

Tarea 2

1. (Ashcroft-Mermin 1.1)

(a) Mostrar que la probabilidad de que un electron elegido al azar a un tiempo determinado no haya sufrido colisiones durante un tiempo t anterior es $e^{-t/\tau}$. Mostrar también que ese electron no sufrirá colisiones durante los próximos t segundos con la misma probabilidad.

(b) Mostrar que la probabilidad de que el intervalo entre dos colisiones sucesivas esté entre t y $t+dt$ es $(dt/\tau)e^{-t/\tau}$.

(c) Mostrar que como consecuencia de (a) el tiempo medio transcurrido desde la última colisión y el tiempo medio hasta la próxima colisión son ambos τ .

(d) Mostrar que como consecuencia de (b) el tiempo medio entre dos colisiones sucesivas es τ .

(e) La parte (c) implica que en cualquier instante el tiempo T entre la última y la próxima colisión es 2τ . Explicar por qué esto no es inconsistente con el resultado de (d).

2. (a) Construir numéricamente, usando un random number generator (en Igor Pro es la función `enoise`), una función del tiempo cuyo valor a tiempo t sea 1 si la partícula sufre una colisión entre t y $t+dt$ y de lo contrario sea 0. Suponer que la probabilidad de que eso ocurra a cada paso es p . (Tomar un valor numérico cualquiera, pero pequeño para p). Calcular el tiempo medio entre colisiones y comparar con los resultados analíticos del problema 1.

(b) Usando la función calculada en (a), escribir un programa que cuente el número de veces que la partícula sobrevive un intervalo t de tiempo sin colisiones comenzando en cualquier tiempo arbitrario. Graficar esto como una función de t y fitearla con una función basada en los resultados analíticos del problema 1.

(c) Escribir un programa que vaya a cada punto de la función creada en (a) y calcule el tiempo entre la última y la próxima colisión. Calcular el promedio de esos tiempos y comparar con el resultado del problema 1, parte (e). Discutir.

(d) Rehacer el cálculo de la parte (c) pero partiendo no de la función generada en la parte (a) sino de una función que tenga colisiones espaciadas uniformemente en el tiempo. Discutir.

3. Cuando la luz incide desde el vacío en un material con índice complejo de refracción $n + i\kappa$, la solución a las ecuaciones de Maxwell dan una reflectividad para incidencia normal (razón de la potencia reflejada y la incidente)

$$r = \frac{(1-n)^2 + \kappa^2}{(1+n)^2 + \kappa^2}$$

Usando el hecho de que $(n + i\kappa)^2 = \epsilon_1 + i\epsilon_2$, donde ϵ es la función dieléctrica, y la expresión de Drude derivada en clase, calcular la reflectividad para un metal típico, y graficarla en función de la longitud de onda o de la energía del fotón. Repetir el cálculo para un semiconductor dopado, suponiendo una concentración de electrones $n = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ y una masa efectiva $m_{\text{eff}} = 0.1m$, donde m es la masa de un electrón libre. En qué rango de longitudes de onda se comporta el semiconductor como un metal?

4. Se sabe que las ondas de radio pueden viajar grandes distancias sobre la superficie de la tierra por medio de la reflexión en la ionosfera. Suponer que la ionosfera es un gas de partículas cargadas. Estimar la densidad de partículas. (Para esto se necesita saber la longitud de onda de "cutoff". Seguro que está en Google).