Teorias cuanticas de campos con invariancia conforme

Euclideo/Lorentziano

Cilindro/Plano

Desarrollos de Fourier/Laurent

Variables complejas duplicadas

Conmutador como integral de contorno

Extension central.

OPE

Tensor energia momento
como variacion de la accion respecto a la metrica.

Pesos conformes

estados primarios/quasiprimarios

Modulo de Verma

La relevancia de la distincion Euclideo-Lorentziano

Principio o axioma de localidad

$$[\phi(x), \phi(y)] = 0, \quad (x-y)^2 > 0$$

(x,y espacialemente separados)

$$[\phi(x), \phi(y)] \neq 0, \quad (x-y)^2 < 0 \ \text{genericamente}$$

No hay contradicción por que la simetria de Poincare no puede mapear puntos espacialmente separados a puntos temporalmente separados.
En el mundo euclideo, los operadores conmutarían siempre!

La conexion entre ambas formulaciones es mediante continuación analitica en *los valores de expectación en vacio*, no continuando analiticamente los campos

Función de Wightman/Schwinger

$$\boxed{W_2((x_1^0, x_1^1), (x_2^0, x_2^1)) \equiv < 0 \mid \phi(x_1)\phi(x_2) \mid 0 >}$$

W_2 se puede extender a una función de dos variables complejas $\tilde{x_1}, \tilde{x_2}$ que viven en la región:

$$Im(\tilde{x}_1^0) > Im(\tilde{x}_2^0)$$

En particular, esta función extendida, W^{ext} puede evaluarse en puntos con parte temporal *puramente imaginaria*, y parte espacial puramente real.

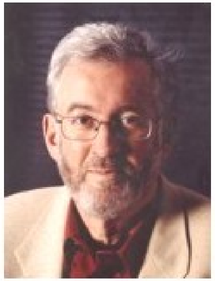
$$\boxed{S_2((x_1{}^0, x_1{}^1), (x_2{}^0, x_2{}^1)) \equiv W^{ext}((ix_1{}^0, x_1{}^1), (ix_2{}^0, x_2{}^1))}$$

$$x_1{}^0 > x_2{}^0$$

CFT como Dios manda: en el mundo Lorentziano

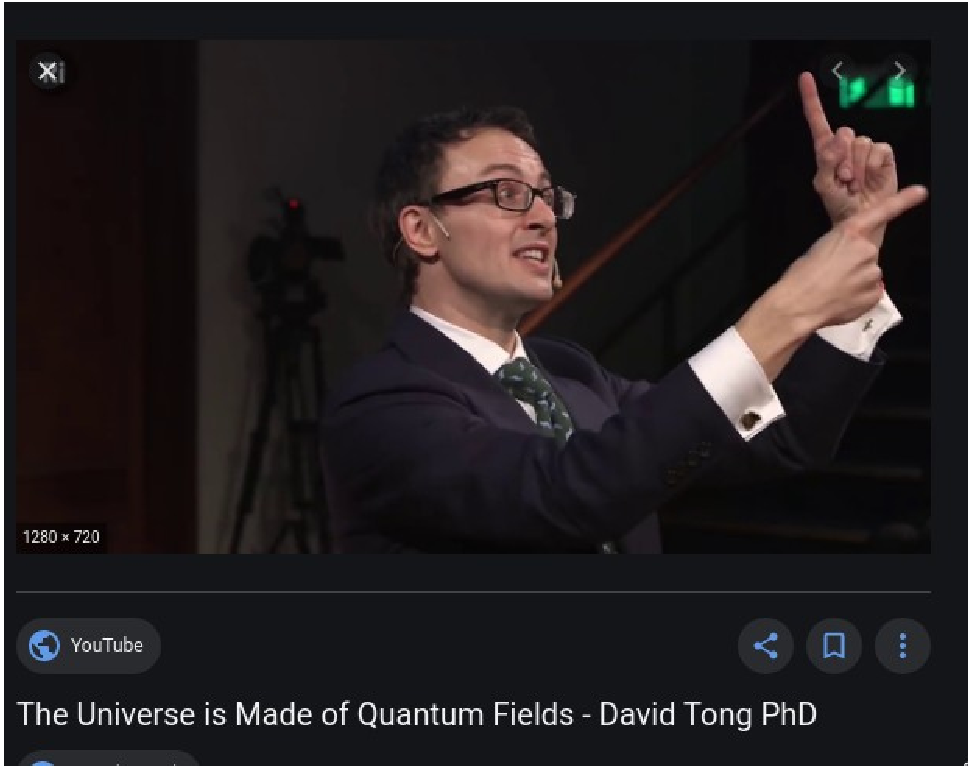
Prof. Dr. Gerhard Mack

Geboren 1940



Fachgebiet:

Theoretische Physik



Fisico de la vieja guardia

Otro estilo

Algunas cosas a aclarar en esta clase y la que viene

- Que es eso de que el conmutador sea una integral de contorno

- Porque de golpe importan tanto las divergencias en el producto de operadores (OPE)

- Porque se plantea el Tensor energia momento como variación de la acción frente a la metrica si la metrica esta fija

- Donde esta al analogía con el espacio de Fock de QFT ordinaria? Es en el modulo de Verma?

Aparente contradicción en QFT

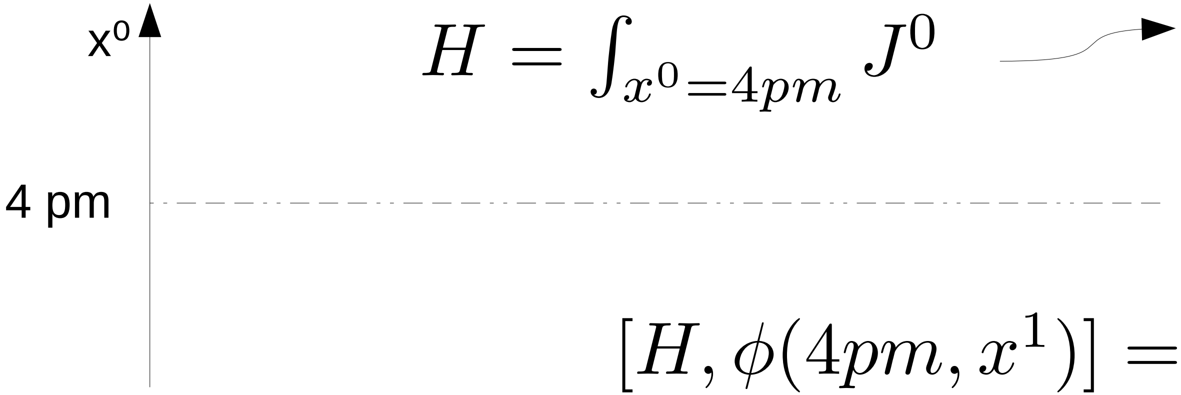
Comutador entre cargas conservadas y campos en una QFT Ordinaria

Ejemplo:

$$[H, \phi(x)] = i\partial_{x^0}\phi(x) \neq 0$$

Pero H es una integral a tiempo constate de expresiones formadas con el campo y sus derivadas

Este slide de tiempo constante puede elegirse de forma tal que el tiempo se igual al argumento temporal del campo

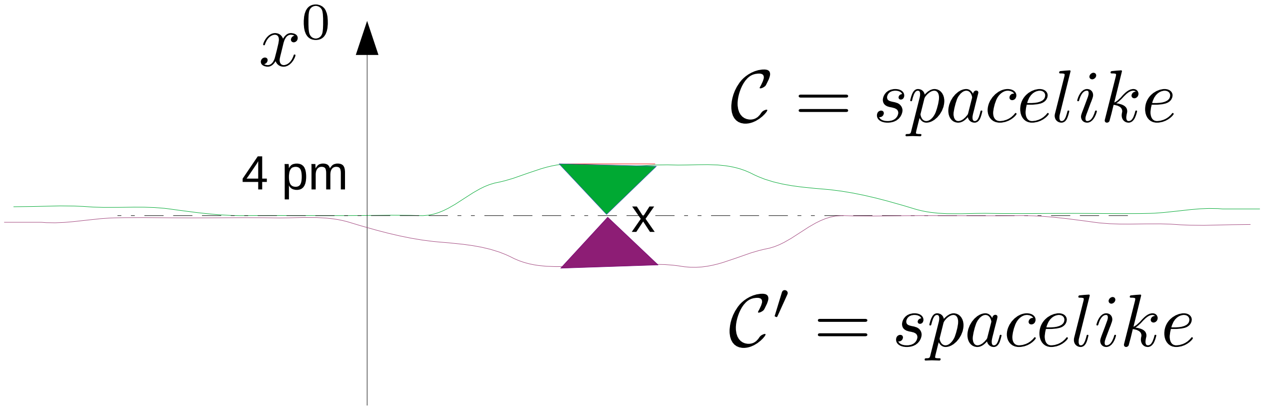


$$H = \int_{x^0=4pm} J^0$$

Todo lo que esta aca dentro conmuta con $\phi(4pm, x^1)$

$$[H, \phi(4pm, x^1)] = 0 \ \ ?$$

$$H = \int_{\mathcal{C}} J^0 = \int_{\mathcal{C}'} J^0$$



$$\mathcal{C} = spacelike$$

$$\mathcal{C}' = spacelike$$

La zona de las curvas que se intersecan con el cono de luz (futuro o pasado) contiene campos con no conmutan con el campo evaluado en x.

Si la curva C o C’ pasa cada vez mas y mas cerca de x, la zona se achica pero el conmutador se agranda debido a la divergencia.

$$[H, \phi(x)] = \int_{\mathcal{C}} J^0 \phi(x) - \phi(x) \int_{\mathcal{C}'} J^0 = T[\oint_{\mathcal{C} U \mathcal{C}'} J\phi(x)]$$

Volviendo a CFT

Transformación conforme

$$\boxed{\Phi(z,\bar{z}) \to (\partial f(z))^{h}(\bar{\partial}\bar{f}(\bar{z}))^{\bar{h}}\Phi(f(z),\bar{f}(\bar{z}))}$$

Campo primario de peso $h, \bar{h}$

Las caracteristicas tensoriales estan vinculadas a las etiquetas $h, \bar{h}$

$$\delta_{l_n}\Phi(z,\bar{z}) = z^{n+1}\partial_z\Phi(z,\bar{z}) + h(n+1)z^n\Phi(z,\bar{z})$$

$$\delta_{l_n}\Phi(z,\bar{z}) = [L_n, \Phi(z,\bar{z})]$$

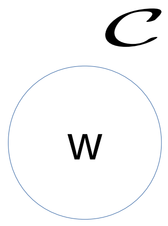
$$\boxed{l_n = z^{n+1}\partial_z \quad (n\epsilon\mathbb{Z})}$$

Los Ln son las cargas conservadas asociadas a las transformaciones conformes.
Seran integrales a tiempo constante de sus respectivas corrientes.

$$\boxed{L_m = \frac{1}{2i\pi}\oint T(z)z^{n+1} \Leftrightarrow T(z) = \sum_n \frac{L_n}{z^{n+2}}}$$

Encierra al origen

$$[L_n, \Phi(w,\bar{w})] = \frac{1}{2i\pi}\oint_C T(z)z^{n+1}\Phi(w,\bar{w})$$



$$\underbrace{\frac{1}{2i\pi}\oint_C z^{n+1}T(z)\Phi(w,\bar{w})}_{} = w^{n+1}\partial_w\Phi(w,\bar{w}) + h(n+1)w^n\Phi(w,\bar{w})$$

Tiene que haber poles en z=w!

Recordar teorema de Cauchy:

$$f^{(n)}(w) = \frac{n!}{2\pi i}\oint \frac{f(z)}{(z-w)^n}dz$$

(f regular en la region encerrada)

OPE importante: T con campo primario de peso h

$$\boxed{T(z)\Phi(w,\bar{w}) \sim \frac{h}{(z-w)^2}\Phi(w,\bar{w}) + \frac{1}{(z-w)}\partial_w\Phi(w,\bar{w}) + ..}$$

Algebra de Virasoro

$$[\hat{L}_n, \hat{L}_m] = (n-m)\hat{L}_{n+m} + \frac{1}{12}\delta_{n,-m}n(n^2-1)c$$

Ejercicio

$$T(z)T(w) \sim \frac{\frac{c}{2}}{(z-w)^4} + \frac{2}{(z-w)^2}T(w) + \frac{1}{z-w}\partial T(w)$$

Campo primario de peso $h, \bar{h}$

$$\delta_{l_n}\Phi(z,\bar{z}) = z^{n+1}\partial_z\Phi(z,\bar{z}) + h(n+1)z^n\Phi(z,\bar{z})$$

$$\delta_{\bar{l}_n}\Phi(z,\bar{z}) = \bar{z}^{n+1}\partial_{\bar{z}}\Phi(z,\bar{z}) + h(n+1)\bar{z}^n\Phi(z,\bar{z})$$

spin= $\mid h - \bar{h} \mid$

El tensor energía momento es de rango (spin) 2. Si cada componente quiral fuera un campo primario, esperariamos que:

$$\delta_{l_n}T(z) = z^{n+1}\partial T(z) + 2(n+1)z^n T(z)$$
$$\delta_{\bar{l}_n}\bar{T}(\bar{z}) = \bar{z}^{n+1}\bar{\partial}\bar{T}(\bar{z}) + 2(n+1)\bar{z}^n\bar{T}(\bar{z})$$

pero la carga central no nula cambia esta forma.

Ejercicio:

Eligiendo un vector generico $\varepsilon(z)\partial$ mostrar que

$$\delta_\varepsilon T(z) = 2\partial\varepsilon(z)T(z) + \varepsilon(z)\partial T(z) + \frac{c}{12}\partial^3\varepsilon(z)$$

T es campo quasprimario (idem para T barra)