

Interpretación geométrica directa

Más redundancia pero mayor simplicidad

Linea de mundo

$$S = -m \int d\tau \sqrt{-\dot{X}^2}$$

?

$$S = \frac{1}{2} \int d\tau (e^{-1} \dot{X}^2 - em^2)$$

Area de mundo

$$S_{NG} = -\frac{T}{2} \int d^2\sigma \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 (X')^2}$$

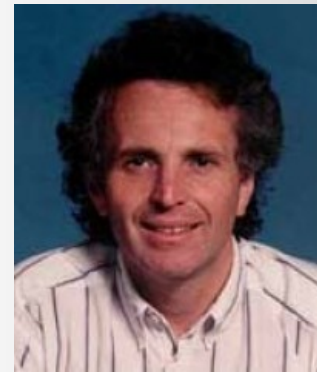
?

$$S = -\frac{T}{2} \int d^2\sigma \sqrt{-h} h^{\alpha\beta}(\sigma) \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X_\mu$$

Nambu-Goto



Polyakov



Partícula relativista

Cuerda

e.o.m de acción de Polyakov

$$S_P = -\frac{T}{2} \int d^2\sigma \sqrt{-h} h^{ab}(\sigma) \partial_a X^\mu \partial_b X_\mu$$

$$\frac{\partial \sqrt{g}}{\partial g^{ab}} = -\frac{1}{2} \sqrt{g} g_{ab}$$

$$\frac{\partial \sqrt{g}}{\partial g_{ab}} = \frac{1}{2} \sqrt{g} g^{ab}$$

$$(g \equiv \det(g_{ab}))$$

I) Variando h^{ab} :

$$T_{ab} \equiv -\frac{2}{T} \frac{1}{\sqrt{h}} \frac{\delta S}{\delta h^{ab}} = 0 \longrightarrow -h_{ab} h^{cd} \partial_c X \cdot \partial_d X + \partial_a X \cdot \partial_b X = 0$$

(vinculos de Virasoro)

II) Variando respecto a X^μ :

$$\frac{\delta S}{\delta X^\mu} = 0 \longrightarrow \partial_a (\sqrt{-h} h^{ab}(\sigma) \partial_b X_\mu) = 0$$



$$\partial_a(\sqrt{-h}h^{ab}(\sigma)\partial_b X_\mu) = 0$$

$$-h_{ab}h^{cd}\partial_c X \cdot \partial_d X + \partial_a X \cdot \partial_b X = 0$$



$$S_{NG} = -\frac{T}{2} \int d^2\sigma \sqrt{-\det \gamma}$$

$\gamma_{ab} = \partial_a X \partial_b X$
Metrica inducida

↓

e.o.m

$$\partial_a\left(\frac{1}{2}\sqrt{-\det \gamma}\gamma^{ab}\partial_b X_\mu\right) = 0$$

Transformaciones de Weyl, conformes y diffeomorfismos actuando en una métrica

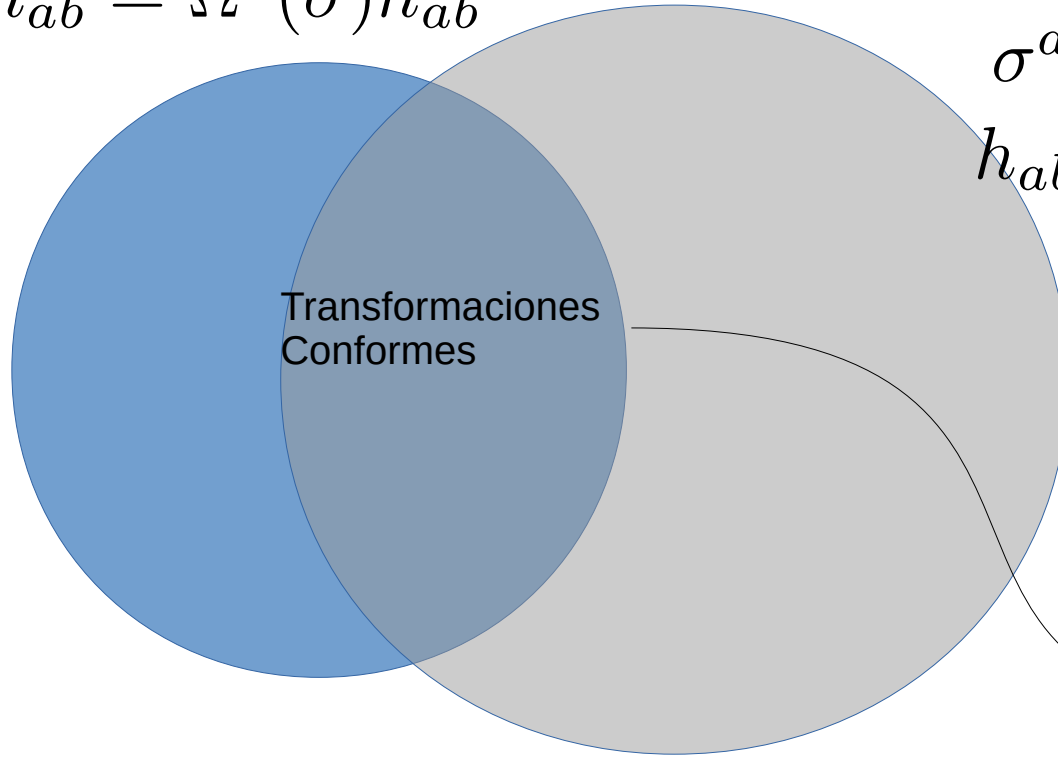
Weyl

$$h_{ab} \rightarrow \tilde{h}_{ab} = \Omega^2(\sigma) h_{ab}$$

Difeomorfismos

$$\sigma^a \rightarrow \tilde{\sigma}^a$$

$$h_{ab} \rightarrow \tilde{h}_{ab} = \frac{\partial \sigma^c}{\partial \tilde{\sigma}^a} \frac{\partial \sigma^d}{\partial \tilde{\sigma}^b} h_{cd}$$



Transformaciones
Conformes

$$\sigma^a \rightarrow \tilde{\sigma}^a /$$

$$h_{ab} \rightarrow \tilde{h}_{ab} = \frac{\partial \sigma^c}{\partial \tilde{\sigma}^a} \frac{\partial \sigma^d}{\partial \tilde{\sigma}^b} h_{cd} = \Omega^2 h_{ab}$$

Los tamaños y colores son a título ilustrativo

La acción de Polyakov es invariante ante transformaciones de Wey y ante diffeomorfismos en la hoja de mundo.

En $d=2$ ocurre algo especial: localmente, toda métrica se puede llevar mediante una transformación de Weyl a una métrica plana

Mediante diffeomorfismos y Weyl, entonces se puede llevar la métrica hoja de mundo a la forma:

$$h_{ab} \rightarrow \eta_{ab}$$

Con este fijado de gauge las ecuaciones de movimiento se simplifican enormemente: todo se reduce a la ecuación de onda mas algunos vínculos. Checkear!.