# Dinámica de vórtices II

## Recordemos

Ecuacion de movimiento de un vortice por unidad de longitud:

$$\eta \bar{v}_i = \sum_j \bar{f}^{vv}(\bar{r}_i - \bar{r}_j) + \sum_k \bar{f}^{vp}(\bar{r}_i - \bar{r}_k) + \bar{J}_{ext} \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T$$

En campo medio, por unidad de longitud de un vortice:

$$\boxed{\eta \bar{v}_i = \bar{f}^p(\bar{r}_i) + \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T}$$

Determindada por la interaccion con los defectos y los segmentos de vortices vecinos

Densidad de corriente macroscopica neta

En campo medio, por unidad de volumen:

$$\boxed{\eta \bar{v}(\bar{r}) = \bar{F}^p(\bar{r}) + \bar{J}(\bar{r}) \times \bar{B} + \mathcal{F}^T}$$

Por ahora no consideremos la fuerza termica

$$\eta \bar{v}_i = \bar{f}^p(\bar{r}_i) + \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \cancel{\mathcal{F}^T}$$

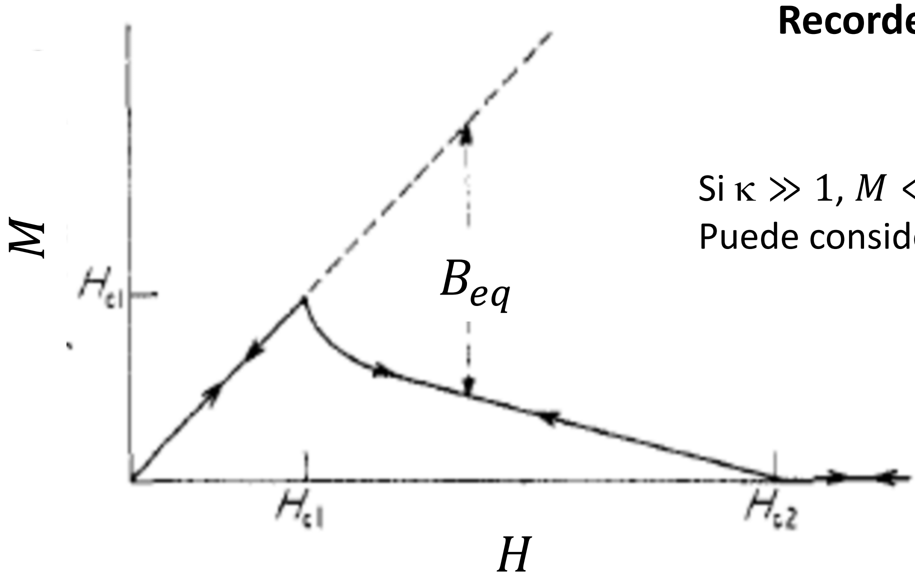
**Caso 1)** El pinning es despreciable: $\bar{f}^p \ll \bar{J} \times \bar{\phi}_0 \Longrightarrow j \gg j_c$ $\Longrightarrow$ Los vortices se van a mover (en regimen de FF).

$\eta \bar{v}_i = \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0$ Se van a mover con $v = \frac{1}{\eta} J \Phi_0$ perpendicular a la corriente, con $\eta = \frac{\mu_0 \Phi_0 H_{c2}}{\rho}$

Esto implica una disipacion con $E = \rho_{FF} J$ **Regimen Lineal Ohmico** $\rho_{FF} = \frac{B}{\mu_0 H_{c2}} \rho$

$\bar{f}^p \ll \bar{J} \times \bar{\phi}_0 \Longrightarrow j \gg j_c$ Caso particular: $j_c \sim 0$ Esto es lo que ocurre en una muestra MUY limpia

**Recordemos: Magnetizacion de equilibrio**




Si $\kappa \gg 1$, $M \ll H$ apenas el campo aplicado supera $H_{c1}$.
Puede considerarse $B_{eq} \sim \mu_0 \mathrm{H}$ en la mayor parte del estado mixto

Si el pinning es despreciable: $\eta \bar{v}_i = \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0$

A medida que aumenta (disminuye) el campo $H$ los vortices se mueven en regimen de FF hasta alcanzar la nueva configuracion de equilibrio: RV triangular con $a_0^2 \sim \frac{\phi_0}{B_{eq}}$. Cuando alcanzan esa configuracion $\bar{J}(\bar{r}_i) = 0$ y $\bar{v}_i = 0$. La curva $M_{eq}(H)$ de equilibrio es **reversible.**

**Esto ocurre solo si $j_c \sim 0$.**

Ecuacion de movimiento de 1 vortice por unidad de longitud en campo medio:

Por ahora no consideremos la fuerza termica

$$\eta\bar{v}_i = \bar{f}^p(\bar{r}_i) + \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \cancel{\mathcal{F}^T}$$

Determindada por la interaccion con los defectos y los segmentos de vortices vecinos

Densidad de corriente macroscopica neta

**Caso 2)** Domina la fuerza de anclaje: $\bar{f}^p > \bar{J} \times \bar{\phi}_0 \Longrightarrow j < j_c \quad \Longrightarrow v = 0$ Los vortices no se mueven

Aunque la RV no este en la configuracion de equilibrio, si las corrientes locales $j(\bar{r}_i) < j_c$,
**la RV se va a quedar en esa configuracion metaestable.** $\boldsymbol{B \sim \phi_0 a_0^2 \neq B_{eq}}$ **y** $\boldsymbol{M \neq M_{eq}}$**.**

**La magnetizacion $\boldsymbol{M}$ y el campo interno $\boldsymbol{B}$ van a depender de la historia.**

**Curva $\boldsymbol{M(H)}$ irreversible, con histeresis**

**Caso 2)** Domina la fuerza de anclaje: $\bar{f}^p > \bar{J} \times \bar{\phi}_0 \Longrightarrow j < j_c \quad \Longrightarrow v = 0$ Los vortices no se mueven

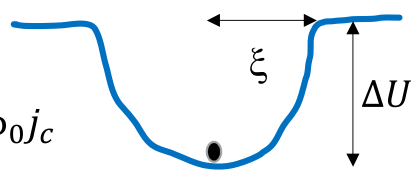
Aunque la RV no este en la configuracion de equilibrio, si las corrientes locales $j(\bar{r}_i) < j_c$,
**la RV se va a quedar en esa configuracion metaestable.** $\boldsymbol{B \sim \phi_0 a_0^2 \neq B_{eq}}$ **y** $\boldsymbol{M \neq M_{eq}}$**.**

**La magnetizacion $\boldsymbol{M}$ y el campo interno $\boldsymbol{B}$ van a depender de la historia.**

**Curva $\boldsymbol{M(H)}$ irreversible, con histeresis**

Pero: Como hacemos para cambiar el campo interno si los vortices no se pueden mover?? **IMPOSIBLE**

$$f_c^p \sim \frac{\Delta U}{\xi} \sim \phi_0 j_c$$




Para mover los vortices en distancias $u > \xi$ los tenemos que sacar de los centros de anclaje.

Para cambiar $B$ ( $o$ $M$) significativamente (acercar o alejar los vortices entre si) tenemos que superar (al menos en un instante) $j_c$.

$j > j_c \Longrightarrow$ lo vortices se mueven hasta alcanzar una nueva configuracion metaestable. Cuando se frenan?

Cuando $|\bar{J}_S(\bar{r})| = \frac{1}{\mu_0} |\bar{\nabla} \times \bar{B}(\bar{r})| \leq j_c$ para todo $\bar{r}$

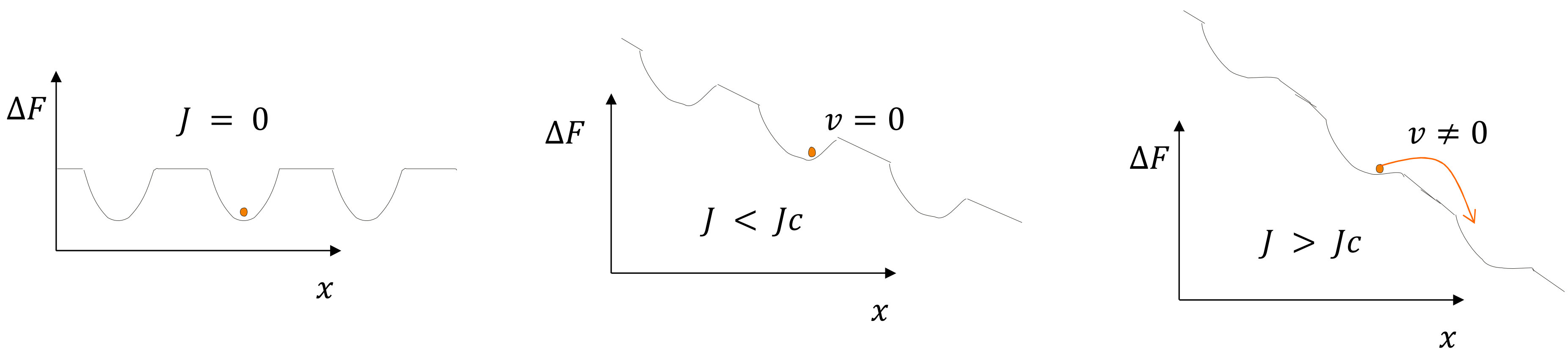
Se forman entonces perfiles de $B$ en la muestra tal que, en todas las regiones ocupadas por vortices, $\bar{\nabla} \times \bar{B} \lesssim \mu_0 j_c$.

**Regimen de Estado Crítico**

# Régimen de estado crítico

- Dominan las fuerzas de anclaje.
- Al mover los vortices, el sistema se reorganiza en configuraciones metaestables tales que la fuerza de anclaje alcanza “justo” para sostener a la fuerza ejercida por corriente

$$0 = \bar{f}_c^{p}(\bar{r}_i) + \bar{J}_c\,(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0$$




La fuerza de Lorentz genera un potencial que “inclina” el paisaje de energia local

# Régimen de estado crítico

Bajo estas suposiciones: cómo será el campo $B$ interno al cambiar el campo $H$ aplicado?

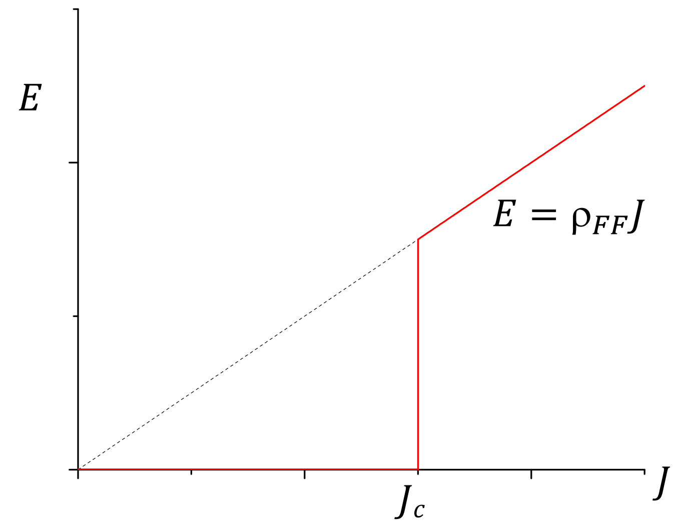
**Modelo de Bean:**

1) Los vórtices no pueden salir de los centros de anclaje si $j < j_c$ ( desprecia las flutuaciones termicas). Las configuraciones metaestables tienen vida infinita.

2) Al superar $j_c$ el movimiento hasta alanzar una nueva configuracion metaestable es "instantáneo" ; $t_{mov}$ << t medición.

3) $j_c$ no depende de $B$ en el rango de campos involucrados.

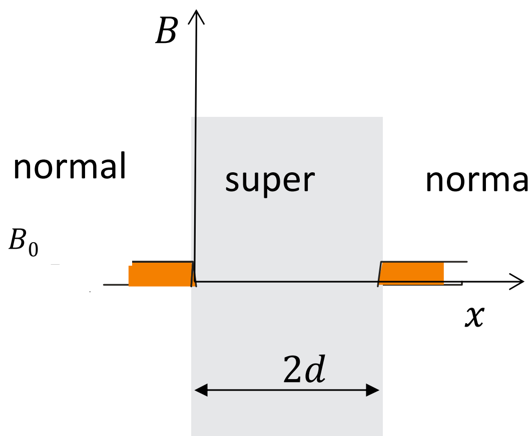
$$E(J) = \begin{cases} 0 & \text{si } J < J_c \text{ (los vórtices están anclados)} \\ \infty & \text{si } J > J_c \text{ (los vórtices se mueven)} \end{cases}$$

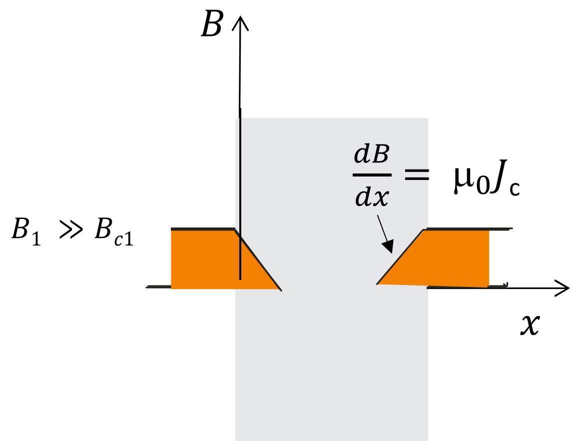


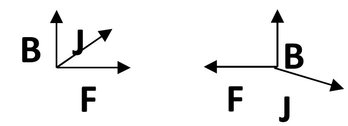
# Magnetización en el modelo de Bean

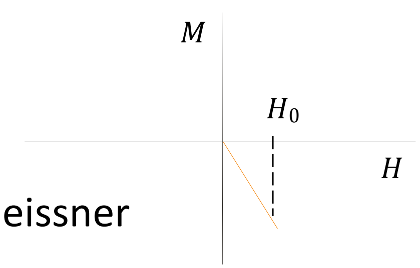
Plancha superconductora infinita de ancho $2d$ sin FD
$\lambda \ll d,\ \kappa >> 1$ ; $J_c$ indep. de $B$

$\mu_0 M = \frac{1}{2d}\int B(x)dx - \mu_0 H$ $\qquad \frac{dB}{dx} = \mu_0 J$

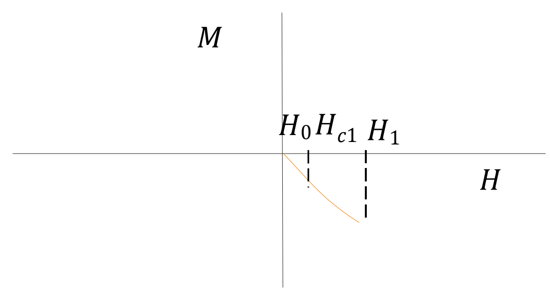


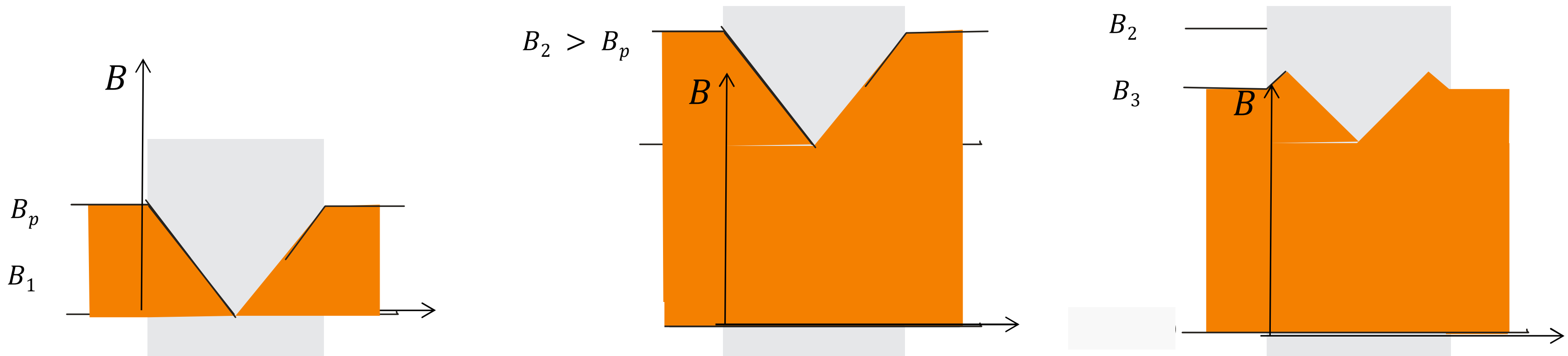




Estado Meissner



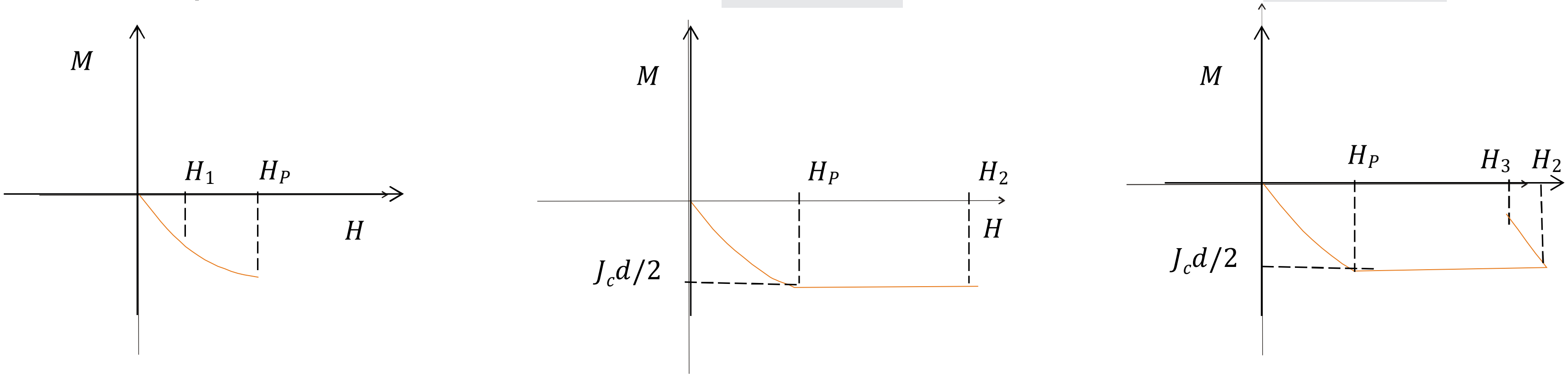
# Magnetización en el modelo de Bean




$$B_p = \mu_0 J_c d$$

$$M = B_p/2\mu_0 = J_c d/2$$

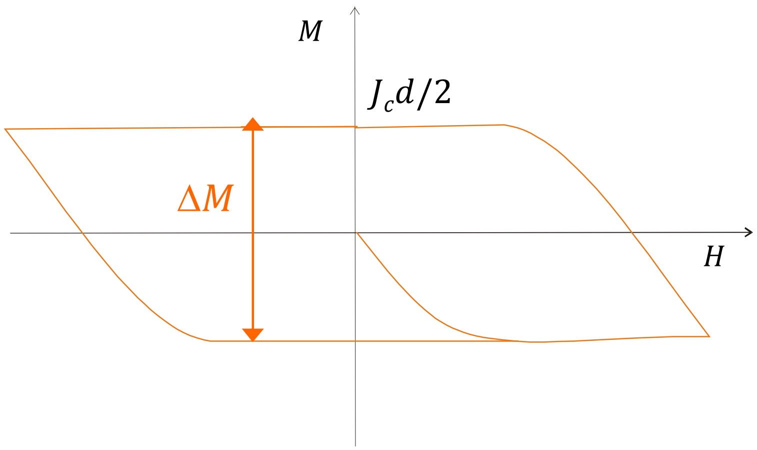
$$M = B_p/2\mu_0 = J_c d/2$$



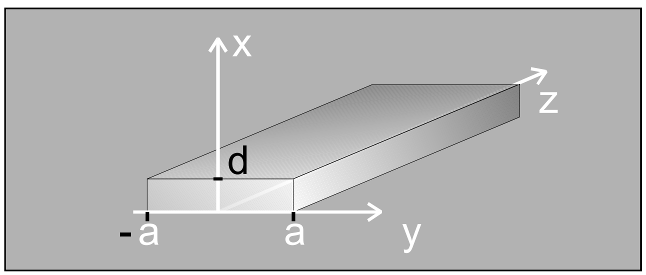
# Magnetización en el modelo de Bean

Plano infinito de ancho $2d$:

$$J_c = \frac{\Delta M}{d}$$



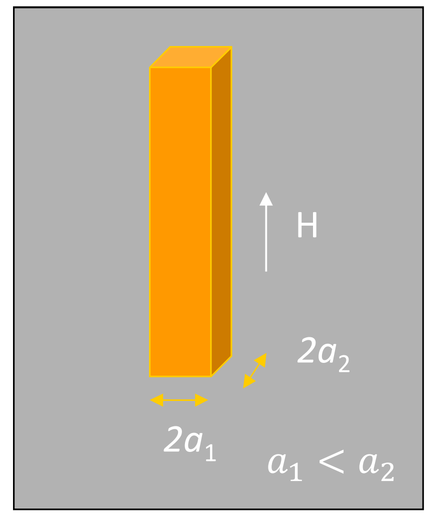

Algunas otras geometrias con solucion analitica:




$$J_c = \frac{\Delta M}{4a}$$

E.H. Brandt, PRB **52** (15442), 1995

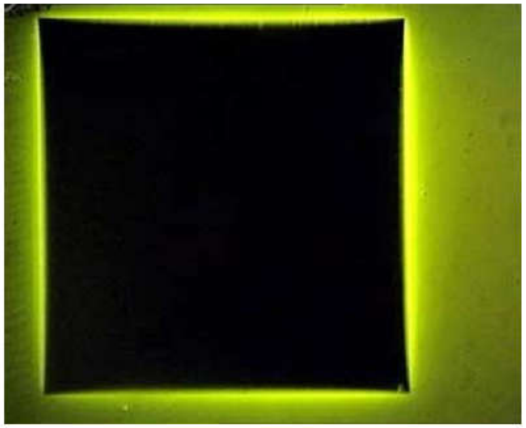
$$J_c = \frac{\Delta M}{4a_1\left(1 - \frac{a_1}{3a_2}\right)}$$




Midiendo un lazo de magnetización y conociendo dimensiones de la muestra se puede medir $J_c$

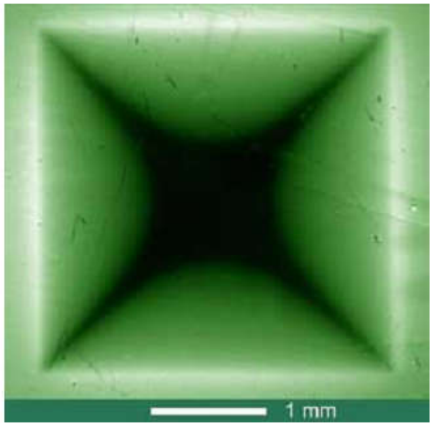
# Imágenes de penetración de flujo por MO

MEISSNER STATE



LOW FIELDS

BEAN-TYPE PENETRATION

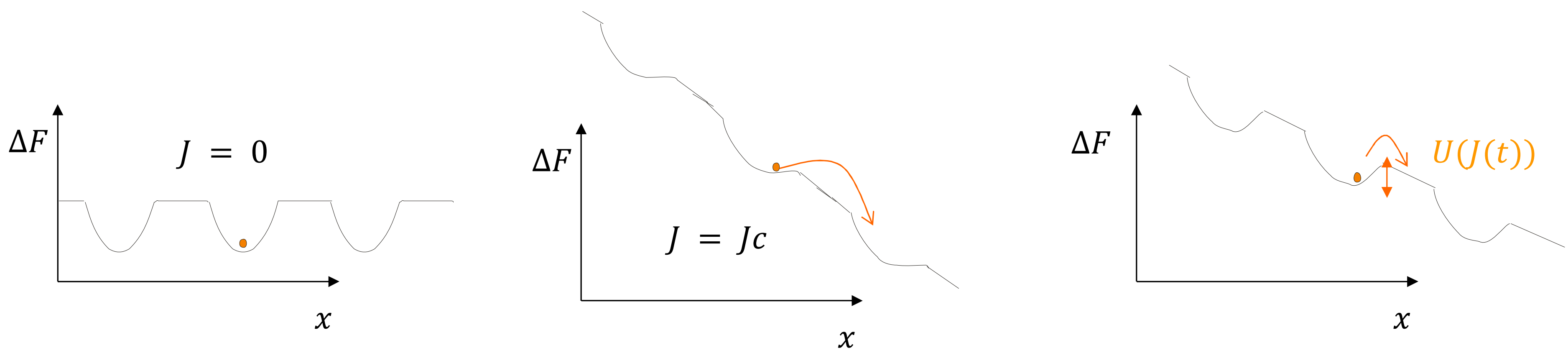



Imágenes tomadas por el grupo de I Johansen, Universidad de Oslo

# Más allá del caballo esférico: Activación térmica ( thermal flux creep)

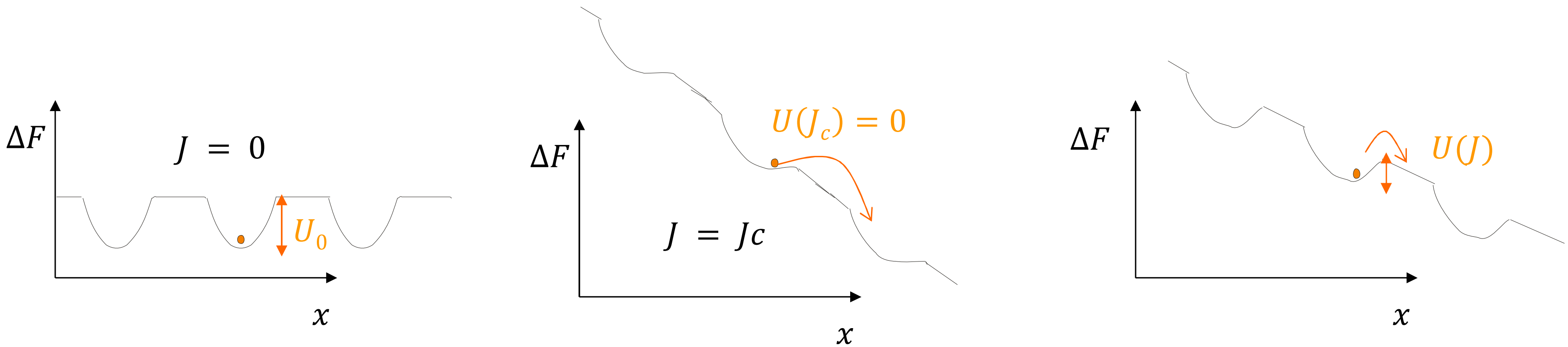
$$\eta \bar{v}_i = \bar{f}^p(\bar{r}_i) + \bar{J}(\bar{r}_i) \times \bar{\phi}_0 + \mathcal{F}^T \qquad \eta \bar{v}(\bar{r}) = \bar{F}^p(\bar{r}) + \bar{J}(\bar{r}) \times \bar{B} + \mathcal{F}^T$$

**Caso 3)** Domina la fuerza de anclaje pero no podemos despreciar las fluctuaciones termicas:




Aunque $J < J_c$ los vortices pueden moverse por activacion termica con probabilidad $P \propto e^{-\frac{U}{kT}}$ .
La $J$ "inclina la cancha" favoreciendo la probabilidad hacia un lado.

# Activación térmica: flux creep




Probabilidad de un vortice de saltar la barrera de potencial: $P \propto e^{-\frac{U(J)}{kT}}$

Los vortices se van a mover hacia el lado favorecido por la corriente con velocidad: $v = \omega_0 d e^{-\frac{U(J)}{kT}} = v_0 e^{-\frac{U(J)}{kT}}$

El movimiento va a generar una pequeña disipación: $E = v_0 B e^{-\frac{U(J)}{kT}}$

Si el perfil relaja poco, $J \lesssim J_c \Longrightarrow$ Podemos suponer una dependencia lineal (Anderson-Kim): $U(J) \sim \frac{U_0}{J_c}(J - J_c)$

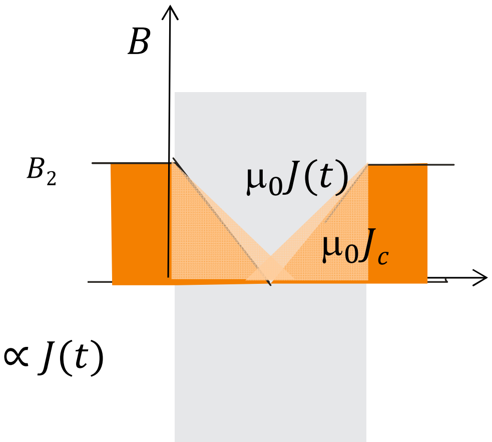
$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$
$$\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J}$$

$$\Longrightarrow \frac{\partial J}{\partial t} = -\frac{J_c}{\tau_0} e^{-\frac{U(J)}{kT}} \quad ; \tau_0 = 1/\omega_0 \Longrightarrow \boxed{J(t) \sim J_c \left[1 - \frac{kT}{U_0} ln\left(1 + \frac{t}{t_0}\right)\right]}$$

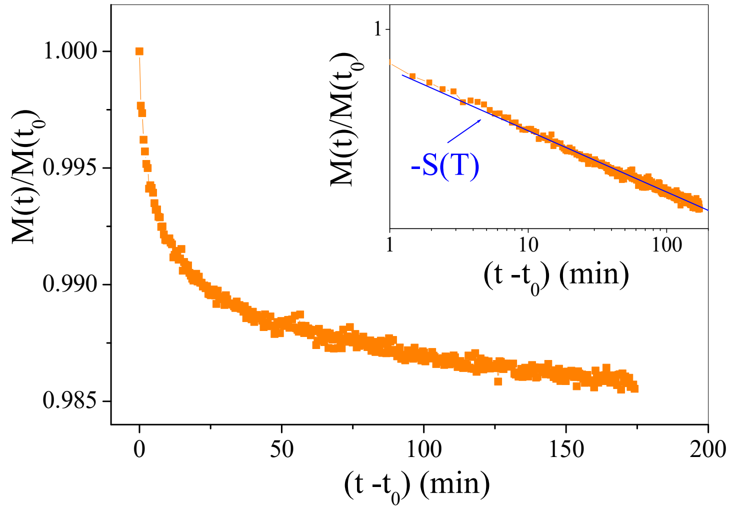
$J$ decae logaritmicamente con $t$

# Activación térmica: flux creep

Si domina la fuerza de anclaje, se puede mostrar que el perfil critico relaja con el tiempo, con una $J(t) < J_c$ que sigue siendo uniforme.




Para cada t sigue valiendo el modelo de Bean con $M(t) \propto J(t)$




El perfil de campo relaja cada vez mas lento.
En el modelo de A-K se predice logritmico

Magnetizacion en funcion del tiempo medida en una muestra de $MgB_2$ en estado crítico

# Magnetización en superconductores de tipo II.
# Más allá del caballo esférico: factores geometricos

Incluso en ausencia de pinning, con $J_c$ nula, la magnetización podria presentar histéresis por cuestiones geométricas (barreras de superficie)

Las lineas punteadas muestran magnetizacion reversible para varios elipsoides de revolucion con distintos FD ( determinados por b/a).

Las curvas continuas son la $M$ esperada para discos/cilindros con la misma relacion b/a. Se ve que los bordes y esquinas generan barreras geometricas que llevan a histeresis para campos chicos.

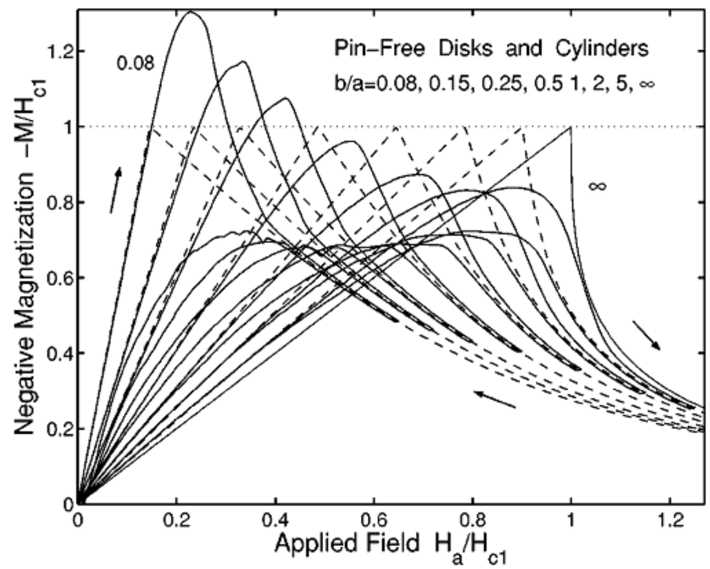
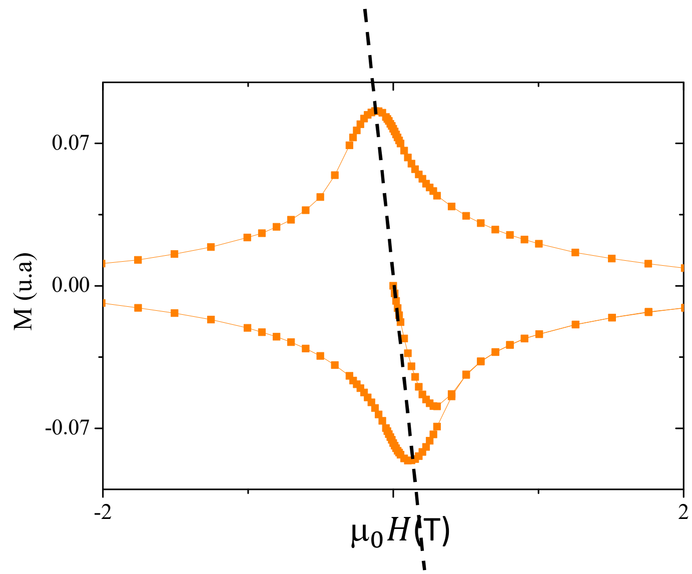
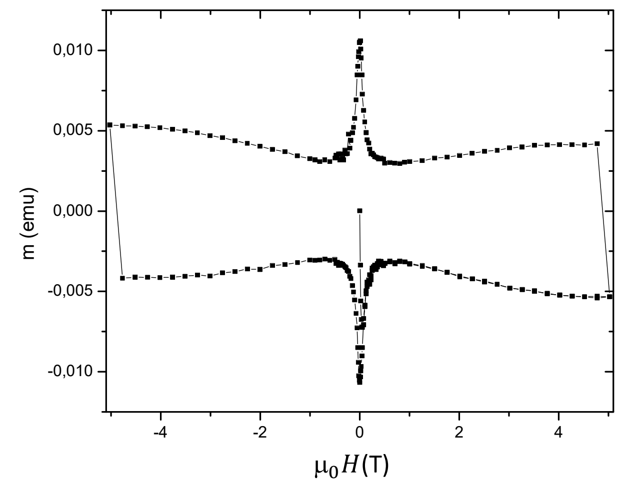



FIG. 3. Irreversible magnetization curves $-M(H_a)$ of pin-free circular disks and cylinders with aspect ratios $b/a = 0.08$, 0.15, 0.25, 0.5, 1, 2, 5, and ∞ in axial field (solid lines). In these type-II superconductors the irreversibility is due to a purely geometric edge barrier for flux penetration. The dashed curves are the reversible magnetization curves of the corresponding ellipsoid defined by Eqs. (1), (4), and (5).

# Magnetización en superconductores de tipo II. Más allá del caballo esférico




Lazo de magnetización de una muestra cerámica de $MgB_2$




Lazo de magnetización de un monocristal de la familia BaFeCoAs

$J_c$ depende de $B$. El modelo de Bean vale para cada campo, con una $J_c(B)$.

A campos bajos $M$ es comparable con el campo aplicado $H$, por lo que $B \neq \mu_0 H$

# Magnetización en superconductores de tipo II.
# Más allá del caballo esférico

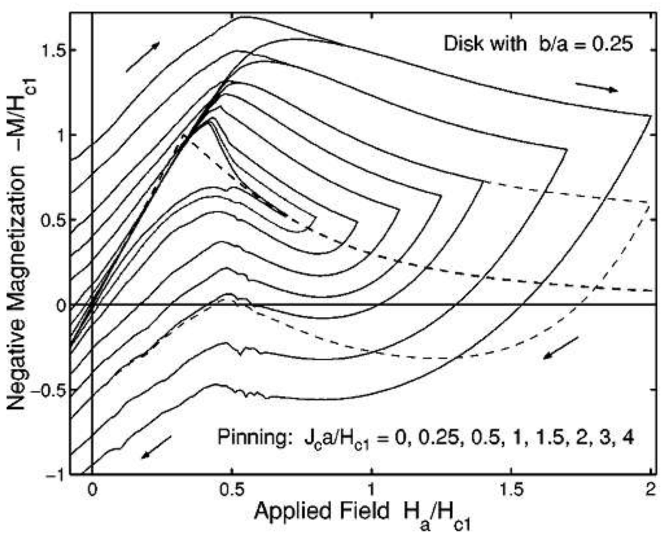
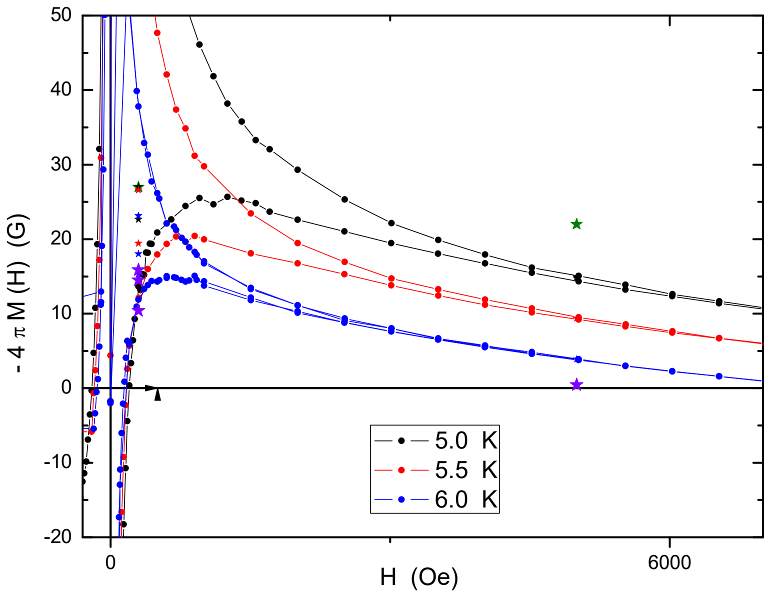


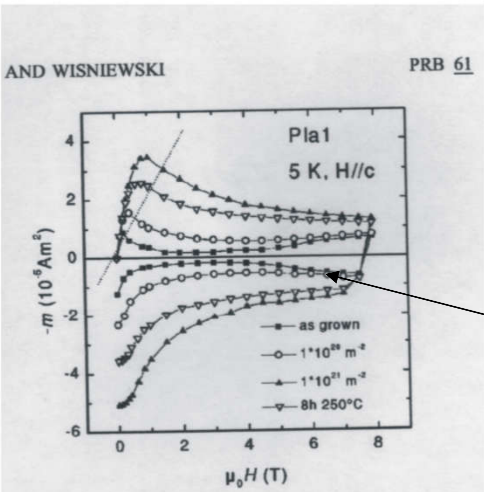

FIG. 4. Magnetization curves of a thick disk with aspect ratio $b/a = 0.25$ for various degrees of volume pinning, $J_c = 0$, 0.25, 0.5, 1, 1.5, 2, 3, 4 in units $H_{c1}/a$, and for various sweep amplitudes. The inner loop belongs to the pin-free disk ($J_c = 0$), the outer loop to strongest pinning. Also shown is the reversible magnetization curve of the corresponding ellipsoid (dashed curve). All loops are symmetric, $M(-H_a) = -M(H_a)$.




Curvas de magnetización en un monocristal de $NbSe_2$

En superconductores con pocos $J_c$ muy baja, la magnetización reversible es comparable o mayor que la irreversible y hay que tener en cuenta ambas.

# Magnetización en superconductores de tipo II. Anomalías no tan anómalas



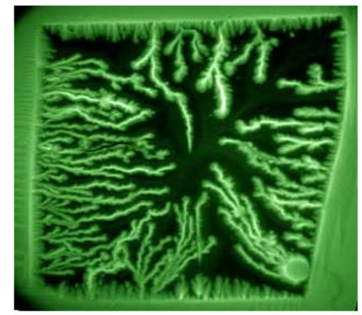

“Fishtail effect”

Magnetización en un SAT (YBCO) con diferente grado de defectos.

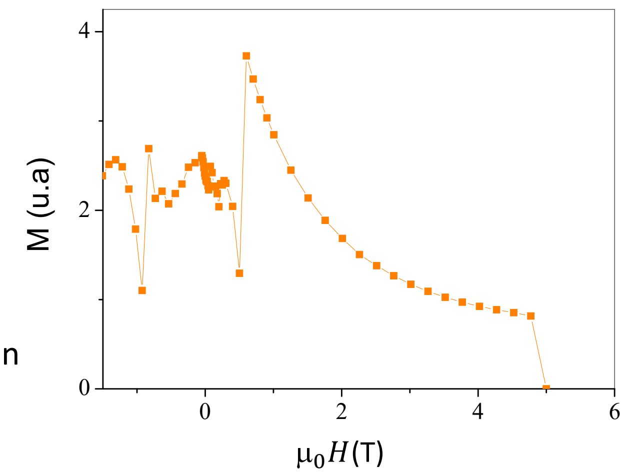
$J_c(B)$ puede tener dependencias “raras”

En peliculas delgadas se producen a veces entradas de vortices en formas de dendritas

FLUX AVALANCHES



LOW TEMPERATURES




“Flux jumps” observados en una muestra de $MgB_2$

Tambien se producen avalanchas macroscopicas que se ven en la magnetizacion