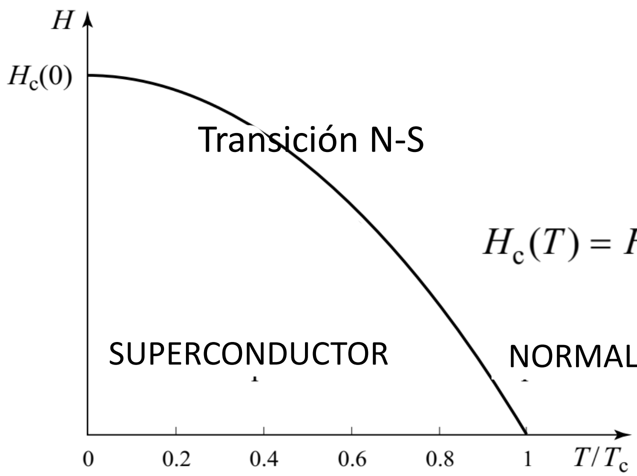
Termodinámica, transición SN y estado intermedio

La transición normal-superconductor (N-S)



$$H_c(T) = H_c(0)\left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

$$\Delta s = \begin{cases} 0 & en\, T = T_c\,;\ (H_c = 0) \\ > 0 & si\, T < T_c\,;\ (H_c(T) > 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{1er orden si } T < T_c \\ \text{2do orden si } T = T_c \end{cases}$$

$$g_N(T,H) - g_S(T,H) = \frac{\mu_0}{2}\left(H_c^2(T) - H^2\right)$$

$$\Delta s = \mu_0 H_c(T) H_c(0) \frac{T}{T_c^2}$$

$$\Delta c = 2\mu_0 T \frac{H_c^2(0)}{T_c^2}\left[1 - 3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

$$\boxed{\Delta c(T_c) = -4\mu_0 \frac{H_c^2(0)}{T_c}}$$

Más allá del caballo esférico

Recordemos las condiciones del sistema ideal (caballo esférico) que acabamos de tratar:

1a) No hay FD.
1b) $\overline{H}$ aplicado uniforme.

1) $\overline{H}$ es uniforme e igual al aplicado en todo el espacio.

2) Muestras macroscópicas ($\lambda_L \sim 0$ y $B = 0$ en el superconductor).

3) No consideramos energías de pared N/S

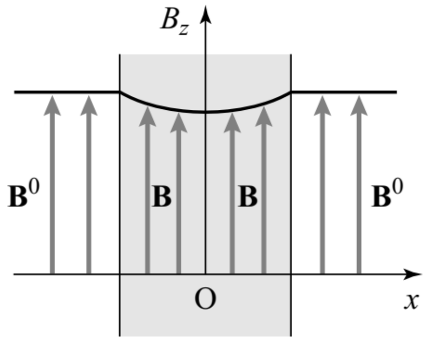
4) El sistema alcanza siempre el equilibrio: no hay configuraciones metaestables

Qué pasa si no se cumple la condición (2)?

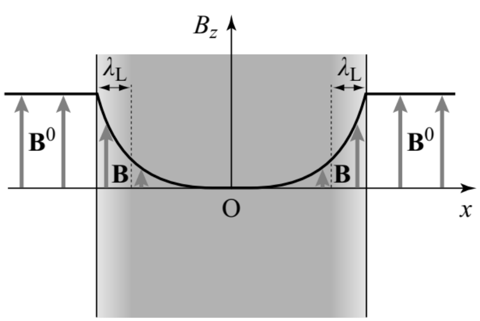
Veamos un ejemplo

Transición N-S en muestras con dimensiones nano/micrométricas

Ejemplo: slab de espesor $d \sim \lambda_L$ y area $A \gg d^2$ en campo $B^0 \hat{z}$ uniforme:



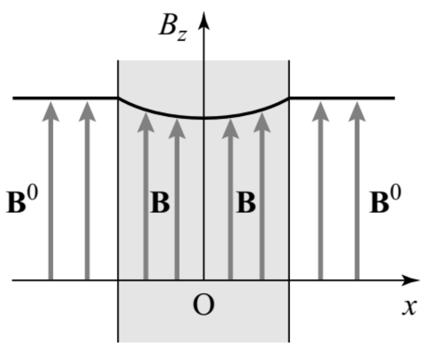
No hay FD, entonces: $H = H_0 = \dfrac{B^0}{\mu_0}$



	Estado S	Estado N
Adentro del SC:	$B_z(x) = B^0 \dfrac{\cosh\left(\dfrac{x}{\lambda_L}\right)}{\cosh\left(\dfrac{d}{2\lambda_L}\right)}$	$B_z = B^0$
Afuera:	$B_z = B^0$	$B_z = B^0$

Transición N-S en muestras con dimensiones nano/micrométricas

Ejemplo: slab superconductor infinito de espesor $d \sim \lambda_L$ y area $A \gg d^2$ en campo $B^0 \hat{z}$ uniforme:



Controlamos H, entonces nos interesa el minimo de la energía de Gibs G.

$$dG = -SdT + Vdp - VBdH \qquad \text{A } p \text{ y } T \text{ ctes:} \quad dG = -VBdH$$

promedios

$$dG = -\iiint_{espacio} \bar{B}(\bar{r}).\,d\bar{H}(\bar{r})d^3r = -d\bar{H}.\iiint_{espacio} \bar{B}(\bar{r})d^3r$$

$$G(T,H_0) = G(T,0) - \int_0^{H_0}\left[d\bar{H}.\iiint_{espacio} \bar{B}(\bar{r})d^3r\right]$$

En el estado N: $\qquad V = Ad$

$$G_N(T,H_0) = G_N(T,0) - \int_0^{H_0}\left[d\bar{H}.\overbrace{\iiint_{espacio} \bar{B}(\bar{r})d^3r}^{(V_{ext}+V)\mu_0\bar{H}}\right] = G_N(T,0) - \mu_0(V_{ext}+V)\int_0^{H_0} d\bar{H}.\bar{H} = G_N(T,0) - \mu_0(V_{ext}+V)\frac{H_0^2}{2}$$

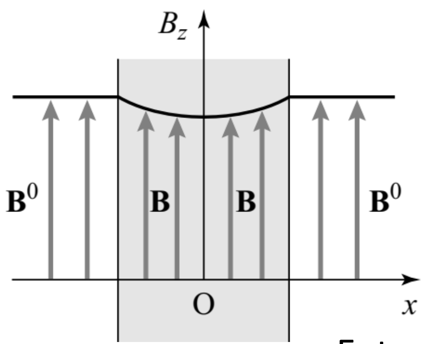
En el estado S:

$$G_S(T,H_0) = G_S(T,0) - \mu_0\frac{V_{ext}}{2}H_0^2 - A\int_0^{H_0}\left[dH\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} B(x)dx\right] = G_S(T,0) - \mu_0\frac{V_{ext}}{2}H_0^2 - \mu_0\frac{A}{2}H_0^2\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}\frac{\cosh\frac{x}{\lambda_L}}{\cosh\frac{d}{2\lambda_L}}dx$$

$$G_S(T,H_0) = G_S(T,0) - \mu_0\frac{V_{ext}}{2}H_0^2 - \mu_0\frac{V}{2}H_0^2\frac{\lambda_L}{d}\tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)$$

Transición N-S en muestras con dimensiones nano/micrométricas

Ejemplo: slab superconductor infinito de espesor $d \sim \lambda_L$ en campo $B^0 \hat{z}$ uniforme:



$$G_N(T, H_0) = G_N(T, 0) - \mu_0 (V_{ext} + V) \frac{H_0^2}{2}$$

$$G_S(T, H_0) = G_S(T, 0) - \mu_0 \frac{V_{ext}}{2} H_0^2 - \mu_0 \frac{V}{2} H_0^2 \frac{\lambda_L}{d} tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)$$

Recordemos: $G = F - \iiint_{espacio} \bar{B}(\bar{r}).\bar{H}(\bar{r}) d^3 r \quad \Rightarrow G(T, 0) = F(T, 0)$

Entonces: $G_N(T, H_0) - G_S(T, H_0) = F_N(T, 0) - F_S\,(T, 0) - \mu_0 V \frac{H_0^2}{2} + \mu_0 V \frac{H_0^2}{2} \frac{\lambda_L}{d} tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)$

Por unidad de volumen: $g_N(T, H_0) - g_S(T, H_0) = f_N(T, 0) - f_S\,(T, 0) - \mu_0 \frac{H_0^2}{2}\left[1 - \frac{\lambda_L}{d} tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)\right]$

Pero: $f_N(T, 0) - f_S\,(T, 0) = \mu_0 \frac{{H_c}^2}{2} \quad \Rightarrow g_N(T, H_0) - g_S(T, H_0) = \mu_0 \frac{{H_c}^2}{2} - \mu_0 \frac{H_0^2}{2}\left[1 - \frac{\lambda_L}{d} tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)\right]$

En la transición: $0 = \mu_0 \frac{{H_c}^2}{2} - \mu_0 \frac{H_c^{*2}}{2}\left[1 - \frac{\lambda_L}{d} tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)\right] \Longrightarrow \boxed{H_c^{*2} = \frac{{H_c}^2}{1 - \frac{\lambda_L}{d} tanh\left(\frac{d}{2\lambda_L}\right)}}$

Más allá del caballo esférico

Recordemos las condiciones del sistema ideal (caballo esférico) que acabamos de tratar:

1a) No hay FD.
1b) $\overline{H}$ aplicado uniforme.

$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\}$ $1)\overline{H}$ es uniforme e igual al aplicado en todo el espacio.

2) Muestras macroscópicas ($\lambda_L \sim 0$ y $B = 0$ en el superconductor).

3) No consideramos energías de pared N/S

4) El sistema alcanza siempre el equilibrio: no hay configuraciones metaestables

Qué pasa si no se cumple la condición (1)?

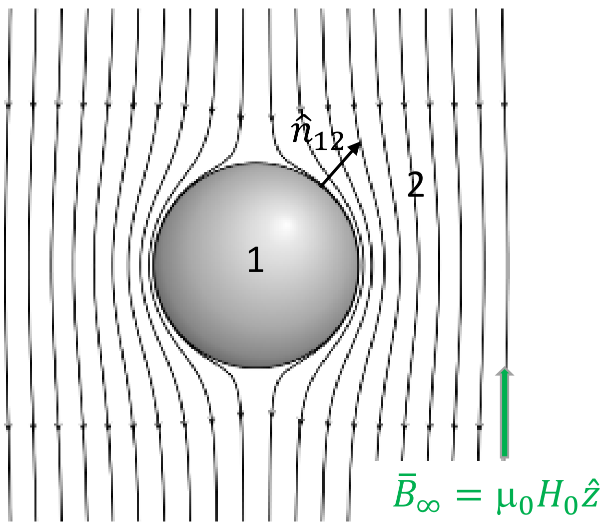
Estado Intermedio

$\bar{H}$ no es uniforme en el espacio ocupado por la muestra $\Longrightarrow$ En algunas regiones H podría alcanzar H_c y en otras no?

Cuál es la solución en ese caso??

Veamoslo con un ejemplo: esfera superconductora macroscópica.

Recordemos que, en la solución para fase superconductora en estado Meissner:



Afuera: $\bar{B}_2 = \mu_0 H_0 (cos\theta\,\hat{r} - sin\theta\,\hat{\theta}) + \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}[2\,cos\theta\,\hat{r} + sin\theta\,\hat{\theta}]$

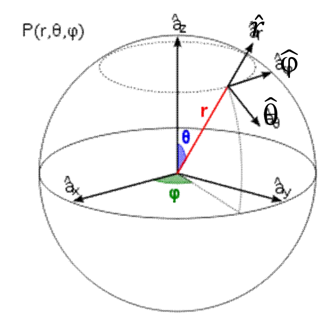
Adentro: $\bar{B}_1 = 0$

c.c: $\bar{B}_{2\perp}(r = R) = \bar{B}_{1\perp}(r = R) \Rightarrow \quad m = -2\pi R^3 H_0$

$$\langle \bar{M} \rangle = \frac{\bar{m}}{V} = -\frac{3}{2} H_0 \hat{z}$$

FD

$$\boxed{\bar{H}_1 = -\bar{M} = \frac{3}{2} H_0 \hat{z} \neq \bar{H}_0}$$



Coordenadas esféricas

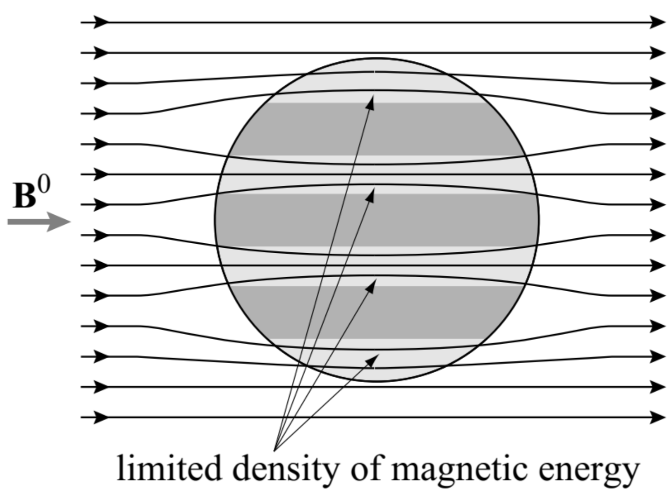
$\Rightarrow H_1 = H_c$ cuando $H_0 = \frac{2}{3} H_c$

Se vuelve normal en $\frac{2}{3} H_c$?   NO CIERRA!

Estado Intermedio

Las solución es el ESTADO INTERMEDIO: se forman regiones microscópicas alternadas N/S

El tamaño y la forma exacta de las regiones depende de energía de pared y centros de anclaje. En general la distribución tiene a minimizar la acumulación de lineas de campo.



Manguin- Kahn, *Superconductivity (2017)*

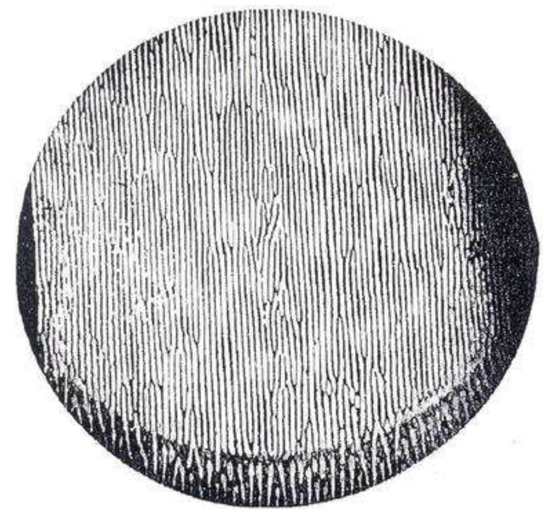
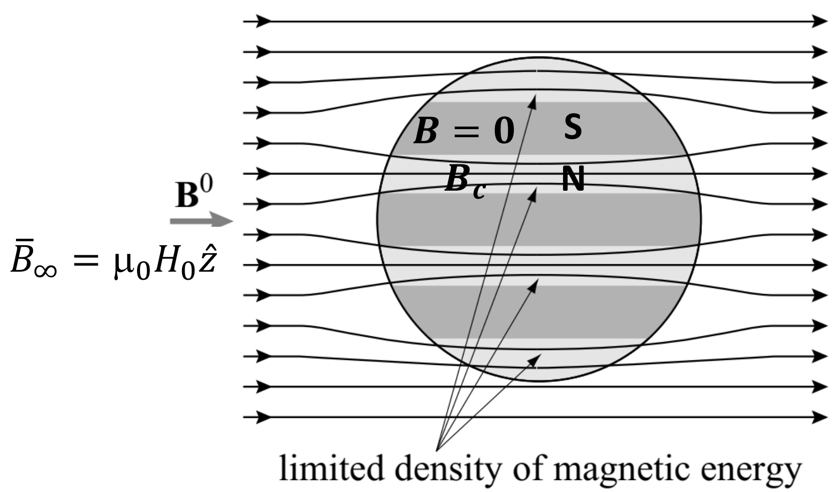


Imagen del estado intermedio en un disco de estaño macroscópico (0.5mm x2 mm^2). Y.V. Sharvin 1957

Estado Intermedio

Las solución es el ESTADO INTERMEDIO: se forman regiones microscópicas alternadas N/S



Al evitar el desvío de las líneas de campo se logra $H \cong H_c$

$B_c = \mu_0 H_c$ en las regiones normales y 0 en las superconductoras

Fracción normal $\rho_N = \frac{V_N}{V}$ $\langle B\rangle = \rho_N \mu_0 H_c = \mu_0(H_c + \langle M\rangle)$

$$m = V\langle M\rangle = V\left[\frac{\langle B\rangle}{\mu_0} - H_c\right]$$

El problema afuera es nuevamente el de una esfera con $\bar{m} = m\hat{z}$

Afuera: $\bar{B}_2 = \mu_0 H_0\left(cos\theta\,\hat{r} - sin\theta\,\hat{\theta}\right) + \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}\left[2\,cos\theta\,\hat{r} + sin\theta\,\hat{\theta}\right]$

Adentro: $\bar{B}_1 = \langle B\rangle\left(cos\theta\,\hat{r} - sin\theta\,\hat{\theta}\right)$

Planteando continuidad de $\bar{B}_\perp(r = R)$ resulta: $\boxed{\langle B\rangle = \mu_0[3H_0 - 2H_c] \Longrightarrow}$

- $H_0 < \frac{2}{3}H_c$: $\rho_N = 0$ y $\langle B\rangle = 0$ S: Meissner
- $H_0 > H_c$: $\rho_N = 1$ y $\langle B\rangle = \mu_0 H_0$ Normal
- $\frac{2}{3}H_c < H_0 < H_c$: Estado Intermedio

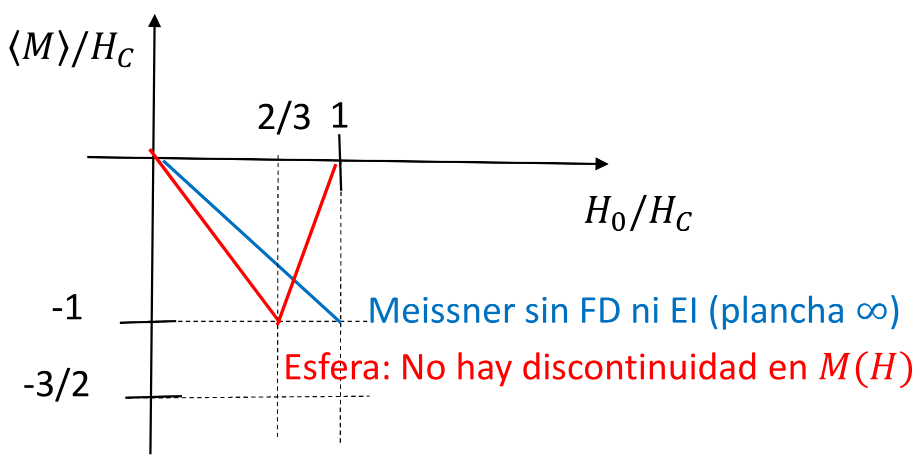
Estado Intermedio

Las solución es el ESTADO INTERMEDIO: se forman regiones microscópicas alternadas N/S

$H_0 < \frac{2}{3}H_c$: $\rho_N = 0$ y $\langle B \rangle = 0$, $\langle M \rangle = -H_C$; S: Meissner

$H_0 > H_c$: $\rho_N = 1$ y $\langle B \rangle = \mu_0 H_0$, $\langle M \rangle = 0$; Normal

$\frac{2}{3}H_c < H_0 < H_c$: $\langle B \rangle = \mu_0[3H_0 - 2H_c]$, $\langle M \rangle = 3\mu_0[H_0 - H_c]$; Estado Intermedio



Esto se generaliza:

- En geometrías reales no hay discontinuidad.
- Cuanto menor es el FD, $M(H)$ se parece más a un salto discontinuo cerca de H_c.
- La región Meissner se achica a medida que aumenta el FD

Estado Intermedio

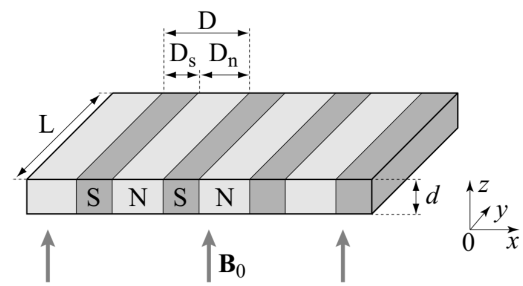
El tamaño típico de las regiones depende de la energía de pared N/S: γ (energía por unidad de área)

En los superconductores de tipo I: $\gamma > 0$.

Podemos adjudicar a esta energía una longitud característica $\delta(T)$, de forma que $\gamma(T) = \frac{\mu_0 H_c^2}{2}\delta(T)$

El modelo más sencillo propone una competencia entre γ y la energía magnética adicional debida a la contracción de las líneas de campo si los dominios son grandes y hay pocas paredes.

Ejemplo: plancha delgada "infinita" de ancho L y espesor $d \ll L$ en un campo perpendicular B_0.

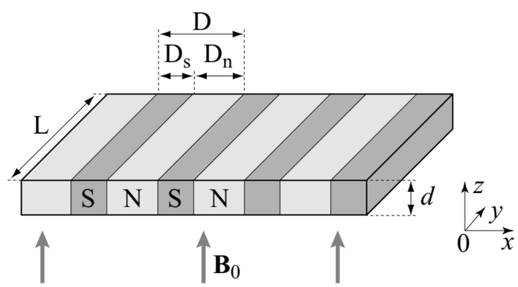


El FD es muy grande

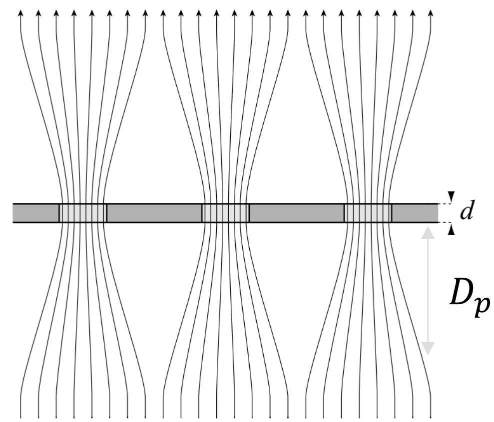
$\Longrightarrow$ hay Estado Intermedio aun a campos muy chicos

Estado Intermedio

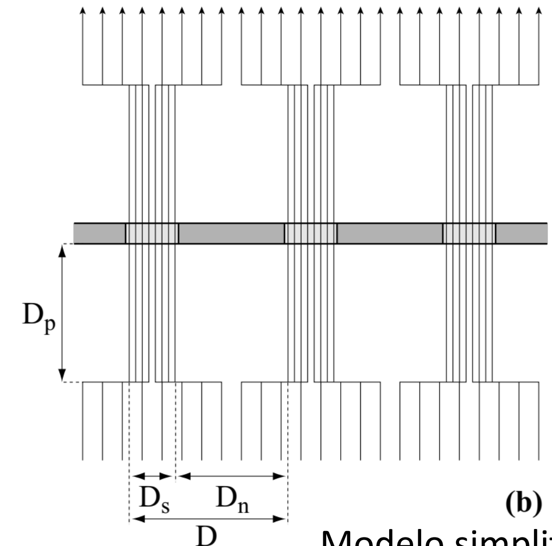
Ejemplo: plancha delgada en un campo perpendicular: hay Estado Intermedio aun a campos muy chicos



Manguin- Kahn, *Superconductivity (2017)*



El campo local toma el valor $\bar{B}_0$ en una distancia D_p.



Modelo simplificado

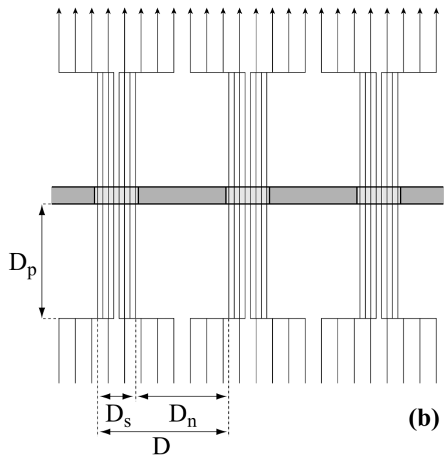
La energía de pared N/S por unidad de area es: $\gamma(T) = \frac{\mu_0 H_c^2}{2}\delta(T)$, donde $\delta(T)$ es el ancho de la pared, que asumimos mucho menor que D_s y D_n. El costo de energía de formar regiones por unidad de longitud será: $\varepsilon_{\text{interface}} = \frac{2\,\mathrm{L}d\,\gamma}{\mathrm{D}}$

Si el campo penetrase por completo uniformemente se minimizaria la energia magnetica y $B \sim B_0$.

Si se forman regiones, el modelo simplificado dice que en la region $\pm D_p$: $B \sim \mu_0 H_c$ en D_s y $B \sim 0$ en D_n

Estado Intermedio

Ejemplo: plancha delgada de ancho L en un campo perpendicular: hay Estado Intermedio aun a campos muy chicos



Modelo simplificado

$$\varepsilon_{\text{interface}} = \frac{2\mathrm{L}d\gamma}{\mathrm{D}} \qquad \gamma(T) = \frac{\mu_0 H_c^2}{2}\delta(T)$$

La energia magnetica con campo $B \sim B_0$ es: $$\varepsilon_{\text{mag }1} = \frac{(B^0)^2}{2\mu_0}\frac{\mathrm{D}\,(2\mathrm{D_p})}{\mathrm{D}}\mathrm{L}.$$

Al formarse regiones: $B \sim \mu_0 H_c$ en D_s y $B \sim 0$ en D_N, entonces: $$\varepsilon_{\text{mag }2} = \frac{(B_c)^2}{2\mu_0}\frac{\mathrm{D_n}\,(2\mathrm{D_p})}{\mathrm{D}}\mathrm{L}$$

La diferencia de energia magnetica por unidad de longitud es:

$$\varepsilon_{\text{mag}} = \varepsilon_{\text{mag }2} - \varepsilon_{\text{mag }1} = 2\mathrm{L}\frac{(B_c)^2}{2\mu_0}\frac{\mathrm{D_n}\ \mathrm{D_p}}{\mathrm{D}}\left[1 - \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D_n}}\left(\frac{B^0}{B_c}\right)^2\right]$$

En este ejemplo se conoce B! La conservación de flujo implica que la fracción normal β ($D_n = \beta D$) es tal que: $B^0 = \beta\,\mu_0 H_c$

Entonces: $$\varepsilon_{\text{total}} = \varepsilon_{\text{interface}} + \varepsilon_{\text{mag}} = 2\mathrm{L}\left[\frac{d\gamma}{\mathrm{D}} + \mathrm{D}\beta^2(1-\beta)^2\frac{\mu_0 H_c^2}{2}\right]$$

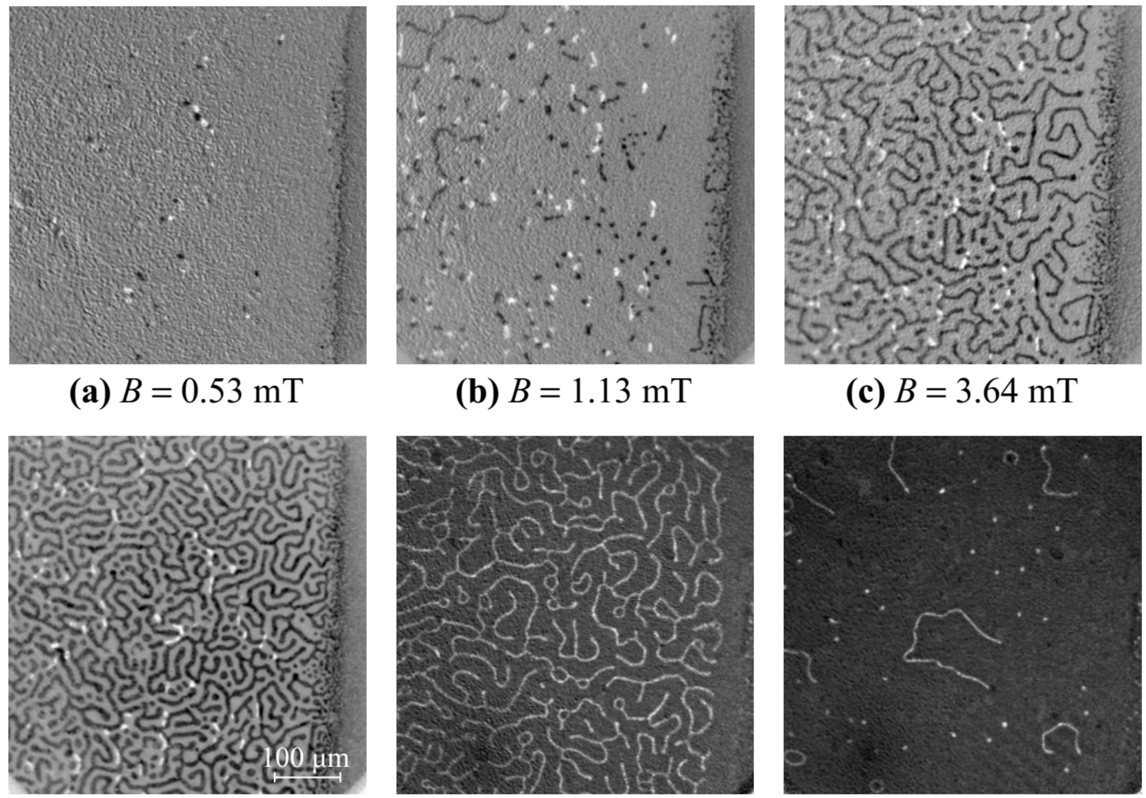
Minimizando respecto de D, resulta: $$\mathrm{D} = \frac{1}{\beta(1-\beta)}\sqrt{\frac{d\gamma}{(\mu_0 H_c^2)/2}}. \qquad \mathrm{D} = \frac{1}{\beta(1-\beta)}\sqrt{d\delta}$$

Si $\beta = \frac{1}{2}$, $d = 2$mm y $\delta \sim \xi \sim 500$nm: $D = 50\ \mu$m

Estado Intermedio

Imágenes de MO tomadas por C. Gourdon et al.: Distribución de campo magnético en una película delgada de indio a $T = 1.9$ K a medida que aumenta el campo externo aplicado. Negro indica presencia de campo, y gris indica $B = 0$.

Manguin- Kahn, *Superconductivity (2017)*

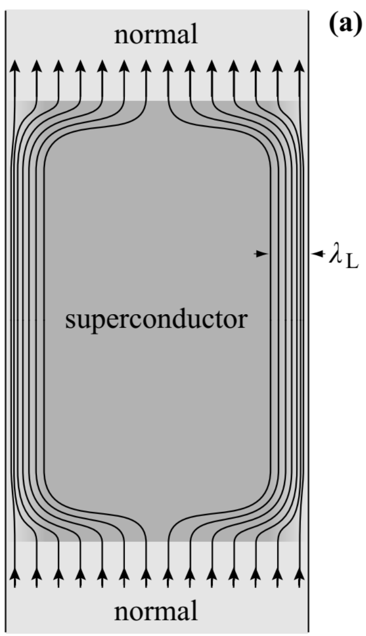


(a) $B = 0.53$ mT **(b)** $B = 1.13$ mT **(c)** $B = 3.64$ mT

(d) $B = 6.33$ mT **(e)** $B = 13.35$ mT **(f)** $B = 14.93$ mT

Estado Intermedio y transporte en un alambre superconductor

Cable superconductor, conectado a un conductor normal por el que circula una corriente I que se inyecta en el SC.



Manguin- Kahn, *Superconductivity (2017)*

Si I es suficientemente chica, el cable se mantiene SC. $B = 0$ salvo en un espesor alrededor de la superficie del orden de λ_L donde circulan corrientes superconductoras **no disipativas**.

Lejos del contacto con el conductor puedo considerarlo un cilindro infinito SC.

$$\bar{J} = J(r)\,\hat{z}\;,\; \bar{B} = B(r)\,\widehat{\varphi}$$

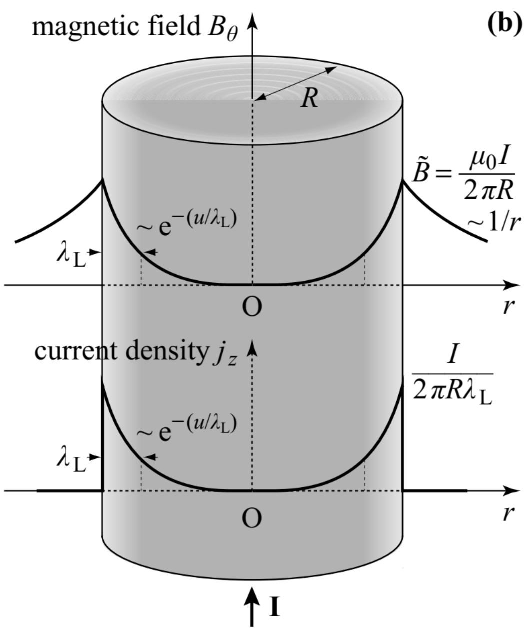
La solución afuera es el campo de un cable por el que circula una corriente I. (sale por Ampere):

$$\bar{B}_{afuera} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\widehat{\varphi}$$

Cual es la corriente crítica I_c a partir de la cual disipa?

Estado Intermedio y transporte de un alambre superconductor

Cable superconductor, conectado a un conductor normal por el que circula una corriente I que se inyecta en el SC.



Manguin- Kahn, *Superconductivity (2017)*

Cual es la corriente crítica I_c a partir de la cual disipa?

El campo generado por la corriente es máximo en el borde: $B(r=R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

$$\Longrightarrow \mu_0 H_c = \frac{\mu_0 I_c}{2\pi R} \qquad \boxed{I_c = 2\pi R H_c} \qquad J_c = \frac{I_c}{2\pi R \lambda_L} \qquad \boxed{J_c = \frac{H_c}{\lambda_L}}$$

J_c depende del material, no depende de R.

En un cilindro macroscópico ($\lambda_L \sim 0$) , por debajo de I_c, solo circularán corrientes superficiales $\overline{K}_s = K_s\,\hat{z}$.

Contorno: $B(r=R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \mu_0 K_s \Longrightarrow K_s = \frac{I}{2\pi R}$ $\quad \boxed{K_c = \frac{I_c}{2\pi R} = H_c = J_c \lambda_L}$

- Para $I > I_c$ el cilindro no puede ser SC porque H no puede superar H_c y J no puede superar J_c. (K no puede superar $K_c = H_c$).
- **Puede volverse normal todo el cilindro para corrientes mayores que I_c?**

Estado Intermedio y transporte de un alambre superconductor

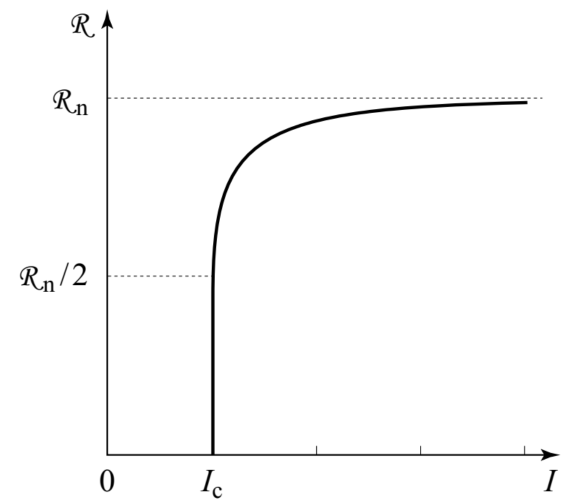
Cable superconductor, conectado a un conductor normal por el que circula una corriente I que se inyecta en el SC.

$\boxed{I_c = 2\pi R H_c}$ $\boxed{J_c = \frac{H_c}{\lambda_L}}$ En un cilindro macroscópico: $\boxed{K_c = \frac{I_c}{2\pi R} = H_c = J_c\lambda_L}$

- $J_c = \frac{H_c}{\lambda_L}$ es la densidad de corriente critica, y es una propiedad intriseca del material.
- Para $I > I_c$ el cilindro no puede ser SC porque H no puede superar H_c (J no puede superar J_c)
- **Puede volverse normal todo el cilindro para corrientes mayores que I_c? NO!**

Si el material se vuelve normal la corriente fluye uniforme $\Longrightarrow J = \frac{I}{\pi R^2}$.

Pero $J_{normal}(I_c) = \frac{I_c}{\pi R^2} = \frac{J_c\,(2\pi R\lambda_L)}{\pi R^2} = 2J_c\frac{\lambda_L}{R} \ll J_c$

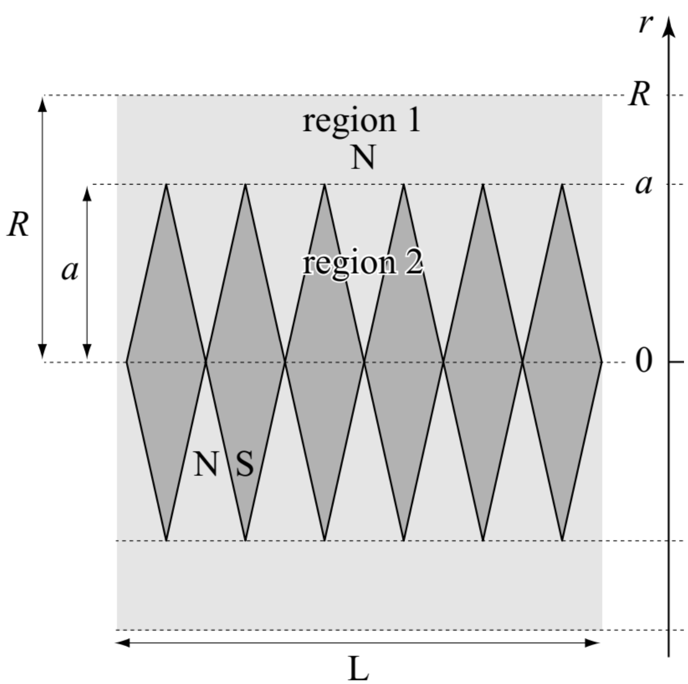


SOLUCION: Estado intermedio

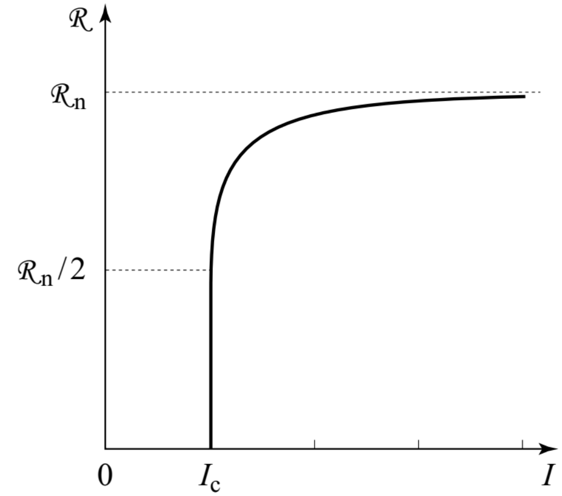
Experimental: En $I = I_c$ la resistencia del alambre pasa de $\mathcal{R} = 0$ a $\mathcal{R} = \mathcal{R}_n/2$. Luego sigue aumentando asintoticamente aproximandose al valor $\mathcal{R}_n = \rho_n L/\pi R^2$.

Estado Intermedio y transporte de un alambre superconductor

Una propuesta de EI que reproduce el resultado experimental:



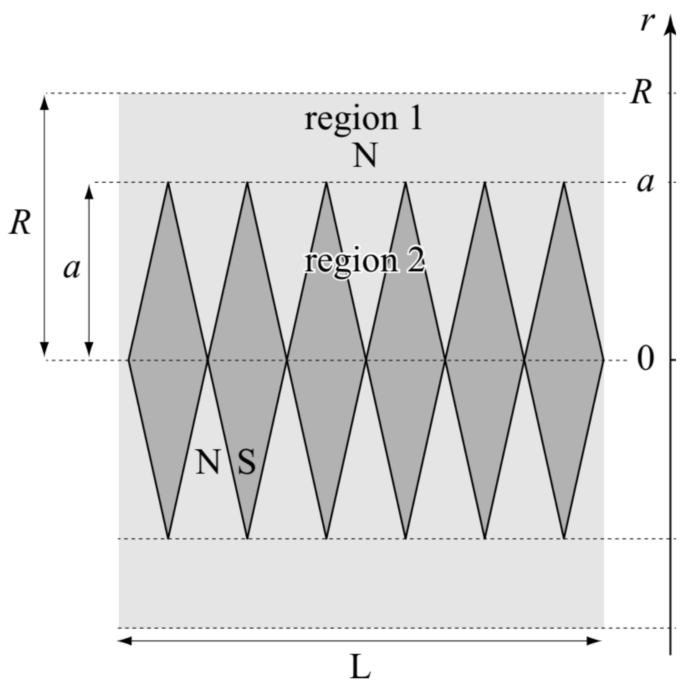
La corriente inyectada puede considerarse "libre" y es $\overline{J_L} = J(r)\,\hat{z}$. Hay corrientes inducidas que no contribuyen a $\overline{J_L}$ ni a la corriente I de transporte



- La region 1 es normal $\Longrightarrow J_1 = \sigma E$ homogenea: $I_1 = J_1 \pi (R^2 - a^2)$
- La region 2 está en EI $\Longrightarrow H_2 = H_c$
- $\Longrightarrow$ En la region 2 el campo $B = 0$ en las zonas N y $B_2 = \mu_0 H_c$ en las S
- Por Ampere: $H(\mathrm{r}) = \frac{I(r)}{2\pi r}$. Donde $I(r)$ es la corriente libre que circula a traves del area interna $\mathrm{r}' < r$. $\Longrightarrow I_2(r) = 2\pi r H_c$

Estado Intermedio y transporte de un alambre superconductor

$H(\mathrm{r}) = \frac{I(r)}{2\pi r}$. Donde $I(r)$ es la corriente libre que circula a traves del area interna $\mathrm{r}' < r. \Longrightarrow I_2(r) = 2\pi r H_c$



$$\Longrightarrow dI_2(r) = 2\pi H_c dr = J_2(r) 2\pi r dr \qquad \Longrightarrow J_2(r) = \frac{H_c}{r}$$

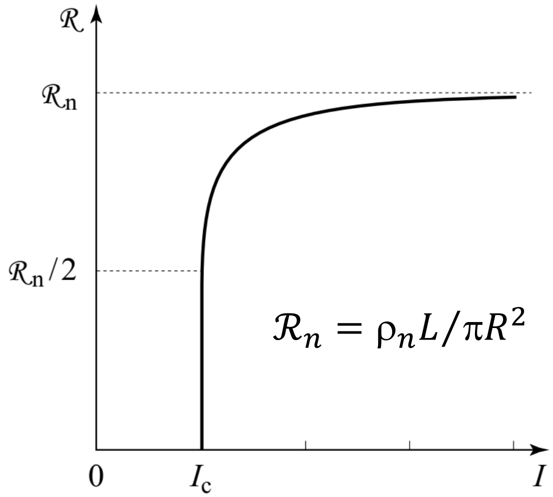
- En la region 1: $I_1 = J_1 \pi (R^2 - a^2)$ y $J_1 = \sigma E$
- En la región 2: $I_2(r) = 2\pi r H_c$ y $J_2(r) = \frac{H_c}{r}$

$\sigma E = \frac{H_c}{a}$

$$I = I_1 + I_2(a) = \pi\sigma E (R^2 - a^2) + 2\pi a H_c = \pi\sigma E (R^2 - a^2) + 2\pi a^2 \sigma E$$

$$I = \sigma E \pi R^2 + \sigma E \pi a^2 = \sigma E \pi R^2 \left(1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2\right) \quad \Longrightarrow E = \frac{I}{\sigma\pi R^2}\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2}\right)$$

Estado Intermedio y transporte de un alambre superconductor



$$\mathcal{R}_n = \rho_n L/\pi R^2$$

$$I = \sigma E \pi R^2 \left(1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2\right) = \frac{H_c}{a}\pi R^2 \left(1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2\right)$$

$$E = \frac{I}{\sigma \pi R^2}\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2}\right)$$

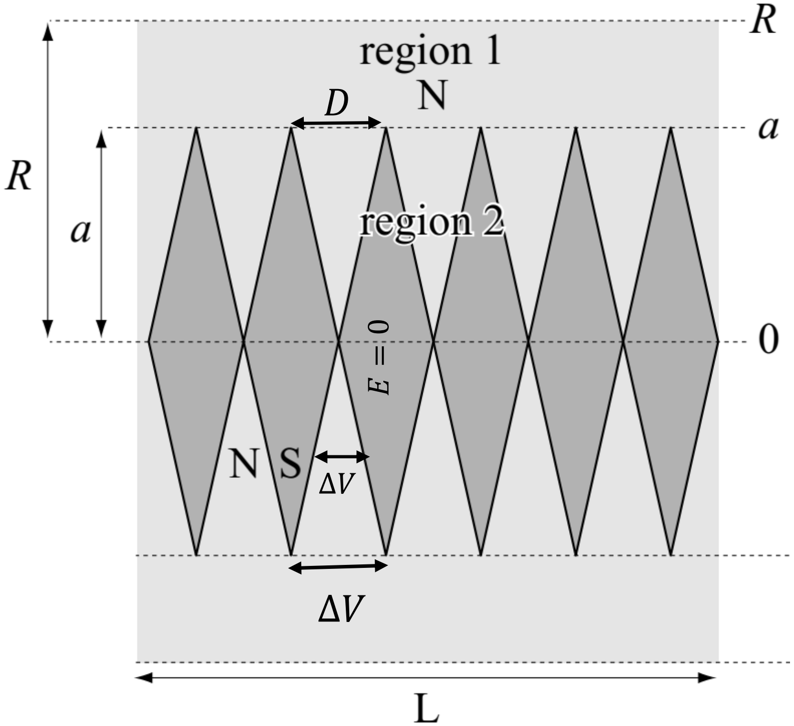
$$\mathcal{V} = EL = \frac{I\rho_n L}{\pi R^2}\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2}\right) = I\mathcal{R}_n\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2}\right)$$

$$\boxed{\mathcal{R} = \frac{\mathcal{V}}{I} = \mathcal{R}_n\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2}\right)}$$

- Si $a = R$ (todo en estado intermedio): $I = 2\pi R H_c = I_c$ y $\mathcal{R} = \frac{\mathcal{R}_n}{2}$
- Si $a \to 0,\ I \to \infty$ y $\mathcal{R} \to \mathcal{R}_n$.

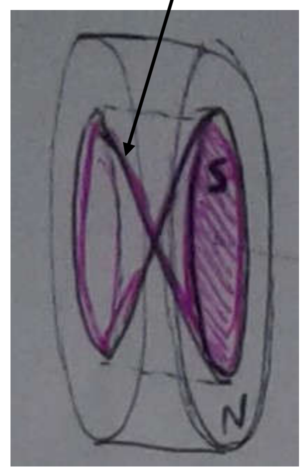
Estado Intermedio y transporte de un alambre superconductor

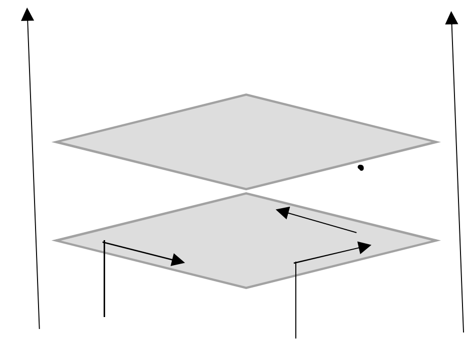
Entendiendo un poco mas este modelo:



En 3D

Los conos forman superficies equipotenciales





EJERCICIOS:

- Ver que se llega al mismo resultado
- Pensar cómo son las corrientes totales
- Qué pasa en presencia de un B externo?

- En la region 1: $E = \frac{\Delta V}{D}$
- En la región 2: $E(r) = \frac{\Delta V}{D}\frac{a}{r}$
- $J(a) = E(a)\sigma = \frac{E(a)}{\rho_n} = \frac{2H_c}{a}$