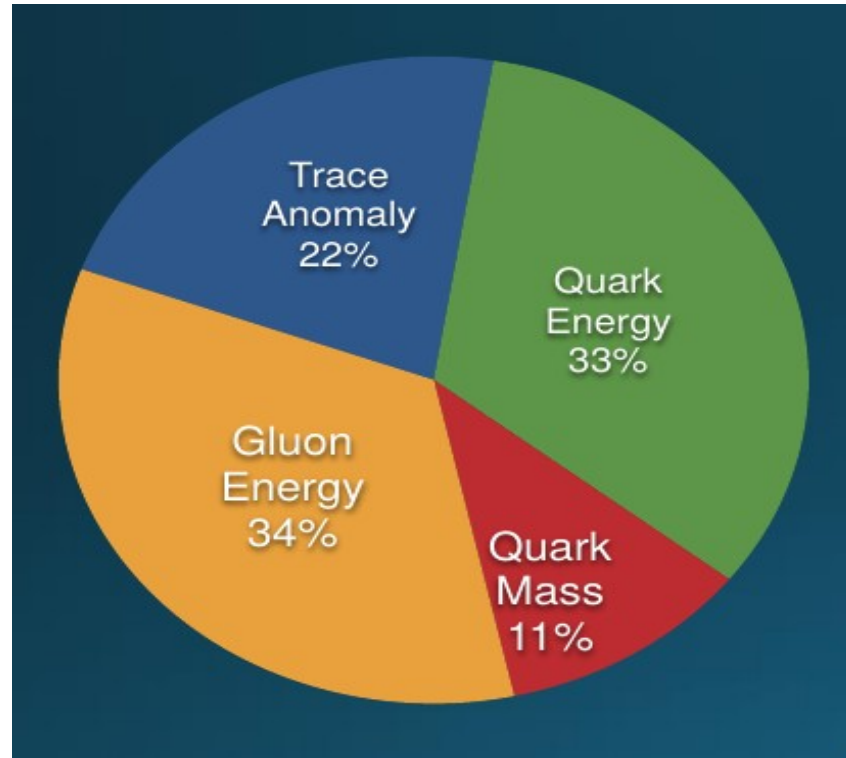


Origin of the Proton Mass?

Heavy Quarkonium Production at Threshold from JLab to EIC



✧ Trace of the QCD energy-momentum tensor:

$$T_{\alpha}^{\alpha} = \underbrace{\frac{\beta(g)}{2g} F^{\mu\nu,a} F_{\mu\nu}^a}_{\text{QCD trace anomaly}} + \sum_{q=u,d,s} m_q (1 + \gamma_m) \bar{\psi}_q \psi_q$$

$$\beta(g) = -(11 - 2n_f/3)g^3/(4\pi)^2 + \dots$$

✧ Mass, trace anomaly, chiral symmetry breaking, ...


$$m^2 \propto \langle p | T_{\alpha}^{\alpha} | p \rangle \xrightarrow{\text{Chiral limit}} \frac{\beta(g)}{2g} \langle p | F^2 | p \rangle$$

In the chiral limit we have a finite number for the nucleon and zero for the pion

Cancelación de Anomalia de traza

I) En una CFT en espacios curvos, es esperable que el valor de expectación del tensor energía momento sea distinto de cero. Esto significa que la simetría conforme esta parcialmente rota a nivel cuántico

II) En teoría de cuerdas, la metrica 2-dimensional es un campo dinamico y a nivel clasico hay simetría de Weyl y de diff: estas son simetrías de gauge, que no pueden ser anomalas



D=26

No puedo poner cualquier background

Modelo sigma no lineal

$$S[h, X] = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d^2\sigma (\sqrt{h} h^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu + \alpha' \sqrt{h} R^{(2)} \Phi(X))$$



Falta $G_{\mu\nu}$

Observación: omiti un término adicional para simplificar la discusión

$$\langle T_a^a \rangle = -\frac{1}{2\alpha'} \beta_{\mu\nu}^G h^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu - \frac{1}{2} \beta^\phi R^{(2)}$$

$$\beta_{\mu\nu}^G = \alpha' R_{\mu\nu} + 2\alpha' \nabla_\mu \nabla_\nu \Phi + O(\alpha'^2)$$

$$\beta^\Phi = \frac{D-26}{6} - \frac{\alpha'}{2} \nabla^2 \Phi + \alpha' \nabla_\gamma \Phi \nabla^\gamma \Phi + O(\alpha'^2)$$

No estaría en el modelo sigma no lineal; viene de la contribución de los fantasmas

Recordatorio

$$T_{ab} = \frac{1}{\sqrt{h}} \frac{\delta S}{\delta h^{ab}}$$

$$h_{ab} \rightarrow e^\phi h_{ab}$$



$$\delta h_{ab} = \phi h_{ab} \quad \delta h^{ab} = -\phi h^{ab}$$

$$\frac{1}{\sqrt{h}} \frac{\delta S}{\delta \phi} = \frac{1}{\sqrt{h}} \frac{\delta S}{\delta h^{ab}} \frac{\delta h^{ab}}{\delta \phi} = -\frac{1}{\sqrt{h}} \frac{\delta S}{\delta h^{ab}} h^{ab} = -T_a^a$$

Las regularización dimensional rompe la escala

en $2+\epsilon$ la acción no es invariante de Weyl

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^{2+\epsilon}\sigma e^{\phi\epsilon} \partial_\alpha X^\mu \partial^\alpha X^\nu G_{\mu\nu}(X) \\ &\approx \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^{2+\epsilon}\sigma (1 + \phi\epsilon) \partial_\alpha X^\mu \partial^\alpha X^\nu G_{\mu\nu}(X) \end{aligned}$$

usando metrica espacio ambiente renormalizada

$$G_{\mu\nu} \rightarrow G_{\mu\nu} + \frac{\alpha'}{\epsilon} \mathcal{R}_{\mu\nu}$$

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma \partial_\alpha X^\mu \partial^\alpha X^\nu [G_{\mu\nu}(X) + \alpha' \phi \mathcal{R}_{\mu\nu}(X)]$$

Aparente contradicción

1) En $d=2$, en un espacio curvo, el valor de expectación del tensor energía momento de una CFT toma la forma

$$\langle T_a^a \rangle = \text{constante } R$$

2) Para el modelo sigma no lineal

$$\langle T_a^a \rangle = \beta_{\mu\nu}^G h^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu + \beta^\phi R^{(2)}$$

No es de la forma esperada!

Acción efectiva para métrica y dilaton, que reproduce las ecuaciones $\beta=0$

$$\beta_{\mu\nu}^G = \alpha' R_{\mu\nu} + 2\alpha' \nabla_\mu \nabla_\nu \Phi + O(\alpha'^2) = 0$$

$$\beta^\Phi |_{D=26} = -\frac{\alpha'}{2} \nabla^2 \Phi + \alpha' \nabla_\gamma \Phi \nabla^\gamma \Phi + O(\alpha'^2) = 0$$

$$S = cte \int d^{26} X \sqrt{(-G)} e^{-2\Phi} (R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi)$$

Transformación conforme a lo Tong: Weyl + Diff

term? The key point to remember is that, as we stressed at the beginning of this chapter, a conformal transformation is not just a reparameterization of the coordinates: it is a reparameterization, followed by a compensating Weyl rescaling. The central term in the Virasoro algebra is due to the Weyl rescaling.

¿Se contradice con la que vimos nosotros?

La transformación conforme de Tong esta definida para no tocar a la metrica,
que es un campo de fijo (no dinamico)

$$S[h, X] \rightarrow S[h', X'] = S[e^\omega h, X']$$

Reparametrización conforme

Por ser reparametrización conforme

Pero uno solo quiere transformar a X (asi lo hemos pensado nosotros)

$$S[h, X] \rightarrow S[h', X'] = S[e^\omega h, X'] \rightarrow S[h, X']$$

Reparametrización conforme

Weyl compensadora.

Nosotros hemos definido invariancia conforme en un modelo con un campo X en una metrica de fondo h a esta propiedad

$$S[h, X] = S[h, X']$$



Con X' dado por un diff conforme pero actuando solo en X



Actuar en X y h y deshacer lo que se hizo en h

La definición de transformación conforme como un mix de Weyl y diff permite ver de otra manera el comportamiento de T ante transformaciones conformes

Este es por culpa de Weyl

$$\delta T(w) = -\epsilon(w) \partial T(w) - 2\epsilon'(w) T(w) - \frac{c}{12} \epsilon'''(w)$$

versión finita

$$\tilde{T}(\tilde{z}) = \left(\frac{\partial \tilde{z}}{\partial z} \right)^{-2} \left[T(z) - \frac{c}{12} S(\tilde{z}, z) \right]$$

$$S(\tilde{z}, z) = \left(\frac{\partial^3 \tilde{z}}{\partial z^3} \right) \left(\frac{\partial \tilde{z}}{\partial z} \right)^{-1} - \frac{3}{2} \left(\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial z^2} \right)^2 \left(\frac{\partial \tilde{z}}{\partial z} \right)^{-2}$$