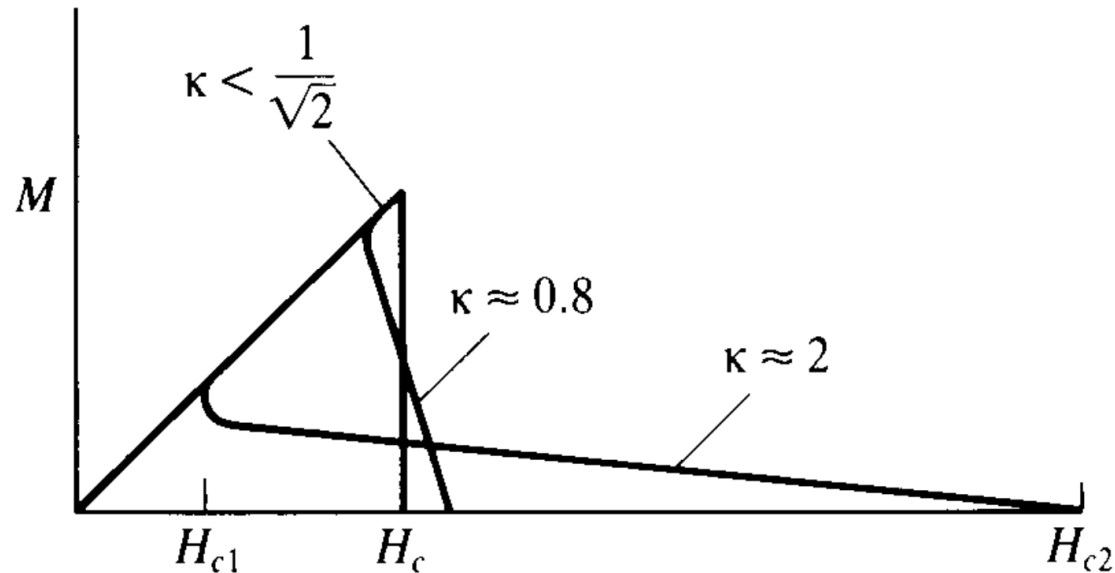


Dinámica de vórtices

Repaso: Magnetización de equilibrio



Si $\kappa \gg 1$, $M \ll H$ apenas el campo aplicado supera H_{c1} .
Puede considerarse $B_{eq} \sim \mu_0 H$ en la mayor parte del estado mixto

“Paradoja”: Si bien la energía de condensación de un vortice es mucho menor que la magnética para $\kappa \gg 1$, finalmente la modulación del campo dentro de la muestra para $H > H_{c1}$ es muy chica.

Repaso: Dinámica de vórtices: Flux Flow

$$\bar{f} = \bar{J} \times \bar{\phi}_0$$

Fuerza de Lorentz sobre un vortice por unidad de longitud

$$\bar{F} = \bar{J} \times \bar{B}$$

Fuerza por unidad de volumen sobre el sistema de vortices

Si no hay otra fuerza que pueda impedirlo los vórtices se mueven con velocidad $\bar{v} // \bar{F}$.

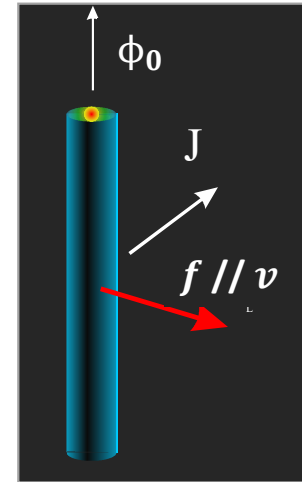
Esto va a generar un campo electrico: $\bar{E} = \bar{B} \times \bar{v}$

En el estacionario la fuerza de Lorentz es contrarrestada por la fuerza viscosa de forma que : $\bar{f} - \eta \bar{v} = 0$

$$\frac{E}{J} = \frac{\phi_0 B}{\eta} = \rho_{FF}$$

Potencia disipada por un vortice en FF por unidad de longitud:

$$P_{1vortice} = \bar{F} \cdot \bar{v} = \eta v^2 = \frac{(J\phi_0)^2}{\eta}$$



Que es esa viscosidad?

ρ_{FF} es significativa? Es medible?

Dinámica de vórtices: Flux Flow

$$\bar{f} = \bar{J} \times \bar{\phi}_0$$

Fuerza de Lorentz sobre un vortice por unidad de longitud

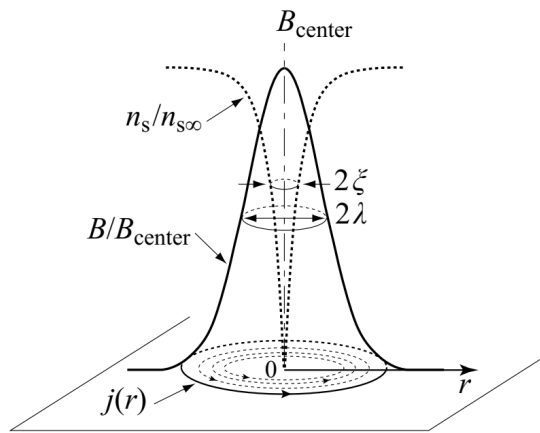
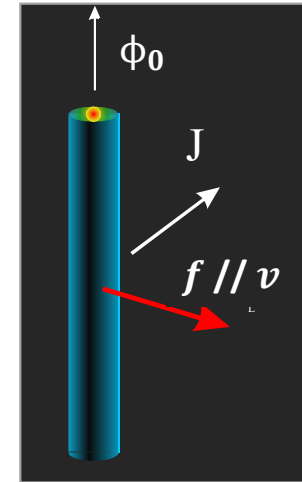
$$\bar{F} = \bar{J} \times \bar{B}$$

Fuerza por unidad de volumen sobre el sistema de vortices

$$\bar{f} - \eta \bar{v} = 0$$

$$\frac{E}{J} = \frac{\phi_0 B}{\eta} = \rho_{FF}$$

Que es esa viscosidad?



$|\Psi|^2 = 0$ en $r = 0$. En el resto del core el material **no es normal sino superconductor**. Sin embargo $n_s \ll n_{s\infty}$.

Mirandolo como “dos fluidos” hay un numero importante de portadores normales. Desde el punto de vista microcopico hay una poblacion significativa de estados excitados porque el gap se achica.

Al moverse el core, aparece una variacion de flujo y por lo tanto un campo \bar{E} que acelera o desacelera esas excitaciones. (M. Tinkham, PRL 804 (1964).

Flux Flow. Modelo de Bardeen-Stephen

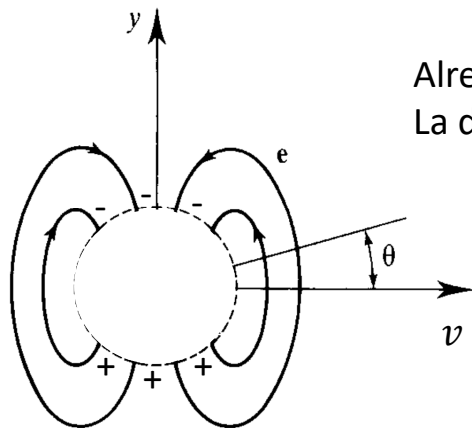
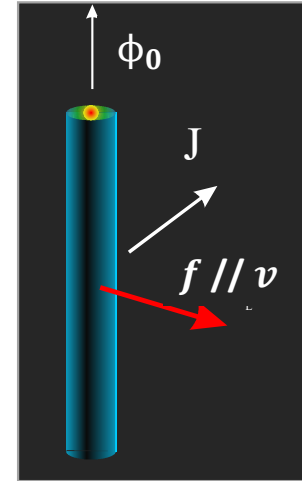
$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{\phi}_0$$

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}$$

$$\frac{E}{J} = \frac{\phi_0 B}{\eta} = \rho_{FF}$$

Modelo simplificado:

- En core el “normal” hasta $r = a \sim \xi$.
- Afuera del core valen las ecuaciones de London con $n_s = n_{s\infty}$.
- Adentro del core $\vec{E} = \rho \vec{J}$, con ρ la resistividad del estado normal.



Miramos el core desde un plano perpendicular al campo \vec{B} (eje z)

Alrededor del core, en la region “superconductora” hay una distribución de corrientes $\vec{J}(\vec{r})$. La distribución va cambiando en el espacio al moverse el vortice.

De acuerdo a London:
$$\vec{E} = \mu_0 \lambda^2 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$$

El campo promedio $\langle \vec{E} \rangle = 0$ pero localmente se puede ver que tiene la distribución espacial de un dipolo.

Eso genera una distribución superficial de carga en el borde del core.

Que genera un campo en el interior
$$\vec{E}_{int} = \frac{v \phi_0}{2\pi \xi^2} \hat{y}$$

$$\Rightarrow P = E^2 = \frac{E_{int}^2}{\rho}$$
 Potencia por unidad de volumen disipada en el core

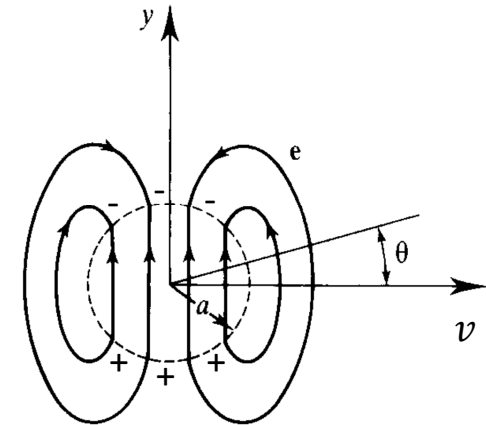
Flux Flow. Modelo de Bardeen-Stephen

$$\bar{f} = \bar{J} \times \bar{\phi}_0$$

$$\bar{F} = \bar{J} \times \bar{B}$$

$$\boxed{\frac{E}{J} = \frac{\phi_0 B}{\eta} = \rho_{FF}}$$

$$P_{1vortice} = \eta v^2$$



Modelo simplificado:

- En core el "normal" hasta $r = a \sim \xi$.
- Afuera del core valen las ecuaciones de London con $n_s = n_{s\infty}$.
- Adentro del core $\bar{E} = \rho \bar{J}$, con ρ la resistividad del estado normal.

$$\text{Adentro del core: } \bar{E}_{int} = \frac{v\phi_0}{2\pi\xi^2} \hat{y} \quad \Rightarrow \quad P = E^2 = \frac{E_{int}^2}{\rho}$$

Potencia por unidad de volumen disipada en el core

$$\text{La disipacion por unidad de longitud de un vortice es: } P_{1vortice} = \pi\xi^2 \frac{E_{int}^2}{\rho} = \frac{(v\phi_0)^2}{4\pi\xi^2\rho} = \eta v^2 \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{\phi_0^2}{4\pi\xi^2\rho}$$

$$\text{Recordemos: } \mu_0 H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\eta = \frac{\mu_0 \phi_0 H_{c2}}{\rho}}$$

Viscosidad por unidad de longitud de 1 vortice

$$\rho_{FF} = \frac{\phi_0 B}{\eta} \Rightarrow$$

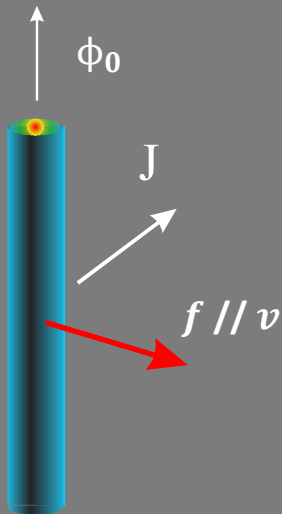
$$\boxed{\rho_{FF} = \frac{B}{\mu_0 H_{c2}} \rho \sim \frac{H}{H_{c2}} \rho}$$

ρ_{FF} es una fraccion significativa de ρ
Muy importante a campos cercanos a H_{c2}

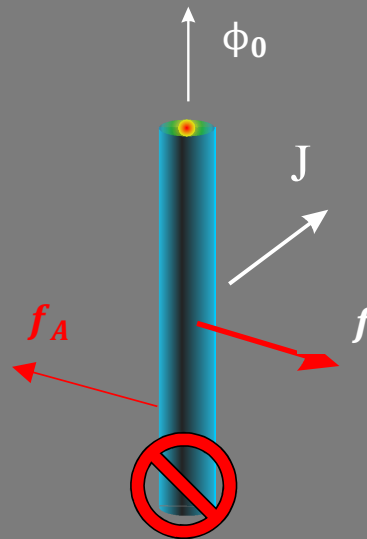
Perdimos la propiedad superconductor a $\rho = 0$??

NO

Anclaje (pinning) de vortices: el rol de los defectos estructurales



Si se mueven
 $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$
 $\rho \neq 0$



Si hay defectos, $\rho = 0$
para $J < J_C$.

Los defectos rompen la simetría de traslación!

Hay sitios energéticamente más favorables (centros de anclaje). Si $F < F_A$ no se mueven.

f_A determina J_C .

Anclaje (pinning) de vortices

Los defectos del material son en general lugares en donde la superconductividad esta deprimida o suprimida.

Pueden ser de distinto tipo:

- Puntuales (en relacion al tamaño del vortice): vacancias, defectos a nivel atomico.
- Extendidos (inclusion de particulas, defectos por irradiacion con iones, maclas) (orden de nm)
- Distribuidos al azar o correlacionados espacialmente

Recordemos la “Paradoja”: Si bien la energia de condensacion de un vortice es mucho menor que la magnetica para $\kappa \gg 1$, finalmente la modulacion del campo dentro de la muestra para $H > H_{c1}$ es muy chica.

Los defectos van a actuar entonces en general, principalmente, disminuyendo la perdida por energia de condensacion en los core de los vortices.

Por cada defecto hay una interacción de corto alcance vortice-defecto atractiva.

Interaccion de 1 vortice con los defectos del material: $\overline{f^p}_{\text{sobre el vortice}} = \sum_{\text{defectos } k} -f_k^p e^{-\left(\frac{|\bar{r}_i - \bar{r}_k|}{r_p}\right)^2} \hat{r}_{ik}$

$$r_p = \begin{cases} R_d & \text{tamaño del defecto} \\ \xi & \text{Si } \xi < R_d \end{cases}$$

f_k^p va a depender de cada tipo de defecto

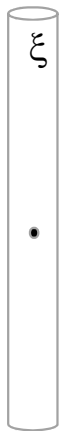
Anclaje (pinning) de vortices

Interacción de 1 vortice con los defectos del material: $\overline{f^p}_{\text{sobre el vortice}} = \sum_{\text{defectos } k} -f_k^p e^{-\left(\frac{|\bar{r}_i - \bar{r}_{kl}|}{r_p}\right)^2} \hat{r}_{ik}$

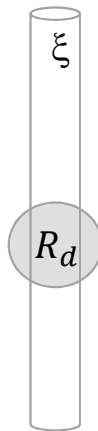
$$r_p = \begin{cases} R_d & \text{tamaño del defecto} \\ \xi & \text{Si } \xi < R_d \end{cases}$$

f_k^p va a depender de cada tipo de defecto

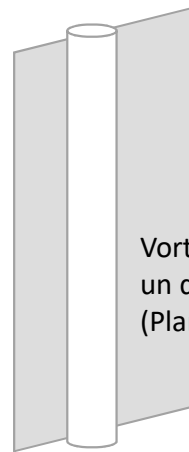
Casos limites:
 1) Muchos menos defectos que vortices. \Rightarrow Cada vortice actua con un defecto: "strong pinning"
 2) Muchos más defectos que vortices. \Rightarrow Pinning colectivo



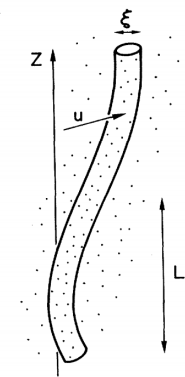
Vortice anclado por un unico defecto puntual



Vortice anclado por un defecto extenso (inclusion)



Vortice anclado por un defecto extendido. (Plano de macla)



Vortice anclado por una distribucion de defectos puntuales

Dinámica de vórtices

Vimos que los vórtices interactúan:

- Con los demás vórtices (tienden a formar RV triangular).
- Con los defectos del material (pinning).
- A T finita hay además fluctuaciones térmicas.
- Cuando se mueven, aparece una fuerza viscosa asociada a la disipación en el core.

Para cada vórtice hay una ecuación de movimiento difusiva por unidad de longitud: $\bar{f} - \eta\bar{v} = 0$

$$\eta\bar{v}_i = \sum_j \bar{f}^{vv}(\bar{r}_i - \bar{r}_j) + \sum_k \bar{f}^{vp}(\bar{r}_i - \bar{r}_k) + \bar{J}_{ext} \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

\mathcal{F}^T fuerza estocástica (fluctuaciones térmicas); \bar{r}_i es la posición del segmento de vórtice, \bar{J}_{ext} corriente externa o neta.

En campo medio, un elemento de longitud en la posición \bar{r}_i cumplirá con :

$$\eta\bar{v}_i = \underbrace{\langle \bar{f}^{vv} \rangle(\bar{r}_i)}_{\langle \bar{f}^{vv} \rangle_{estructura\ local\ RV}} + \langle \bar{f}^{vp} \rangle(\bar{r}_i) + \bar{J}_{ext}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

Densidad media de vórtices

$$\langle \bar{f}^{vv} \rangle_{distribucion\ macro} = \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 \quad \text{con } \bar{J}(\bar{r}_i) = \frac{1}{\mu_0} \bar{v} \times \bar{B}$$

$$\eta\bar{v}_i = \underbrace{\langle \bar{f}^{vv} \rangle_{local}(\bar{r}_i) + \langle \bar{f}^{vp} \rangle(\bar{r}_i)}_{\bar{f}_{efectiva}^p(\bar{r}_i)} + \bar{J}_{macro}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

Anclaje y densidad de corriente crítica

$$\eta \bar{v}_i = \underbrace{\langle \bar{f}^{vv} \rangle_{\text{vecinos}}(\bar{r}_i) + \langle \bar{f}^{vp} \rangle(\bar{r}_i)}_{\bar{f}^p(\bar{r}_i)} + \bar{J}_{\text{macro}}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

Ecuacion de movimiento de un vortice por unidad de longitud en campo medio:

$$\eta \bar{v}_i = \bar{f}^p(\bar{r}_i) + \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

Determinada por la interaccion con los defectos y los segmentos de vortices vecinos

Densidad de corriente macroscopica neta

Cuando podemos mantener el vortice anclado ($\bar{v} = 0$) ?

Despreciando la fuerza termica (valido a muy bajas T), las fuerzas de anclaje tienen que alcanzar para contrarrestar la fuerza de Lorentz:

$$0 = \bar{f}_c^p + \bar{J}_c \times \bar{\phi}_0$$

La fuerza de pinning maxima (critica), determina la densidad de corriente critica a partir de la cual el vortice se mueve.

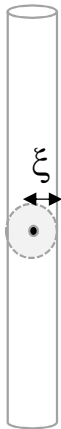
Anclaje y densidad de corriente crítica \bar{j}_c

$$0 = \bar{f}_c^p + \bar{j}_c \times \bar{\Phi}_0$$

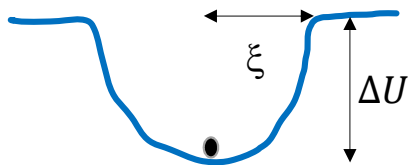
La fuerza de pinning maxima (critica), determina la densidad de corriente critica \bar{j}_c a partir de la cual el vortice se mueve.

Como podemos estimar \bar{f}_c^p ?

1) Vortice aislado de longitud L anclado por un unico defecto puntual:



Ubicando el vortice en el defecto se baja le energia en $\Delta U = -\frac{\mu_0}{2} H_c^2 \frac{4}{3} \pi \xi^3$



La energia por unidad de longitud es entonces $\Delta U_L = -\frac{2}{3} \pi \mu_0 H_c^2 \frac{\xi^3}{L}$

La fuerza necesaria para desanclar el vortice por unidad de longitud es:

$$f_c^p = \frac{\Delta U_L}{\xi} = \frac{2}{3} \pi \mu_0 H_c^2 \frac{\xi^2}{L} = \Phi_0 j_c$$

$$j_c = \frac{2}{3} \pi \frac{\mu_0 H_c^2 \xi^2}{\Phi_0 L}$$

Cuanto mas largo es el vortice mas ineficiente es el defecto para anclarlo \Rightarrow lo puedo mover con una j_c menor .

Anclaje y densidad de corriente crítica \bar{J}_c

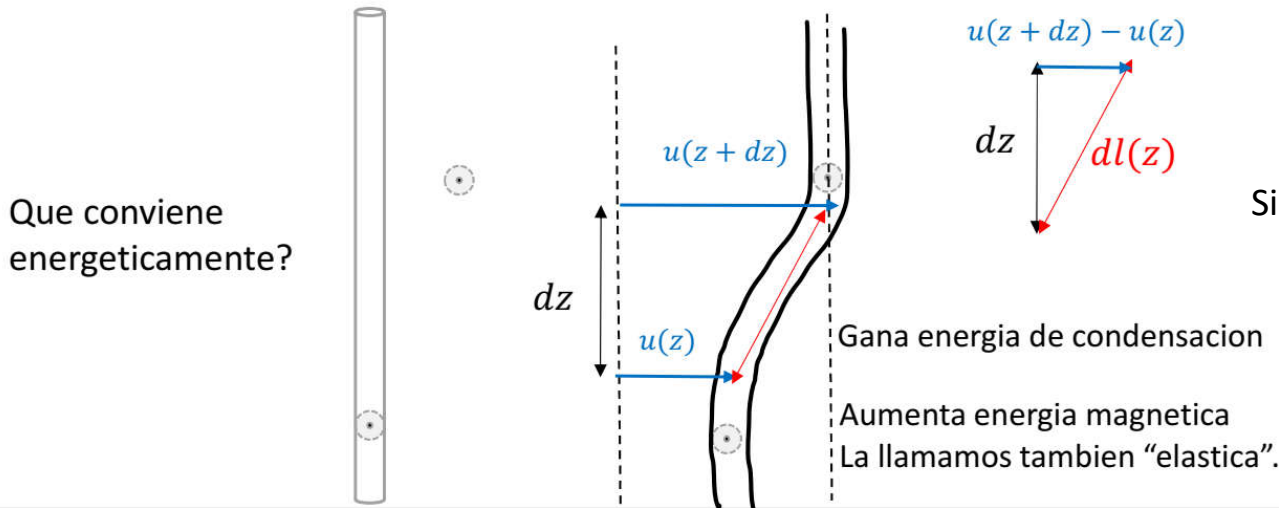
1) Vortice aislado de longitud L anclado por un unico defecto puntual : $j_c = \frac{2}{3} \pi \frac{\mu_0 H_c^2 \xi^2}{\phi_0 L}$

Cuanto mas largo es el vortice mas ineficiente es el defecto para anclarlo

No es una situacion realista: en general hay una densidad de defectos, y cuanto mas largo es el vortice mas defectos hay.



2) Vortice aislado anclado por distribucion de defectos:



$$dl(z) = dz \sqrt{1 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}$$

Si $du \ll dz$: $dl(z) \sim dz \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right)$

$$dl(z) - dz = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 dz$$

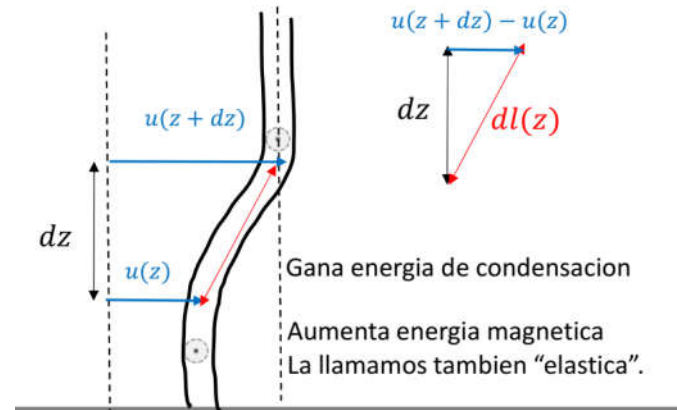
Aumento local del largo del vortice debido a la deformacion

Anclaje y densidad de corriente crítica \bar{J}_c

2) Vortice aislado anclado por distribucion de defectos:

$$dl(z) - dz = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

$$\Delta F(u(z), L) = \int_0^L \left[\underbrace{\frac{\varepsilon_1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2}_{\text{positiva}} + \underbrace{\varepsilon_{pin}(u, z)}_{\text{negativa}} \right] dz$$



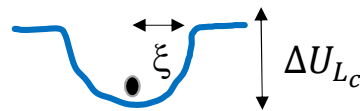
ε_1 es la energia por unidad de longitud de un vortice, $\varepsilon_{pin}(u, z)$ depende de la distribucion y el tipo de defectos

Tengo que encontrar la longitud L_c por debajo de la cual ya no le conviene deformarse.

L_c va a depender del tipo y distribucion de defectos.

Si logramos encontrar el L_c optimo, la energia de anclaje por unidad de longitud de ese segmento sera:

Para desanclar el segmento : $u \sim \xi$



$$\Delta U_{L_c} = \frac{\varepsilon_{pin}(\xi, L_c)}{L_c} = \Phi_0 j_c \xi$$

Anclaje y densidad de corriente crítica \bar{j}_c

2) Vortice aislado anclado por distribucion de defectos:
$$\Delta F(u(z)) = \int \left[\underbrace{\frac{\varepsilon_1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2}_{\text{positiva}} + \underbrace{\varepsilon_{pin}(u, z)}_{\text{negativa}} \right] dz$$

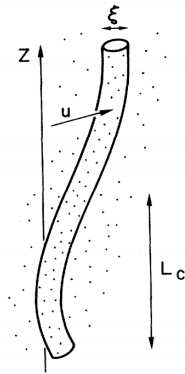
$$\Delta U_{L_c} = \frac{\varepsilon_{pin}(\xi, L_c)}{L_c} = \Phi_0 j_c \xi$$

En general, el anclaje de un segmento L va a estar dado principalmente por su valor medio: $\varepsilon_{pin}(u, L) \sim \langle \varepsilon_{pin}(u) \rangle_L$

Caso particular, pero muy frecuente:

Anclaje colectivo:

Vortice anclado por una distribucion de defectos puntuales



$$\Rightarrow \frac{\Delta F(\xi, L)}{L} = \frac{\varepsilon_1 \xi^2}{L^2} - (\gamma \xi^2 L)^{\frac{1}{2}}$$

Si la distribucion de defectos es al azar: $\langle \varepsilon_{pin}(u) \rangle_L = 0$

Pero al no ser completamente uniforme, las fluctuaciones del desorden (dispersion de la distribucion) anclan el segmento.

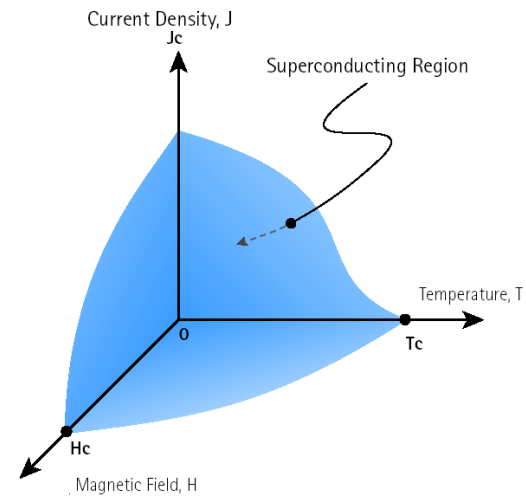
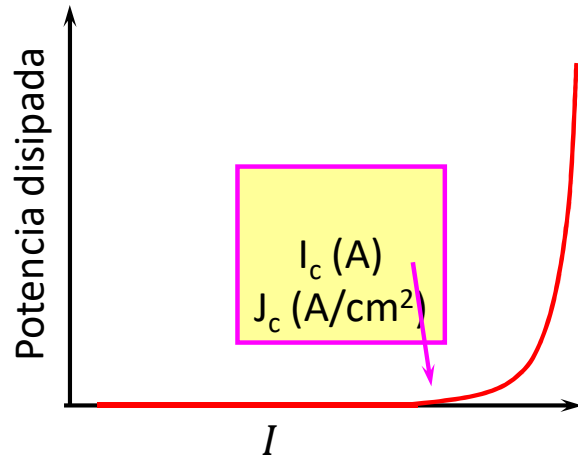
Se puede ver que: $\langle \varepsilon_{pin}^2(u) \rangle_L = \gamma \xi^2 L$

$\gamma \sim f_p^2 \xi^2 n_d$ caracteriza la intensidad del desorden (cuando densos y cuan eficientes son esos defectos).

Entonces en este caso: $\varepsilon_{pin}(u, L) \sim (\gamma \xi^2 L)^{\frac{1}{2}}$

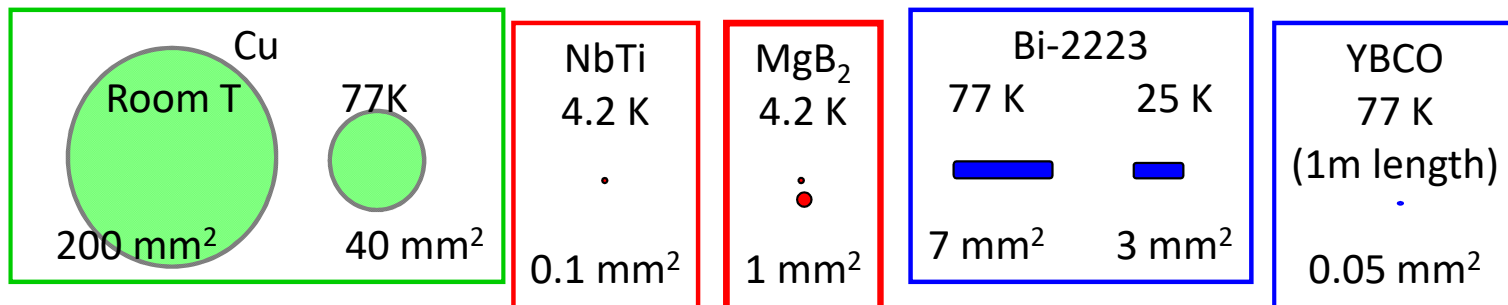
Minimizo $\frac{\Delta F(\xi, L)}{L}$ respecto de L :
$$L_c = \left(\frac{\varepsilon_1^2 \xi^2}{\gamma} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \Delta U_{L_c} = \frac{(\gamma \xi^2 L_c)^{\frac{1}{2}}}{L_c} = \left(\frac{\gamma \xi^2}{L_c} \right)^{\frac{1}{2}} = \Phi_0 j_c \xi \Rightarrow j_c = \left(\frac{\gamma}{\Phi_0^2 L_c} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\gamma^2}{\Phi_0^3 \varepsilon_1^2 \xi} \right)^{1/3}$$

Algunos datos experimentales



Las J pueden ser tan altas como $2 \cdot 10^6 \text{ A/cm}^2$ (a T y H bajos)

Secciones de cable que pueden transportar 1000 Amp:



Algunos datos experimentales

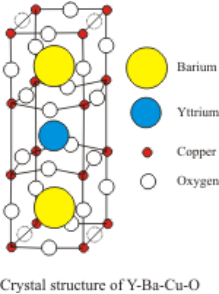
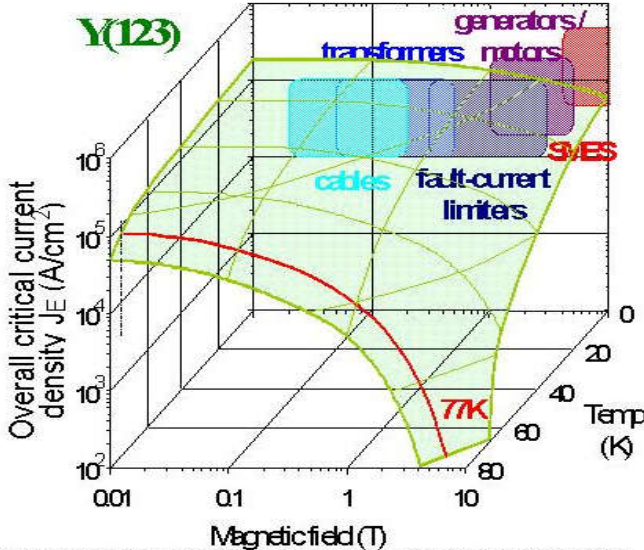
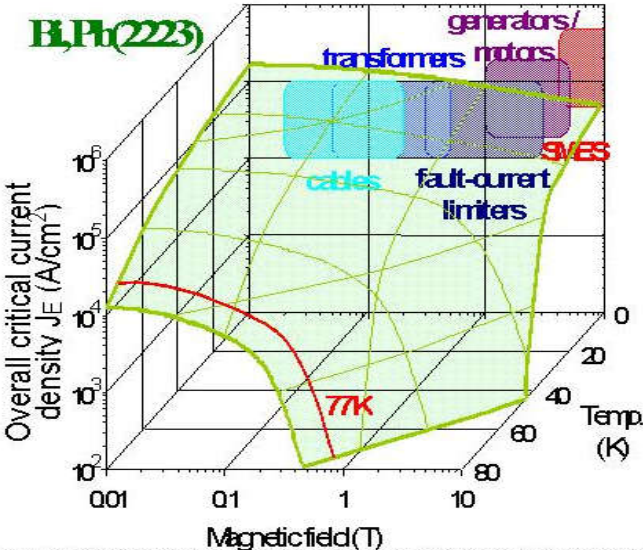
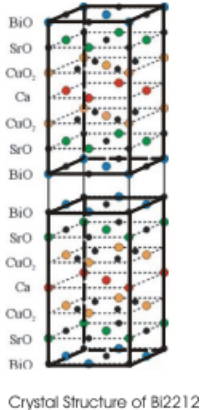


Figure 1: Overall critical current density of state-of-the-art Bi(2223) and Y(123) conductors, as a function of magnetic field and temperature. The filled areas on the back-plane delineate the approximate field- and current requirements for various applications.

Corrientes criticas en SAT y su uso para cables y altas potencias

- Cómo se hace para medir corrientes críticas tan altas?
- Cómo podemos relacionar lo que medimos con el sistema de vórtices subyacente?

$$\eta \bar{v}_i = \sum_j \bar{f}^{vv}(\bar{r}_i - \bar{r}_j) + \sum_k \bar{f}^{vp}(\bar{r}_i - \bar{r}_k) + \bar{J}_{ext} \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

$$\eta \bar{v}_i = \bar{f}^p(\bar{r}_i) + \bar{j}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

