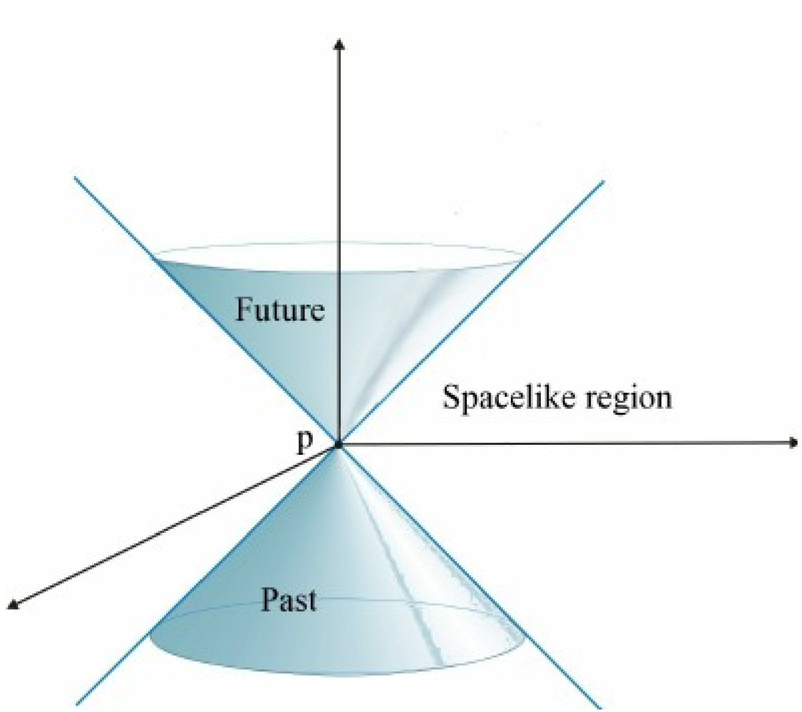
# Gauge cono de Luz con más detalle



$$\boxed{X^\mu = x^\mu + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}}[\alpha_0^\mu(\tau-\sigma) + \tilde{\alpha}_0^\mu(\tau+\sigma) + i\sum_{n\neq 0}(\frac{1}{n}\alpha_n^\mu e^{-in(\tau-\sigma)} + \frac{1}{n}\tilde{\alpha}_n^\mu e^{-in(\tau+\sigma)})]}$$

$$\alpha_0^\mu = \tilde{\alpha}_0^\mu \qquad (\alpha_n^\mu)^* = \alpha_{-n}^\mu$$

| Cerrada | Abierta (cc N) |
|---|---|
| $\sigma \in [0, 2\pi]$ | $\sigma \in [0, \pi]$ |
| $\alpha_0^\mu = \sqrt{\frac{\alpha'}{2}} p^\mu$ | $\alpha_0^\mu = 2\sqrt{\frac{\alpha'}{2}} p^\mu$ |
| $\alpha_n^\mu$ y $\tilde{\alpha}_n^\mu$ idependientes | $\alpha_n^\mu = \tilde{\alpha}_n^\mu \ \ \forall n$ |

# Gauge cono de Luz: preliminares

$$\mathrm{X}^{\pm} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(X^0 \pm X^1) \qquad \mathrm{X}\cdot X = -2X^+X^- + \sum_{J=2}^{D-1} X^J X^J$$

$$\mathrm{X}^J \;\; (J = 2, ...D-1) \;\; \text{Coordenadas transversas}$$

Definiremos también:

$$\sigma^{\pm} \equiv \tau \pm \sigma$$

Obs: en lo siguiente se considera el caso de cuerda cerrada. El caso de cuerda abierta es similar

$$
\begin{aligned}
X^\mu = x^\mu + \frac{1}{2}\alpha' p^\mu(\tau - \sigma) + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\, i \sum_{n\neq 0} \frac{1}{n}\alpha_n^\mu e^{-in(\tau-\sigma)} \\
\frac{1}{2}\alpha' p^\mu(\tau + \sigma) + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\, i \sum_{n\neq 0} \frac{1}{n}\tilde{\alpha}_n^\mu e^{-in(\tau+\sigma)}
\end{aligned}
$$

$$\Big\downarrow$$

$$
\boxed{
\begin{aligned}
X^+ = x^+ + \frac{1}{2}\alpha' p^+(\tau - \sigma) + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\, i \sum_{n\neq 0} \frac{1}{n}\alpha_n^+ e^{-in(\tau-\sigma)} \\
\frac{1}{2}\alpha' p^+(\tau + \sigma) + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\, i \sum_{n\neq 0} \frac{1}{n}\tilde{\alpha}_n^+ e^{-in(\tau+\sigma)}
\end{aligned}
}
$$

Las e.o.m y vínculos son invariantes ante el siguiente grupo de diffeomorfismos

$$\sigma^{\pm} \to \tilde{\sigma}^{\pm} / \qquad \begin{aligned} \tilde{\sigma}^{+} &= f(\sigma^{+}) \\ \tilde{\sigma}^{-} &= g(\sigma^{-}) \end{aligned}$$

Grupo conforme en d=1+1

Esto se ve reescribiendo e.om y vínculos usando las coordenadas cono de luz hoja de mundo

$$\partial_{+}\partial_{-}X^{\mu} = 0$$

$$\partial_{+}X \cdot \partial_{+}X = 0$$

$$\partial_{-}X \cdot \partial_{-}X = 0$$

# Ahora si:

Elijo las nuevas coordenadas cono de luz hoja de mundo tales que:

$$X^+ = x^+ + \underbrace{\frac{1}{2}\alpha' p^+(\tau-\sigma) + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\, i \sum_{n\neq 0} \frac{1}{n}\alpha_n^+ e^{-in(\tau-\sigma)}}_{g(\sigma^-)}$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}\alpha' p^+(\tau+\sigma) + \sqrt{\frac{\alpha'}{2}}\, i \sum_{n\neq 0} \frac{1}{n}\tilde{\alpha}_n^+ e^{-in(\tau+\sigma)}}_{f(\sigma^+)}$$

Se escriba como:

$$\boxed{X^+ = x^+ + \tfrac{1}{2}\alpha' p^+ \tilde{\sigma}^- + \tfrac{1}{2}\alpha' p^+ \tilde{\sigma}^+ = x^+ + \alpha' p^+ \tilde{\tau}}$$

Obs: De ahora en más, se usara τ en vez de $\tilde{\tau}$

**Ejercicio de guía 1B**: Mostrar que los vinculos permiten despejar $(\mathrm{X}^-)'$ en términos de los modos transversales y de $\mathrm{p}^+$

Obs: esto muestra que los únicos grados de libertad estan en las coordenadas transversales y los momentos.

**Otro ejercicio** (trivial): derivar la expresión de la masa al cuadrado en el gauge cono de luz, partiendo de esta relación obtenida previamente:

$$-p^\mu p_\mu = \frac{2}{\alpha'}\left(\sum_{n>0} \alpha_{-n} \cdot \alpha_n + \tilde{\alpha}_{-n} \cdot \tilde{\alpha}_n\right)$$

<u>Cuerda cerrada</u>

$$-p^\mu p_\mu = \frac{1}{\alpha'}\left(\sum_{n>0} \alpha_{-n} \cdot \alpha_n\right)$$

<u>Cuerda abierta</u>

Obs: esta relación surgia del modo cero de los vínculos

# A nivel cuántico

Cuerda cerrada

$$\boxed{M^2 = \frac{2}{\alpha'}\left(\sum_{n>0} n\, a_{-n}\cdot a^I{}_n + n\,\tilde{a}^I_{-n}\cdot\tilde{a}^I_n - 2\right)}$$

Cuerda abierta (c.c N)

$$\boxed{M^2 = \frac{1}{\alpha'}\left(\sum_{n>0} n\, a_{-n}\cdot a^I{}_n - 1\right)}$$

# Porque hay potenciales estados de norma negativa

Algo raro para con μ=0

Algebra de osciladores

$$\boxed{[a_n^\mu, a_{-m}^\nu] = \eta^{\mu\nu}\delta_{n,m} \ \ (n,m>0)}$$

Recordatorio:

$$\begin{aligned} a_n &\equiv \frac{1}{\sqrt{n}}\alpha_n \\ a_{-n} &\equiv \frac{1}{\sqrt{n}}\alpha_{-n} \end{aligned}$$

$$(n>0)$$

$$|| \, (a^0_{-n} \mid 0 >) \, ||^2$$ da negativo!

Hicimos bien en sacarlos. Ampliaremos la próxima clase.

En el gauge cono de luz el espacio de Hilbert se construye con los operadores de
. creación transversales, que no dan lugar a estados de norma negativa.