

Observaciones varias sobre
amplitud a orden arbol.

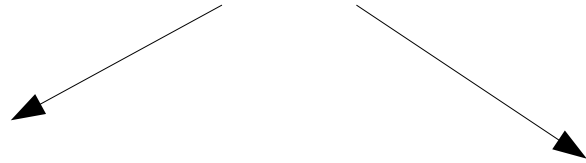
I) Medida invariante ante
SL2(C)

$$dz_1 dz_2 dz_3 = d\alpha d\beta d\gamma (z_1 - z_2)(z_2 - z_3)(z_3 - z_1)$$

Alternativamente, se puede plantear así

$$\frac{dz_1 dz_2 dz_3}{(z_1 - z_2)(z_2 - z_3)(z_3 - z_1)} = \text{medida invariante ante SL2(C)}.$$

$$z_i = f(w_i) \quad , \quad f(w) = \frac{aw+b}{cw+d}$$



$$dz_i = \frac{1}{(cw_i+d)^2} dw_i$$

$$z_i - z_j = \frac{w_i - w_j}{(cw_i+d)(cw_j+d)}$$

$$\frac{dz_1 dz_2 dz_3}{(z_1 - z_2)(z_2 - z_3)(z_3 - z_1)} = \frac{dw_1 dw_2 dw_3}{(w_1 - w_2)(w_2 - w_3)(w_3 - w_1)} \cdot$$

Si lo que multiplica a la medida de integración invariante también es invariante, entonces la integral será infinito.

II) Condición de neutralidad vista desde la integral funcional

$$\langle 0 | \prod_{i=1}^N V_{\alpha_i}(z_i, \bar{z}_i) | 0 \rangle = 0 \quad \sum_i \alpha_i \neq 0$$

Esta condición sale de que ese producto de operadores actuando en el vacío crea un estado autoestado de α^0 con autovalor proporcional a esa suma de α 's (no nula). Ese estado será ortogonal al vacío.

En la integral funcional, tenemos esto

$$\int DX \prod_{i=1}^N : \exp(i\alpha_i X(z, \bar{z})) : e^{-S_{poly}}$$

La integral DX incluye la integral sobre los modos ceros \longrightarrow De ahí sale la delta

III) Como se ve que la amplitud de 3 taquiones tiene la forma esperada

Forma general de la función de 3 puntos

$$\langle 0 | \phi_1((z_1, \bar{z}_1)) \phi_2(z_2, \bar{z}_2) \phi_3(z_3, \bar{z}_3) | 0 \rangle = f_{123} \frac{1}{z_{12}^{h_1+h_2-h_3} z_{23}^{h_2+h_3-h_1} z_{13}^{h_3+h_1-h_2}} \cdot \frac{1}{\bar{z}_{12}^{\bar{h}_1+\bar{h}_2-\bar{h}_3} \bar{z}_{23}^{\bar{h}_2+\bar{h}_3-\bar{h}_1} \bar{z}_{13}^{\bar{h}_3+\bar{h}_1-\bar{h}_2}}$$

Si los campos tienen peso (1,1) se simplifica. Pero no se ve que sea igual a:

$$\delta(\sum_l k_l) \prod_{j < i} |z_j - z_i|^{\alpha' k_i \cdot k_j}$$

i,i=1,2,3

$$k_1^2 = k_2^2 = k_3^2 = \frac{4}{\alpha'} \quad (\text{por ser el del taquión})$$

La delta impone:

$$k_1 + k_2 = -k_3 \rightarrow 2k_1 \cdot k_2 = -k_1^2 = -\frac{4}{\alpha'}$$

$$\prod_{j < i} |z_j - z_i|^{\alpha' k_i \cdot k_j} = \prod_{j < i} |z_j - z_i|^{-2}$$

IV) Operador de Vertice del graviton

Proto operador de vertice

$$V_{\alpha}^{Grav}(z, \bar{z}) =: \partial X(z, \bar{z}) \bar{\partial} X(z, \bar{z}) \exp(i\alpha X(z, \bar{z})) :$$

Ej: Mostrar que tiene peso conforme $(1 + \frac{\alpha^2}{2}, 1 + \frac{\alpha^2}{2}]$

¿Como se ve?

Recordemos como se lee el peso conforme

$$T(z)\Phi(w, \bar{w}) \sim \frac{h}{(z-w)^2} \Phi(w, \bar{w}) + \frac{1}{(z-w)} \partial_w \Phi(w, \bar{w}) + ..$$

Alternativamente

$$[L_n, \Phi(z, \bar{z})] = z^{n+1} \partial_z \Phi(z, \bar{z}) + h(n+1)z^n \Phi(z, \bar{z})$$

De esta ultima, ingenuamente parece plausible que:

$$O = \varphi_1 \cdot \varphi_2$$

tiene como peso conforme la suma de los de φ_1 y φ_2

Sin embargo, no es obvio debido al orden normal

Un buen ejemplo es el tensor energía momento que no tiene peso conforme 2

$$T(z) =: \partial X(z) \partial X(z) :$$

$$T(z)T(w) \sim \frac{\frac{c}{2}}{(z-w)^4} + \frac{2}{(z-w)^2}T(w) + \frac{1}{z-w}\partial T(w)$$

Sin embargo para el del proto graviton funciona la regla aditiva

$$V_k^{Graviton}(z, \bar{z}) = \xi_{\mu\nu} : \partial X^\mu(z, \bar{z}) \bar{\partial} X^\nu(z, \bar{z}) \exp(ikX(z, \bar{z})) :$$

Simetrico en sus indices

V) Scattering de gravitones

Se vuelve mas engorroso pero el de 3 gravitones es accesible.

Lo interesante es que permite relacionar α' , g_s y G , si se pide que la amplitud de tres gravitones coincida.

Esquemáticamente

$$L_{EH}^{\text{orden cubico}} = (\partial h)^2 + Gh^3$$



Pidiendo igualdad con el calculo de cuerdas

$$G = g_s^2 \alpha'^{12}$$