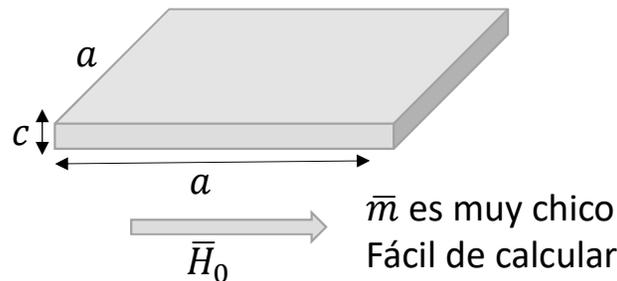


Contestando algunas dudas que quedaron de la clase anterior sobre el FD

$$\langle M \rangle = \frac{m}{V} = -FDH_0 = -\frac{H_0}{N} = \frac{(H_0 - H)}{\gamma_D}$$

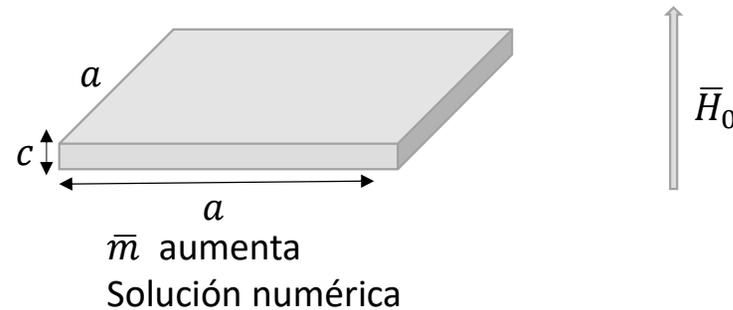
En distintas fuentes todas estas definiciones pueden llamarse “factor demagnetizante”: FD, N o γ_D . OJO

1) En una muestra diamagnética, el FD aumenta a medida que la geometría desvía las líneas de campo.



$$\langle M \rangle \sim -H_0$$

$$m = \langle M \rangle V \sim -ca^2 H_0$$



$$\text{Si } c \ll a \Rightarrow FD \approx \frac{a}{c} \Rightarrow \langle M \rangle \sim -\frac{a}{c} H_0 \rightarrow \infty$$

$$\text{Pero } m = \langle M \rangle V \sim -a^3 H_0$$

Contestando algunas dudas que quedaron de la clase anterior sobre el FD

IMPORTANTE: La relación entre el campo interno y el externo depende de la magnetización

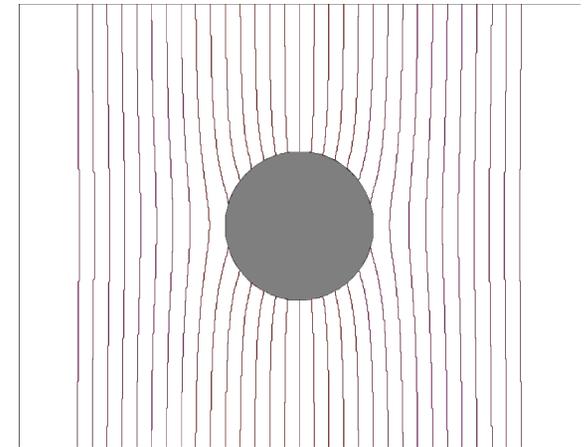
Ejemplo: Esfera paramagnética vs esfera diamagnética: $\bar{M} = \alpha\bar{H}$; $\alpha > 0$

$$\text{Afuera: } \bar{B}_2 = \bar{B}_\infty + \bar{B}_{esfera} \quad \bar{B}_{esfera}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\hat{r}(\hat{r} \cdot \bar{m}) - \bar{m}}{r^3}$$

$$\text{Adentro: } \bar{B}_1 = \mu_0(\bar{H} + \bar{M}) = \mu_0(1 + \alpha)\bar{H}$$

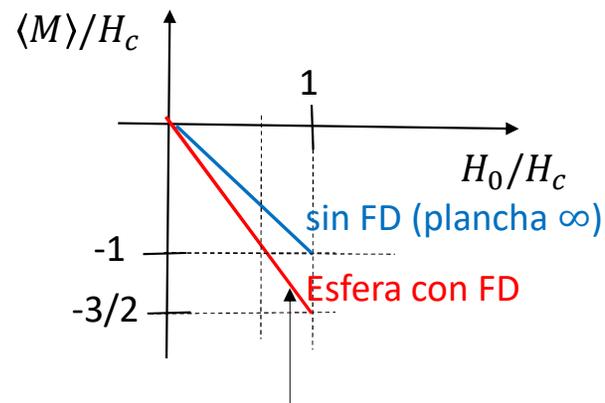
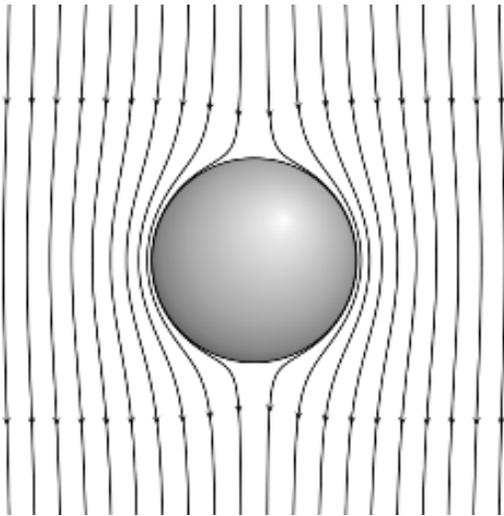
$$\text{c.c: } \bar{B}_{2\perp}(r = R) = \bar{B}_{1\perp}(r = R) \Rightarrow \mu_0 \cos\theta \left[H_0 + \frac{m}{2\pi R^3} \right] = \mu_0(1 + \alpha)H \cos\theta$$

$$H_0 + \frac{2}{3}M = H_0 + \frac{2}{3}\alpha H = (1 + \alpha)H \Rightarrow \boxed{H = \frac{H_0}{\left(1 + \frac{\alpha}{3}\right)}}$$



En este caso el campo interno es menor que el aplicado

Agregando algunas dudas respecto de la clase anterior sobre el FD



En esta región el campo interno supera al campo crítico.
Vamos a ver más adelante que esto no es termodinámicamente estable.
Esta noción se generaliza para cualquier geometría.

CONTINUARÁ

Repaso

Conductores

$\bar{J} = \sigma \bar{E}$. σ no depende de \bar{J} y es real.

$$\bar{\nabla}^2 \bar{B} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

Los campos alternos son apantallados en una longitud característica que depende de la frecuencia y la conductividad

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$$

Si δ es comparable al tamaño de la muestra el campo interno está desfazado respecto del aplicado y hay disipación.

Conductores perfectos

$$\sigma = \infty; \quad \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = \frac{ne^2}{m} \bar{E}$$

$$\bar{\nabla}^2 \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right) = \frac{1}{\lambda_L^2} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

Las variaciones temporales del campo son apantalladas en una longitud pequeña (nano) independiente de frecuencia.

$$\lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n e^2}$$

En sistemas macroscópicos se conserva la condición inicial
FC \neq ZFC

Superconductores

$$\sigma = \infty;$$

Propuesta de London

El campo es apantallado en una longitud pequeña (nano)

$$\lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n q^2}$$

En sistemas macroscópicos el campo $B = 0$. (Meissner)

Modelo de London

Modelo de dos flúidos:

- Hay portadores normales y superconductores. n_s es la densidad relativa de portadores superconductores.
- A $T = 0$, $n_s = 1$; A $T > T_c$, $n_s = 0$
- Los portadores normales se comportan como cargas en un conductor normal ($\bar{J} = \sigma \bar{E}$).
- La electrodinámica de los portadores superconductores se describe mediante las ecuaciones de London.
- Los portadores tienen masa m y carga q que los London suponen igual a la masa y carga del e^- .

Ecuaciones de London:

Recordemos que **en un conductor perfecto**:

$$\frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = \frac{ne^2}{m} \bar{E} = \frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \bar{E} \quad \lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n_s q^2} \Rightarrow \boxed{n_s = \frac{m}{\mu_0 q^2 \lambda_L^2}} \quad n_s \text{ depende de } T \text{ pero no de } \bar{r}$$

Inspirados en el apantallamiento de $\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ en conductores perfectos:

Proponen una ecuación “similar” para describir el **efecto Meissner**:

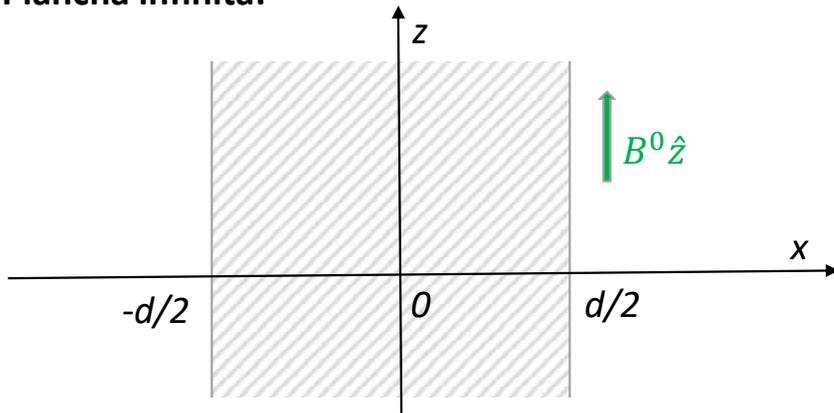
$$\bar{\nabla}^2 \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right) = \frac{1}{\lambda_L^2} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} ; \quad \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\nabla} \times \bar{J}) = \mu_0 \bar{\nabla} \times \left(\frac{\partial \bar{J}}{\partial t} \right) = \mu_0 \bar{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \bar{E} \right) = -\frac{1}{\lambda_L^2} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad \boxed{\mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B}}$$

Efecto Meissner

$$\mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B} \quad \bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} \quad (\text{m4})$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{B} = -\bar{\nabla}^2 \bar{B} = \mu_0 \bar{\nabla} \times \bar{J} = -\frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B} \Rightarrow \bar{\nabla}^2 \bar{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B} \quad \text{Y se puede ver facilmente que: } \bar{\nabla}^2 \bar{J} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{J}$$

Plancha infinita:



$$\bar{B}(\vec{r}) = B(x) \hat{z} \quad \bar{J}(\vec{r}) = J(x) \hat{y}$$

$$\text{c.c: } B_z(d/2, t) = B_z(-d/2, t) = B^0$$

Ver que:

$$B_z(x) = B^0 \frac{\cosh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

$$j_y(x) = -\frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} \frac{\sinh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

Y si $\lambda_L \ll d$:

$$B_z \approx B^0 e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$

$$j_y \approx \pm \frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$

$$u = \left| x \pm \frac{d}{2} \right|$$

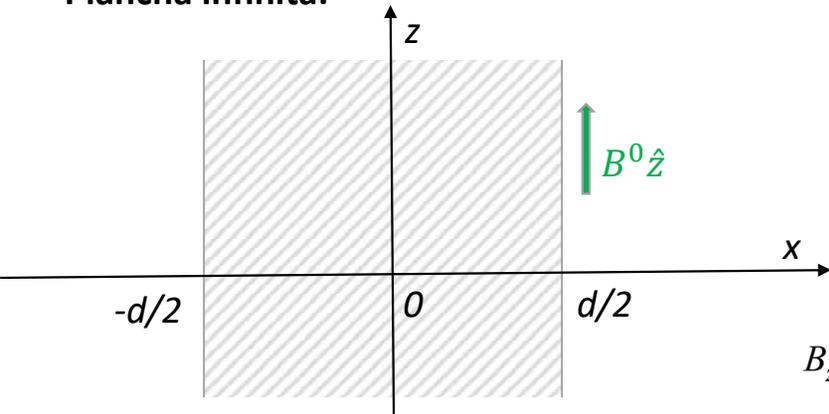
Efecto Meissner

$$\nabla^2 \bar{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{B}$$

$$\nabla^2 \bar{J} = \frac{1}{\lambda_L^2} \bar{J}$$

$$n_s = \frac{m}{\mu_0 q^2 \lambda_L^2}$$

Plancha infinita:



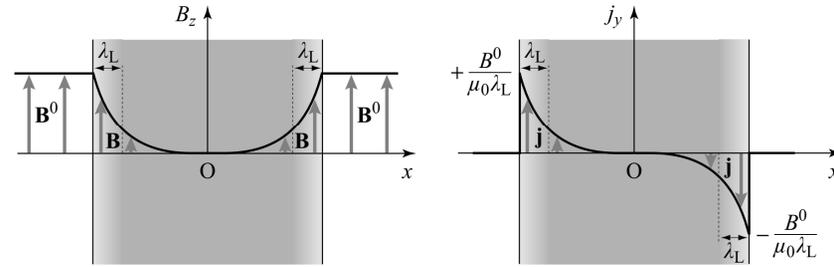
$$\bar{B}(\vec{r}) = B(x)\hat{z} \quad \bar{J}(\vec{r}) = J(x)\hat{y}$$

c.c: $B_z(d/2, t) = B_z(-d/2, t) = B^0$

$$B_z(x) = B^0 \frac{\cosh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

$$j_y(x) = -\frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} \frac{\sinh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

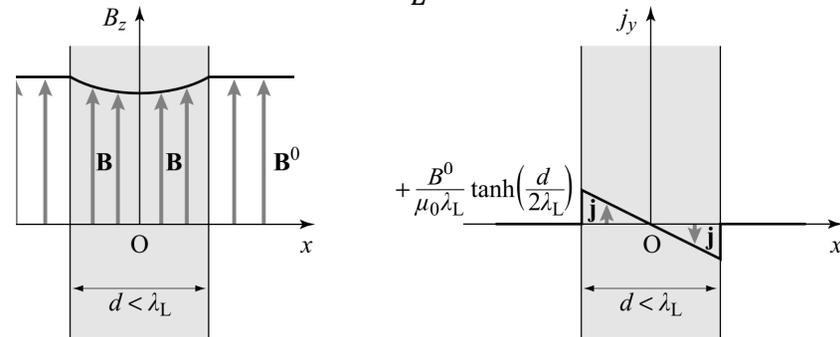
Si $\lambda_L < d$:



$$B_z \approx B^0 e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$

$$j_y \approx \pm \frac{B^0}{\mu_0 \lambda_L} e^{-\frac{u}{\lambda_L}}$$

Si $\lambda_L > d$:



Cómo se mide λ_L ?

1) Magnetización de una película delgada ($\lambda_L > d$):

Area A macroscópica y espesor d nanometrico

$$\bar{B}^0 = \mu_0 \bar{H}_0 \quad \bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M})$$

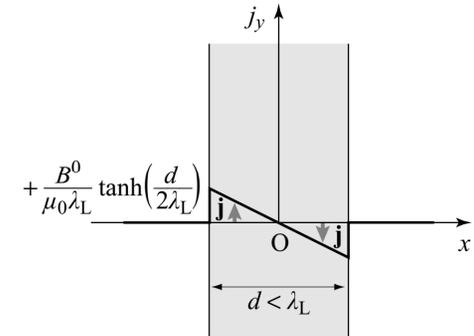
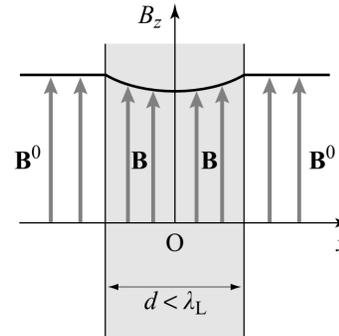
Al ser geometría "sin FD": $\bar{B} = \mu_0 (\bar{H}_0 + \bar{M})$

$$\Rightarrow \bar{M}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu_0} (\bar{B}(\vec{r}) - \bar{B}^0)$$

$$\langle \bar{M} \rangle \approx \frac{\hat{z} A}{d \mu_0} \int_{-d/2}^{d/2} (B_z(x) - B^0) dx = -\bar{B}^0 \frac{V}{\mu_0} \left[1 - \frac{2\lambda_L}{d} \tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right) \right]$$

$$\langle \bar{M} \rangle \approx -\bar{B}^0 \frac{V}{\mu_0} \left[1 - \frac{2\lambda_L}{d} \right] \quad \text{para } \lambda_L \gg d$$

Midiendo $\bar{m} = V \langle \bar{M} \rangle$ para varios d se puede ajustar λ_L



$$B_z(x) = B^0 \frac{\cosh\left(\frac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}$$

Los valores de \bar{m} son chicos (no es facil medirlos)!!

2) Esferas nanométricas superconductoras ($\lambda_L > R$) en medio aislante.

VER PROBLEMA DE LA PRACTICA

Mediciones de λ_L

Se mide una dependencia empírica con la temperatura del tipo:

$$\lambda_L(T) = \lambda_L(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{-1/2}$$

Donde $\lambda_L(0)$ es un parámetro de ajuste que indicaría λ_L a $T = 0$.

Los valores medidos de $\lambda_L(0)$ dan mayores a los estimados a partir de la Teoría de London de acuerdo a:

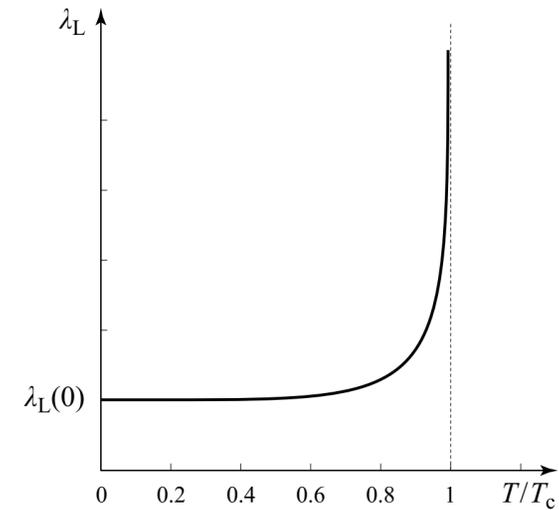
$$\lambda_L^2 = \frac{m}{\mu_0 n e^2}$$


Table 2.1 - Values for the LONDON penetration depths as calculated and measured for a few metals

Element	Al	Sn	Pb	Cd	Nb
Theoretical λ_L [nm]	10	34	37	110	39
Measured λ [nm] extrapolated to 0 K	50	51	39	130	44

Superconductivity,
P. Mangin and R. Kahn

Valores experimentales de λ_L

Parameter	Al	In	Sn	Pb	Nb	Reference
Penetration depth λ , nm	}	24	31	32	32	Buckel (1991)
		47	52	47		Huebener (1979)
		65	50	40	85	Orlando and Delin (1991)
		21	36	37	39	Van Duzer and Turner (1981)

Material	T_c (K)	λ (nm)	Source
Nb ₃ Sn (A15)	18	65	Orlando and Delin (1991)
Nb ₃ Ge (A15)	23.2	90	Orlando and Delin (1991)
K ₃ C ₆₀	19	240	Holzner <i>et al.</i> (1991)
Rb ₃ C ₆₀	29.6	247	Sparn <i>et al.</i> (1992)
(La _{0.925} Sr _{0.075}) ₂ CuO ₄ ^b	37	200	Poole <i>et al.</i> (1988)
YBa ₇ Cu ₃ O ₇ ^b	89	170	Poole <i>et al.</i> (1988)

Superconductivity,
C. Poole et al,;