SUPERCONDUCTIVIDAD

Guía 2: estado Meissner y modelo de London

---

1. A partir del modelo de London, calcule $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ y $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ para un superconductor seminfinito en un campo externo $\mathbf{H}$ paralelo a la interfase.

2. Para una placa superconductora de espesor $2d$ en un campo externo externo $\mathbf{H}$ paralelo a ésta:

a. halle las distribuciones de campo $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ y corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r})$;

b. halle la distribución de la magnetización correspondiente a dichas corrientes $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ y calcule el momento magnético total por unidad de área de la placa $\mathbf{m}$. Discuta los límites.

3. Se tiene una esfera superconductora de radio $a \gg \lambda_{\mathrm{L}}$ en un campo $\mathbf{H}_0$ tal que la esfera permanece en estado Meissner.

a. Determine las condiciones que debe cumplir el campo $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ en la superficie de la esfera.

b. Halle la distribución de corrientes $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ y el momento magnético $\mathbf{m}$ de la esfera. Tenga en cuenta que el campo en en exterior de una esfera magnetizada en un campo uniforme en la dirección $\hat{z}$ es el de un dipolo magnético $\mathbf{m} = m\hat{z}$:

$$\mathbf{H}(r \geq a, \theta) = \frac{m}{4\pi r^3}[2\hat{r}\cos(\theta) + \hat{\theta}\sin(\theta)].$$

c. Calcule el factor desmagnetizante.

4. Las solución general para el campo magnético en el interior de una esfera superconductora de radio a en un campo externo uniforme H_0 suficientemente chico para no superar el campo crítico es:

$$B_r = -3\mu_0 H_0 \left(\frac{\lambda_L}{r}\right)^2 \frac{a}{r\sinh(\beta)} \left[\sinh\left(\frac{r}{\lambda_L}\right) - \frac{r}{\lambda_L}\cosh\left(\frac{r}{\lambda_L}\right)\right]\cos\theta$$

$$B_\theta = -\frac{3}{2}\mu_0 H_0 \left(\frac{\lambda_L}{r}\right)^2 \frac{a}{r\sinh(\beta)} \left[\left(1 + \left(\frac{r}{\lambda_L}\right)^2\right)\sinh\left(\frac{r}{\lambda_L}\right) - \frac{r}{\lambda_L}\cosh\left(\frac{r}{\lambda_L}\right)\right]\sin\theta,$$

por lo que su momento magnético puede expresarse como:

$$m = -2\pi\ H_0\ a^3 \left[1 + 3\ \frac{1-\beta\ \coth(\beta)}{\beta^2}\right],$$

con $\beta = a/\lambda_{\mathrm{L}}$.

a. Compruebe que la solución satisface las ecuaciones de London y las condiciones de contorno.

b. Aproxime la expresión de m para encontrar una dependencia $m(\lambda_L)$ valida en el límite $a \gg \lambda_L$

5. Se tiene una emulsión de n partículas superconductoras por unidad de volumen en una matriz de un material magnéticamente inerte. Las partículas son esféricas y sus radios siguen una distribución $g(a)$ conocida, con $n^{-\frac{1}{3}} \gg \langle a \rangle \gg \lambda_L$.

a. Exprese la susceptibilidad magnética del sistema a primer orden en λ_L en términos de los momentos de la distribución de tamaños ($\langle a^k \rangle = \int_o^\infty a^k g(a) da$) y demás datos del problema.

b. Usando el resultado anterior y los datos de la figura 1, estime la longitud de penetración $\lambda_L(0)$ para el plomo.

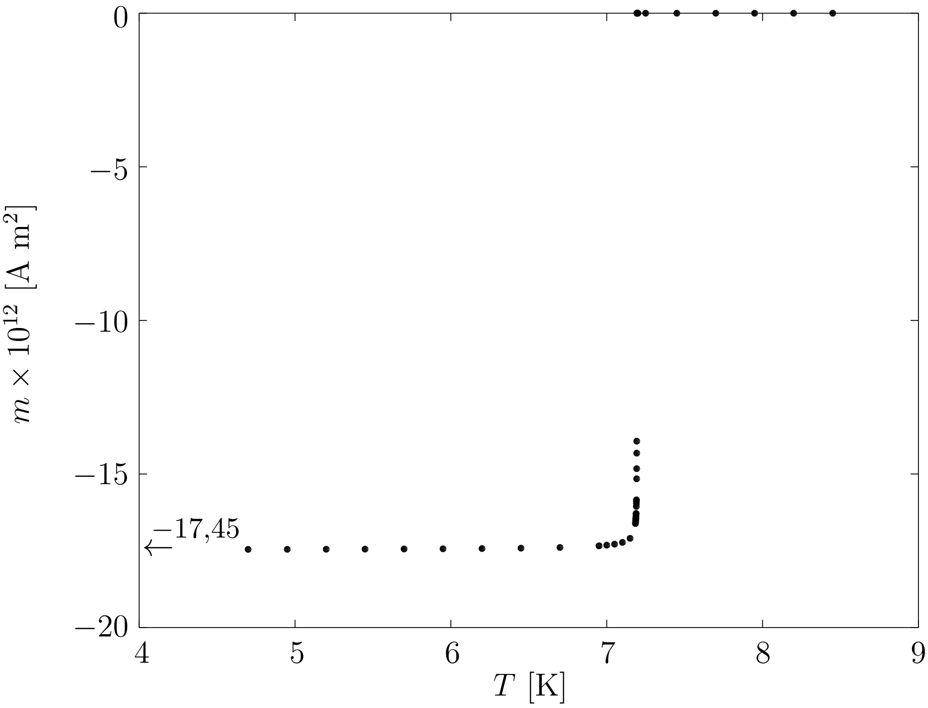

Figura 1: Momento magnético de una emulsión de polvo de plomo en cera, medido sobre una muestra de $(2 \times 2 \times 10)$ mm^3 en un campo magnético longitudinal de magnitud $B = 2{,}5$ mT. Las partículas de plomo poseen un radio medio $\langle a \rangle = 2{,}58$ μm con un desvío estándar $\sqrt{\langle a^2 \rangle - \langle a \rangle^2} = 3{,}04$ μm, y se encuentran en una densidad $n \sim 6 \times 10^4$ mm^{-3}. La fracción del volumen total ocupado por las partículas es $f = 11{,}68\,\%$.