SUPERCONDUCTIVIDAD

Guía 4: modelo de Ginzburg-Landau y superconductores de tipo II

---

1. Teniendo en cuenta que la energía libre de Ginzburg Landau (GL) es invariante frente a transformaciones de Gauge muestre que en problemas unidimensionales, existe un Gauge en el cual Ψ es real.

2. Considere una interfase normal-superconductor en el plano $x = 0$. Teniendo en cuenta la primer ecuacion de GL para el caso unidimensional sin campos, calcule cómo varía espacialmente el parámetro de orden en la región superconductora, en ausencia de campos. ¿Cómo es esa variación para $T \to T_c$? *Ayuda:* la función $f(x) = \tanh(x)$ es solución de la ecuación diferencial $f'' = 2f(f^2 - 1)$, con condiciones de contorno $f(0) = 0$ y $f'(\infty) = 0$.

3. A partir de la minimización de la funcional de energia libre de GL, deduzca la segunda ecuación de GL para el caso unidimensional.

4. Muestre que la energía de una pared normal-superconductor en presencia de un campo magnetico uniforme $\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$ paralelo a la interfase puede expresarse como:

$$\gamma = \frac{\mu_0 H_c^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left(-\frac{\Psi^4}{\Psi_\infty^4} - \frac{2B}{\mu_0 H_c}\left(\frac{H}{H_c} - 1\right) + \left(\frac{B}{\mu_0 H_c} - 1\right)^2\right)dx$$

Para eso, tenga en cuenta que el problema puede tratarse como unidimensional y que la integral de la funcional de energia libre de GL puede reducirse a: $\int_{-\infty}^{\infty}(f_s(x) - f_{n0})\,dx = -\frac{\beta}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^4(x)dx$. Discuta los resultados para superconductores de tipo I y de tipo II.

5. Para una placa de un superconductor tipo I, de espesor $2d \ll \lambda < \xi$ en un campo homogeneo paralelo a la superficie,

- **a**. Calcule el campo crítico;
- **b**. Halle la dependencia del parámetro de orden con el campo;
- **c**. Discuta cualitativamente que tipo de transición ocurre según el espesor de la película.

6. Considere dos superconductores, de tipos I y II, con el mismo H_c termodinámico.

- **a**. Describa y compare las curvas de magnetización de equilibrio $M(H)$ para ambos materiales.
- **b**. Exprese la variacion total de la energia de Gibs en ambos casos al aumentar el campo hasta alcanzar el estado normal.
- **c**. Usando el resultado anterior, demuestre que las áreas subtendidas por las curvas de magnetización $M(H)$ son iguales.

d. Muestre que $H_{c1} H_{c2} \simeq H_c^2$.

7. Considere una red de vórtices triangular, diluida, en la cual cada vórtice encierra 1 cuanto de flujo.

a. Halle la energía por unidad de longitud de un vórtice aislado.

b. Halle la energía libre por unidad de volumen de la red de vortices.