N=3

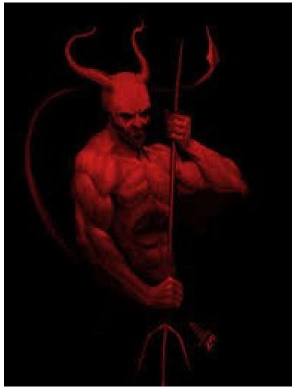
Espectro cuerda cerrada

$M^2 \sim 1/\alpha' (N-1)$

N=2

N=1

N=0



Esquema del argumento a nivel clásico

1. Expansión en modos de cuerda cerrada.

$$\boxed{X^\mu(\tau,\sigma) = x^\mu + \sqrt{2\alpha'}\alpha_0^\mu\tau + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\alpha_n^\mu e^{-in(\tau-\sigma)} + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\tilde{\alpha}_n^\mu e^{-in(\tau+\sigma)}}$$

¿Porque tanto factorcito? $\mathrm{i}, \alpha', \sqrt{2}, \frac{1}{n}$ *Son convenientes ..para que?*

2. Relación "modo cero" con momento

$$\boxed{\alpha_0^\mu = \sqrt{\alpha'}2p^\mu}$$

¿De donde sale?
¿De que momento me hablas?

3. Uso de uno de los Vinculos

$$\boxed{\mathrm{T}_{++} = T_{--} = 0} \longrightarrow \boxed{-p^\mu p_\mu = \frac{2}{\alpha'}\left(\sum_{n>0}\alpha_{-n}\cdot\alpha_n + \tilde{\alpha}_{-n}\cdot\tilde{\alpha}_n\right)}$$

1) Porque tanto factorcito?

Partimos del corchete de Poisson (P.B.) para campos en d=2

$$\boxed{\{X^\mu(\tau,\sigma), P^\nu(\tau,\sigma')\} = \delta(\sigma-\sigma')\eta^{\mu\nu}}$$

Momento canonico, a definir luego.

Y queremos que (capricho) nos quede “lindo” el P.B para los modos:

$$\{\alpha_n^\mu, \alpha_m^\nu\} = in\delta_{n+m}\eta^{\mu\nu}$$
$$\{\tilde\alpha_n^\mu, \tilde\alpha_m^\nu\} = in\delta_{n+m}\eta^{\mu\nu}$$
$$\{\alpha_n^\mu, \tilde\alpha_m^\nu\} = 0$$

$$\alpha_n^\mu = (\alpha_{-n}^\nu)^*$$
$$\tilde\alpha_n^\mu = (\tilde\alpha_{-n}^\nu)^*$$

Con esta elección,

$$a_n \equiv \frac{1}{\sqrt{n}}\alpha_n$$
$$a_{-n} \equiv \frac{1}{\sqrt{n}}\alpha_{-n}$$
$$(n>0)$$

cumplirán, en su versión cuantica, reglas de conmutación de operadores de creación y destrucción

2) Relación de modo cero con el momento

Repaso E4: expresión de corriente de Noether para simetrias que no afectan al argumento espacio-tiempo

$$\boxed{\mathrm{J}^{\text{indice espacio tiempo}} = \delta\phi^{\text{indice campo}} \frac{\partial L}{\partial(\partial_{\text{indice espacio tiempo}}\phi^{\text{indice campo}})}}$$

Variación del campo a primer orden en el parámetro de la transformacion

Carga conservada

$$\boxed{\mathrm{Q}{=}\int_{\text{tiempo constante}} J^{\text{indice temporal}}}$$

Simetria traslaciones espacio ambiente: $\mathrm{X}^{\mu} \rightarrow X^{\mu} + a^{\mu}$

Variación del campo a primer orden: $\delta X^{\mu} = a^{\mu}$

Indice temporal hoja de mundo: τ

μ Es el indice del campo y a la vez indice de la simetría

$$\mathrm{J}^{\tau(\mu)} = \overbrace{T\partial_\tau X^\mu}^{\text{Momento canonico } \mathrm{P}^\mu(\tau,\sigma)} \longrightarrow p^\mu = \int d\sigma T\partial_\tau X^\mu$$

Corriente de Noether
(una para cada dirección
del espacio ambiente, dada por μ)

Carga conservada (una para cada μ)

$$(T = \frac{1}{2\pi\alpha'})$$

Recordando expansión en modos

$$X^\mu(\tau,\sigma) = x^\mu + \sqrt{2\alpha'}\alpha_0^\mu\tau + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\alpha_n^\mu e^{-in(\tau-\sigma)} + i\sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\sum_{n\neq 0}\frac{1}{n}\tilde{\alpha}_n^\mu e^{-in(\tau+\sigma)}$$

$$\downarrow$$

$$\alpha_0^\mu = \sqrt{\alpha'}2p^\mu$$

3) Vinculos

$$\boxed{\mathrm{T}_{ab} \equiv \partial_a X \partial_b X - \frac{1}{2}\eta_{ab}\partial X \partial X = 0}$$

Usando coordenadas cono de luz hoja de mundo:

$$\sigma^{+} = \tau + \sigma \quad \sigma^{-} = \tau - \sigma$$

(ejercicio elemental):

$$\boxed{\begin{array}{l} T_{++} = 0 \\ T_{--} = 0 \end{array}}$$

Miro el modo cero de Fourier

$$\longrightarrow$$

Relación masa con modos de oscilación

$$\boxed{-p^\mu p_\mu = \frac{2}{\alpha'}\left(\sum_{n>0} \alpha_{-n}\cdot\alpha_n + \tilde{\alpha}_{-n}\cdot\tilde{\alpha}_n\right)}$$

A nivel cuántico (próxima clase), usando como grados de libertad las coordenadas transversales:

$$M^2 = \frac{2}{\alpha'}\left(\sum_{n>0} n\, a_{-n}\cdot {a^I}_n + n\,\tilde{a}^I_{-n}\cdot\tilde{a}^I_n - 1\right)$$

$$(\mathrm{I}=1,2,\ldots.\mathrm{D}\ \text{-}\ 2)$$

Importante!