Generalidades

Quien firma libretas: Mauricio Leston
El que sabe: Bernardo Fraiman.

Requisitos para aprobar los TP

- Tener aprobados TP de E4, Teo I y II.
- Entrega mensual de algunos ejercicios señalados (en el formato que desee).
- Un parcial domiciliario al final (con un recuperatorio)

Porque necesitamos las correlativas

F2

Teo 1 $A_\mu, F_{\mu\nu}, \eta_{\mu\nu}$

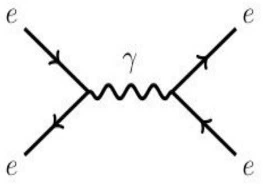
Teo2 $[a, a^\dagger] = 1, [\hat{q}, \hat{p}] = i$

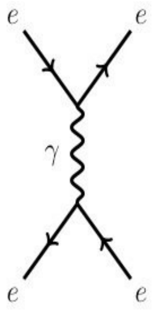
$$\eta_{\mu\nu}, A_\mu$$

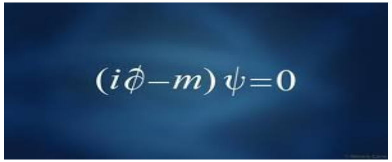
$$p^2 = -m^2$$

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \phi)}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0$$

E4







Seria deseable también

RG $g_{\mu\nu}$

QFT $\hat{\phi}$

$$\int \mathcal{D}\phi e^{-S[\phi]}$$

$$\infty - \infty = 1$$

Vamos a intentar compensar la falta de esto.

Noción basica: tensor métrico

$$g_{\mu\nu}$$

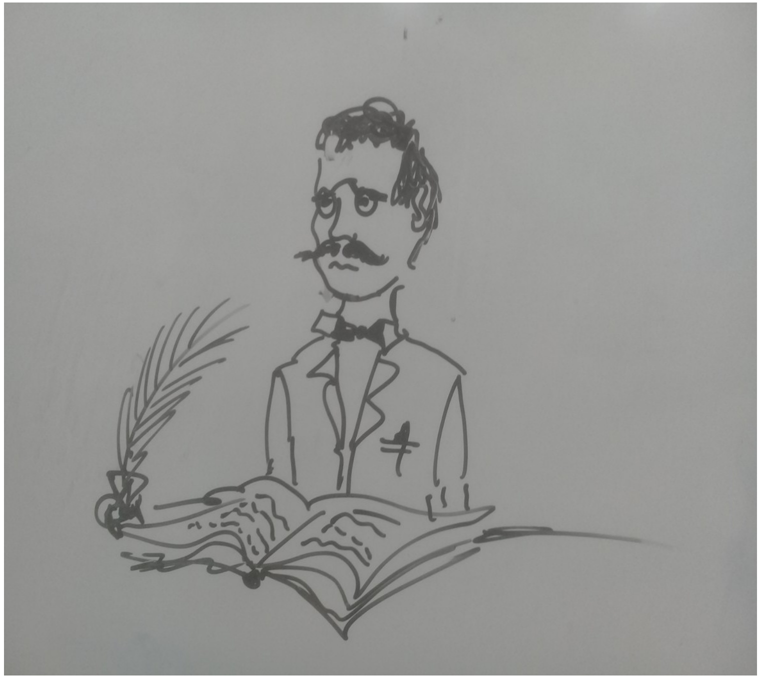
número

$$< V, W > = g_{\mu\nu} V^{\mu} W^{\nu}$$

Producto interno entre vectores

Ejemplos de métricas

Euclídea: $g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}$

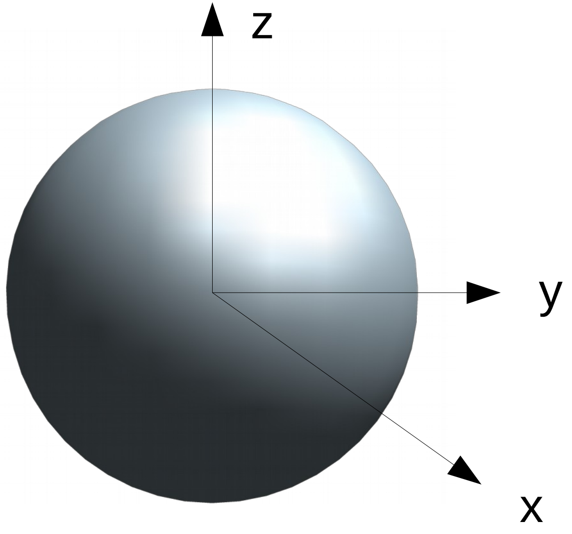


Minkowski: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$

$(\eta_{00} = -1 \quad \eta_{ii} = +1, i = 1..D-1)$

Metrica Inducida en una superficie

Ejemplo: consideremos la superficie de una esfera en 3 dimensiones. Este espacio bidimensional hereda una metrica no plana del espacio ambiente con la métrica Euclídea.



$$S^2 : X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2$$

Metrica de la esfera (no euclideana)

$$\left.\begin{aligned} X &= Rcos(\theta)cos(\phi) \\ Y &= Rcos(\theta)sin(\phi) \\ Z &= Rsin(\theta) \end{aligned}\right\} \quad \text{Parametrización}$$

$$\boxed{dX^2 + dY^2 + dZ^2|_{S^2} = R(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2)}$$

$$\downarrow$$

$$g_{\theta\theta} = R^2 \quad g_{\phi\phi} = R^2 \sin^2(\theta) \quad g_{\theta\phi} = 0$$

Expresión general de metrica inducida.

$$X^\mu = f^\mu(\sigma^a)$$

$$\begin{aligned} \mu &= 1, 2, .., D \\ a &= 1, 2, .., d \; (d < D) \end{aligned}$$

σ^a paramétros de la superficie d dimensional

Ejercicio extremadamente simple:
Verificar que la metrica inducida **g** esta dada por

$$\boxed{g_{ab} = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma^a} \frac{\partial X^\nu}{\partial \sigma^b} \delta_{\mu\nu}}$$

Métrica ambiente generica **G**

$$g_{ab} = \frac{\partial X^{\mu}}{\partial \sigma^{a}} \frac{\partial X^{\nu}}{\partial \sigma^{b}} G_{\mu\nu}$$

Euclídea, de Minkowski o generica.

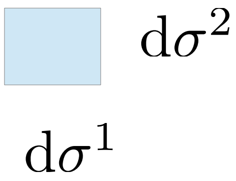
Midiendo areas, volumenes

Elemento de volumen en una superficie de dimension n , con coordenadas σ

$$\boxed{\sqrt{|\,\det(\mathbf{g})\,|}\;\; d^n\sigma}$$

Argumento cabeza: metrica diagonal Euclídea

$$\mathrm{ds}^2 = g_{11}(d\sigma^1)^2 + g_{22}(d\sigma^2)^2$$

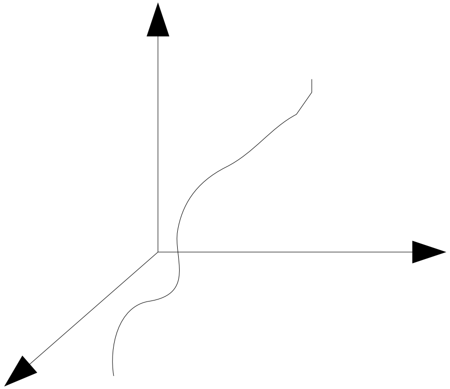


$$= \sqrt{g_{11}}\,d\sigma^1\sqrt{g_{22}}\,d\sigma^2 \quad = \sqrt{\det(\mathbf{g})}\,d^2\sigma$$

Accion invariante relativista para particulas y cuerdas

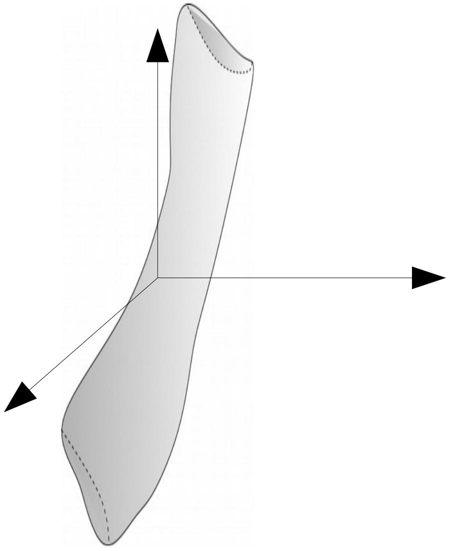
Longitud de linea de mundo

$$S = cte \int d\tau \sqrt{-\dot{X}^2}$$



Area de hoja de mundo (*worldsheet*)

$$\mathrm{S}_{NG} = cte \int d^2\sigma \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 (X')^2}$$



Ecuaciones de movimiento

$$\boxed{\partial_a\Big(\frac{\partial L}{\partial(\partial_a X^\mu)}\Big) - \frac{\partial L}{\partial X^\mu} = 0}$$

$$\partial_a \equiv \frac{\partial}{\partial \sigma^a}$$

Obs: $\mathrm{X}^\mu \quad (\mu = 0, 2 \ldots D - 1)$ son los campos que dependen de las

$\sigma^a \quad (a = 1, 2 \ldots d)$ coordenadas de la superficie

Es decir, se trata de D campos n d dimensiones.

Invariancia ante reparametrizaciones

$$\boxed{X^\mu(\tau) \to \tilde{X}^\mu(\tau) = X^\mu(f(\tau))}$$

Accion invariante

$$m\int d\tau\sqrt{-\dot{\tilde{X}}^2} = m\int d\tau \dot{f}(\tau)\sqrt{-\dot{X}^2(f(\tau))} = m\int d\tilde{\tau}\sqrt{-(\dot{X})^2(\tilde{\tau})}$$

Ec. mov invariante

$$\partial_\tau\left(\frac{-\dot{X}_\mu}{\sqrt{-\dot{X}^2}}\right) = 0 \to \partial_\tau\left(\frac{-\dot{\tilde{X}}_\mu}{\sqrt{-\dot{\tilde{X}}^2}}\right) = 0$$

Ejemplo: movimiento rectilineo.

Una solución a las ecs movimiento.

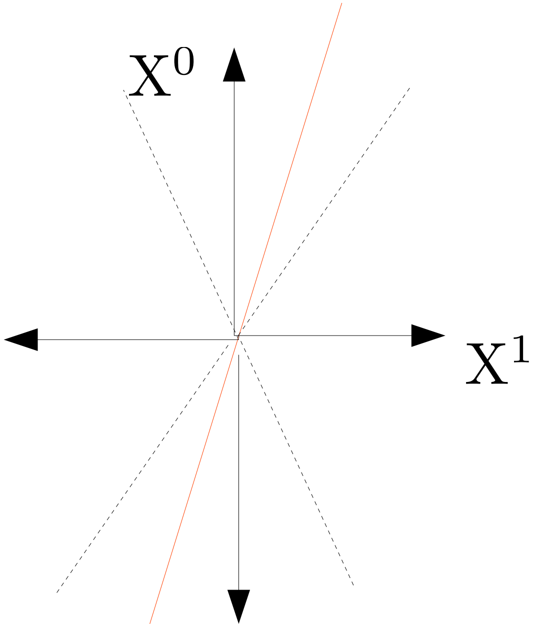
$$X^0(\tau) = \frac{1}{2}\tau \;\; ; X^1(\tau) = \tau$$

También es solución:

$$X^0(\tau) = \frac{1}{2}sinh(\tau) \;\; ; X^1(\tau) = sinh(\tau)$$

Linea de mundo que describen

$$\boxed{X^1 = \frac{1}{2}X^0}$$



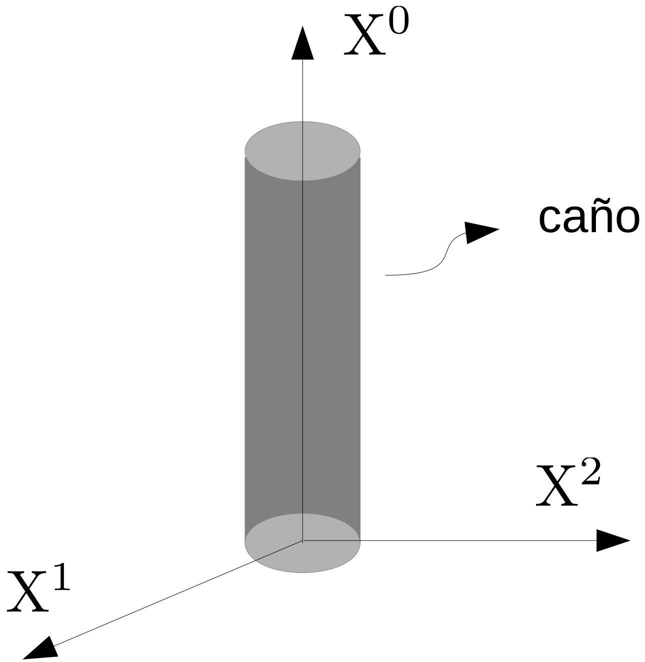
Ecuaciones de Movimiento (e.o.m)

$$\partial_\sigma\left(\frac{(\dot{X}\cdot X')\dot{X}_\mu-\dot{X}^2\cdot X'_\mu}{\sqrt{(\dot{X}\cdot X')^2-\dot{X}^2(X')^2}}\right)+\partial_\tau\left(\frac{(\dot{X}\cdot X')X'_\mu-X'^2\cdot\dot{X}_\mu}{\sqrt{(\dot{X}\cdot X')^2-\dot{X}^2(X')^2}}\right)=0$$

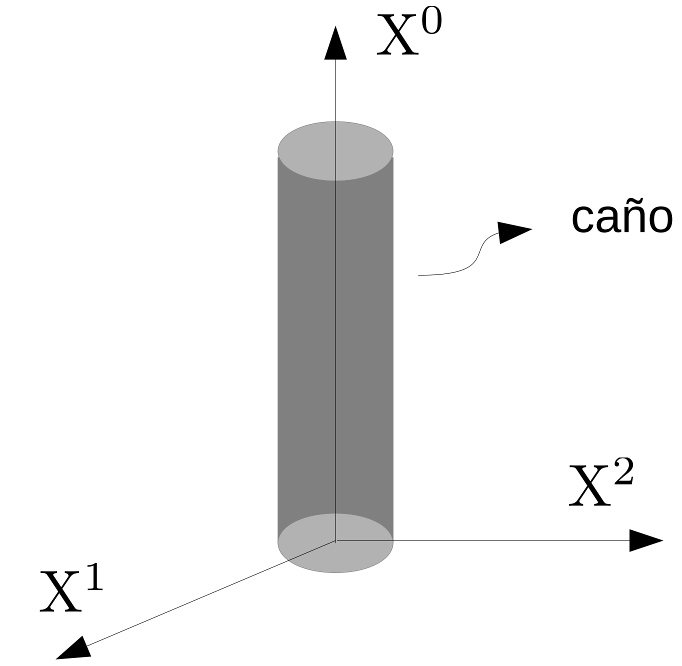
(cero intuitivas!)

¿Es esta hoja de mundo solución de e.o.m?

?



$$(X^1)^2 + (X^2)^2 = R^2$$
$$X^3 = X^4 = ...X^{D-1} = 0$$



Parametrización del caño

$$X^0(\sigma,\tau) = \tau$$
$$X^1(\sigma,\tau) = Rcos(\sigma)$$
$$X^2(\sigma,\tau) = Rsin(\sigma)$$

$$\left.\begin{array}{rcl} (\dot{X})^2 & = & -1 \\ \dot{X}\cdot X' & = & 0 \\ (X')^2 & = & R^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \partial_\sigma\left(\frac{X'_\mu}{R}\right) + \partial_\tau(-R\dot{X}_\mu) = 0$$

No se cumple.

Probemos con esta:

$$(\mathrm{X}^1)^2 + (X^2)^2 = R^2(X^0)$$

para algún $\mathrm{R}(\mathrm{X}^0)$

Parametrización

$$\boxed{\begin{aligned} X^0(\sigma,\tau) &= \tau \\ X^1(\sigma,\tau) &= R(\tau)cos(\sigma) \\ X^2(\sigma,\tau) &= R(\tau)sin(\sigma) \end{aligned}}$$

e.o.m

$$\mathrm{R}(\tau) = \frac{1}{\omega}cos(\omega\tau)$$

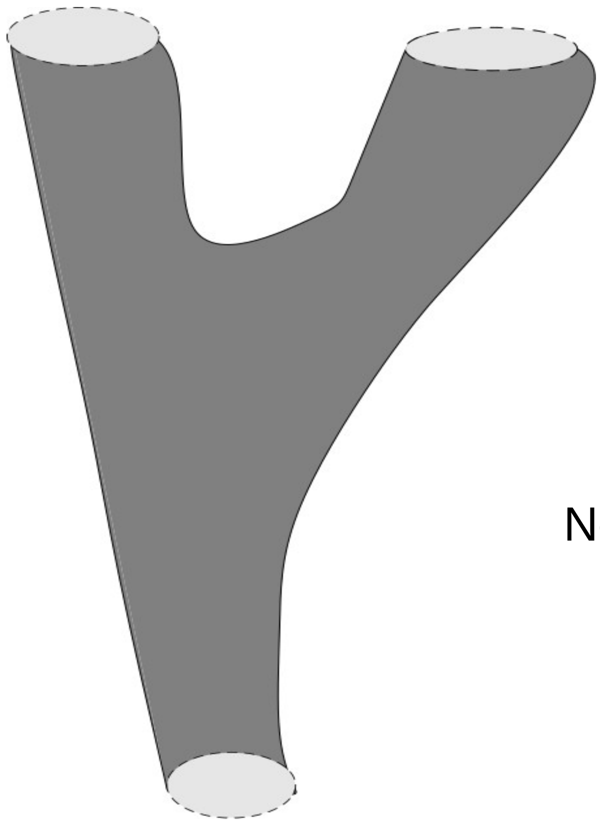
Elección conveniente del “gauge”

Ecuacion de onda en d=2

$$\left.\begin{array}{rcl} X^0 & = & \tau \\ \dot{X} \cdot X' & = & 0 \\ \dot{X}^2 + (X')^2 & = & 0 \end{array}\right\} \longrightarrow \boxed{(\partial_\tau^2 - \partial_\sigma^2) X^i = 0}$$

(i=1,...D-1)

Es esta hoja de mundo solución de las eom?



?

No!