

# Introducción a Redes Complejas en Biología de Sistemas

## Guía 3 – Redes ER

- 1) Considere grafos aleatorios del ensamble  $G(N,p)$  con grado medio  $c$ .
  - a. Muestre que en el límite  $n \gg 1$  el número de triángulos en la red es  $\frac{c^3}{6}$ . Note que dicho número es constante, independientemente del tamaño de la red.
  - b. Muestre que el número de tripletes en la red resulta  $\frac{nc^2}{2}$
  - c. Note que el coeficiente de clustering resulta igual a  $p$
- 2) Genere computacionalmente y visualice tres redes del ensamble  $G(N,p)$  con  $N=500$  nodos y un grado medio de  $\langle k \rangle = 0.8$ ,  $\langle k \rangle = 1$  y  $\langle k \rangle = 8$  respectivamente
- 3) Considere una red Erdos-Renyi de 3000 nodos conectados con una probabilidad  $p = 10^{-3}$ 
  - a. ¿Cuál es el número esperado de enlaces?
  - b. ¿En qué régimen de conectividad ubicaría a esta red?
  - c. Estime la probabilidad crítica  $p_c$  de esta red
  - d. Dada la probabilidad  $p = 10^{-3}$  estime el número de nodos  $n^*$  para el cual la red posea una única componente
  - e. Para la red considerada en (d) calcule el grado medio  $\langle k^* \rangle$  y la distancia media  $\langle d \rangle$  entre pares de nodos elegidos al azar
- 4) Verifique los resultados obtenidos en los puntos (a), (c) y (d) del problema anterior con simulaciones del ensamble de redes  $G(N,p)$  que corresponda..
- 5) El *modelo de cascada* es una variante del modelado  $G(N,p)$  para **grafos dirigidos acíclicos** utilizados por ejemplo para modelar redes tróficas. El mismo consiste en: (a) Etiquetar los nodos de una red  $G(N,p)$  de partida, (b) Asignar direccionalidad a cada enlace, desde el nodo de etiqueta mayor al de menor valor (de esta manera se asegura que la red sea acíclica)
  - a. Muestre que para el nodo- $i$   $\langle k_i^{in} \rangle = (n - i)p$  y  $\langle k_i^{out} \rangle = (i - 1)p$
  - b. Muestre que el número esperado de enlaces que conectan el nodo- $i$  y menores, desde vértices mayores a  $i$  resulta  $(ni - i^2)p$
  - c. Asuma que  $n$  es par. ¿Cuáles son los valores mayor y menor que toma la cantidad calculada en (b)? ¿Dónde ocurren?

En una red trófica el número medio de enlaces desde vértices altos a vértices bajos es una primera medida de flujo energético. El *modelo de cascada* predice que el flujo será mayor en las porciones medias del grafo y menos en sus extremos.