Preparando el camino para el calculo de amplitudes

Algo importante es saber que integrar y que no integrar

$$\boxed{\int \mathcal{D}h\mathcal{D}X e^{-S_{poly}(h,X)}}$$

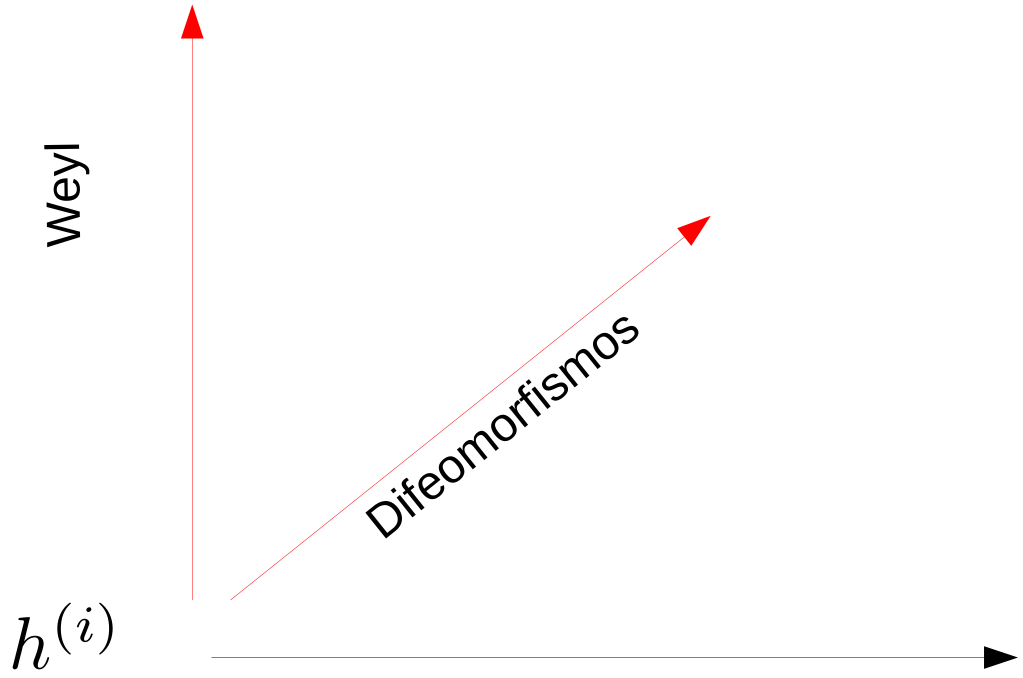
Objeto fundamental, altamente mal definido

Desarmandolo un poco:

$$\int \mathcal{D}h\mathcal{D}X e^{-S_{poly}(h,X)} = \sum_{Topologias} \int \mathcal{D}h^{(i)}\mathcal{D}X e^{-S_{poly}(h^{(i)},X)}$$

donde cada i etiqueta una dada topología (ejemplo, esfera, toro, etc)

A topología fija hay muchas metricas sobre las cuales integrar



Wey y Diff son simetrias de gauge <=>
Hay sobreconteo <=>
hay que cocientar por ellas

$\downarrow$

No integrar equivale a integrar fantasmas
(metodo de Fadded-Popov)

Una dirección distinta dada por los párametros de moduli

Amplitudes de Scatering en forma muy esquematica

$$\boxed{\mathcal{A}(k_1, ...k_N) \sim \int \mathcal{D}h\mathcal{D}X \prod_{i=1}^{N} (\int d^2\sigma V_{k_i}(\sigma)) e^{-S_{poly}(h,X)}}$$

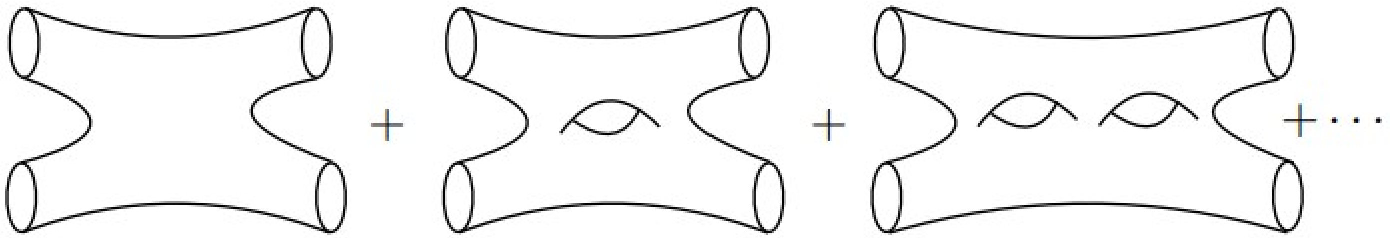
¿Donde entran los pesos de cada diagrama?

Recordemos que en la acción de Polyakov tenemos el término:

$$\boxed{\chi = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} d^2\xi \; \sqrt{h} R^{(2)} + \frac{1}{2\pi} \int_{\partial\Sigma} ds \; k}$$

pesado por un factor λ

Expansión de la amplitud de 4 cuerdas cerradas a distintos ordenes en el genero g



g=0 g=1 g=2

Orden Arbol

Teorema: la cantidad anterior es igual a la caracteristica de Euler de una superficie de Riemann:

$$\chi = 2 - 2g - b$$

Cada diagrama de cuerdas viene pesado entoces por

$$g_s^{-\chi}$$

$$g_s \equiv e^{\lambda}$$

La caracteristica de Euler aparece en ejemplos mas terrenales:

Polyhedra [edit]

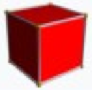
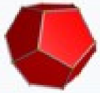
The **Euler characteristic** χ was classically defined for the surfaces of polyhedra, according to the formula

$$\chi = V - E + F$$

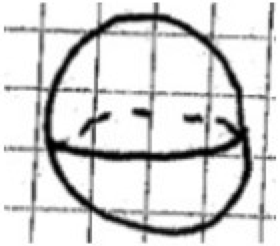
where V, E, and F are respectively the numbers of vertices (corners), edges and faces in the given polyhedron. Any convex polyhedron's surface has Euler characteristic

$$V - E + F = 2.$$

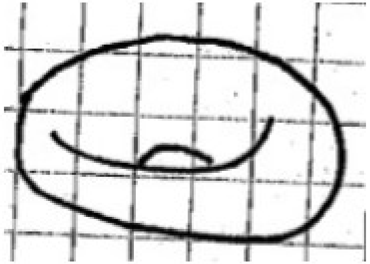
This equation, stated by Leonhard Euler in 1758 [2], is known as **Euler's polyhedron formula**.[3] It corresponds to the Euler characteristic of the sphere (i.e. $\chi = 2$), and applies identically to spherical polyhedra. An illustration of the formula on some polyhedra is given below.

Name	Image	Vertices V	Edges E	Faces F	Euler characteristic: $V - E + F$
Tetrahedron		4	6	4	**2**
Hexahedron or cube		8	12	6	**2**
Octahedron		6	12	8	**2**
Dodecahedron		20	30	12	**2**
Icosahedron		12	30	20	**2**

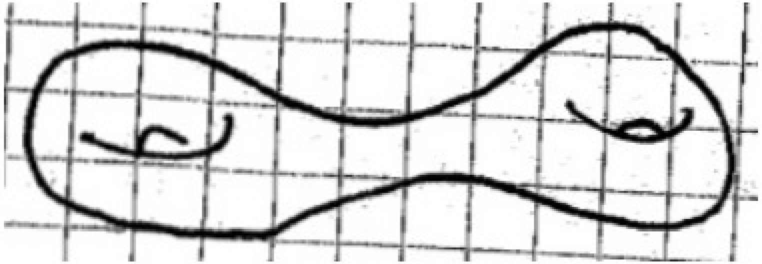
Ejemplos de interés



S^2: $(g, b) = (0,0)$



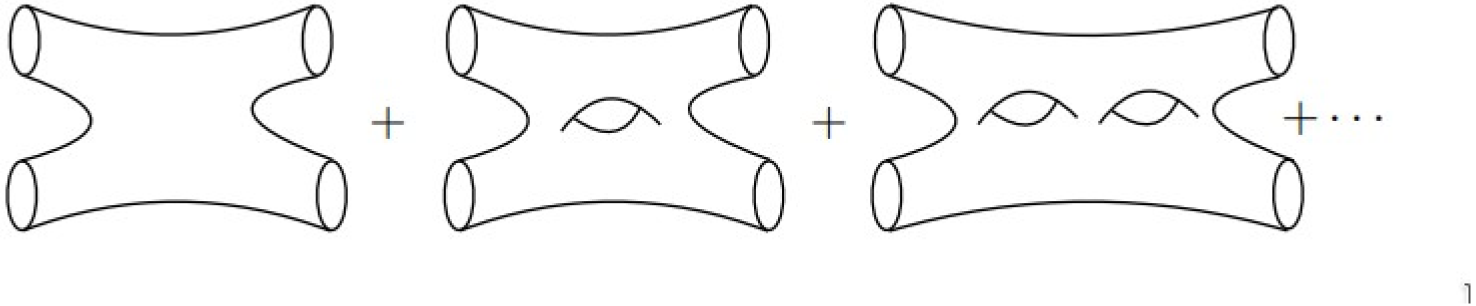
torus T^2: $(g, b) = (1,0)$



double torus $(g, b) = (2,0)$

La prescripción para la amplitud de Scatering nos dice que agreguemos una constante de acoplamiento por cada vertice (o que cada vertice incluya a esta).

$$g_s^{-\chi} {g_s}^N$$



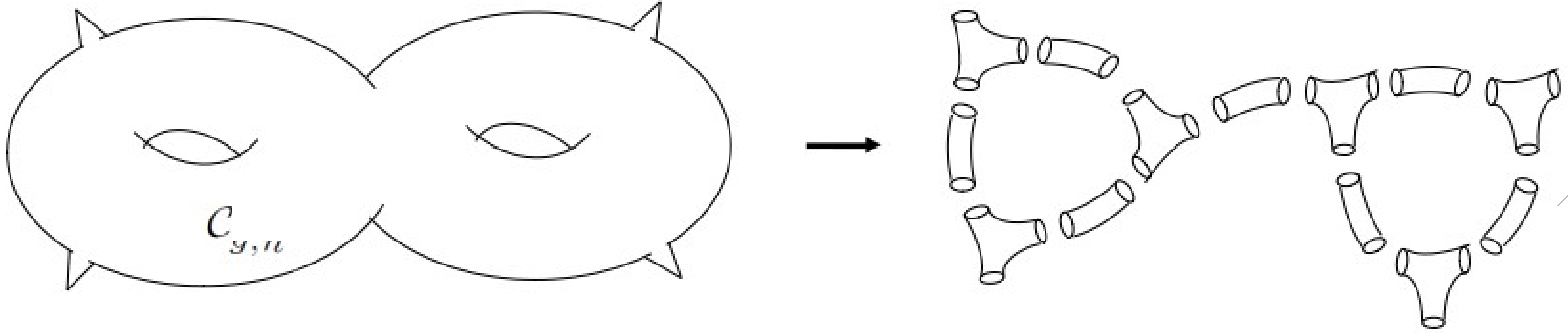
$$g_s^{-2} {g_s}^4 \qquad g_s^0 {g_s}^4 \qquad g_s^2 {g_s}^4$$

Como se puede motivar eso?

La caracteristica de Euler es aditiva ante uniones

$\chi = -1$

Si se abre, se ve 1 borde



$\chi = 0$

$\chi = 2 - 2.2 - 4 = -6$

$\chi = 6(-1) = -6$

Esta imagen sirve para justificar la regla que asigna a cada diagrama con N vertices el peso:

$$g_s^{-\chi} {g_s}^N = g_s^{-\chi_{Total}}$$

Pensemoslo

Teorema de Riemann-Roch:

$$\boxed{\mu - \kappa = -3\chi = 6g + 3b - 6.}$$

$$\begin{aligned}
&\text{if} \quad \chi > 0: \quad \kappa = 3\chi, \quad \mu = 0, \\
&\text{if} \quad \chi < 0: \quad \kappa = 0, \quad \mu = -3\chi.
\end{aligned}$$

$\kappa =$ dimensión del algebra conforme global

$\mu =$ dimensión del espacio de modulis

Observación: para

$$\chi = 0,$$
$$\mu = \kappa = 2$$