Tarea 13

1.
En clase calculamos la conección de Berry para el hamiltoniano

$$H = \begin{pmatrix} k_z & k_x - ik_y \\ k_x - ik_y & -k_z \end{pmatrix} = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

usando los autovectores

$$u_+ = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} e^{-i\phi/2} \\ \sin\frac{\theta}{2} e^{i\phi/2} \end{pmatrix}; \quad u_- = \begin{pmatrix} \sin\frac{\theta}{2} e^{-i\phi/2} \\ -\cos\frac{\theta}{2} e^{i\phi/2} \end{pmatrix}$$

Repetir el cálculo cambiando la fase de los autovectores:

$$u_+ = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} e^{i\phi} \end{pmatrix}; \quad u_- = \begin{pmatrix} \sin\frac{\theta}{2} \\ -\cos\frac{\theta}{2} e^{i\phi} \end{pmatrix}$$

Comentar el resultado.

Challenge problem
En clase utilizamos un método de "fuerza bruta" para calcular la curvatura de Berry del problema 1 utilizando la fórmula

$$\boldsymbol{\Omega}_n = \sum_{n'} \frac{\left\langle n\boldsymbol{k} \middle| \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{k}} \middle| n'\boldsymbol{k} \right\rangle \times \left\langle n'\boldsymbol{k} \middle| \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{k}} \middle| n\boldsymbol{k} \right\rangle}{\left(E_n - E_{n'}\right)^2} \ .$$

El mismo problema está resuelto de manera mucho más elegante en el paper original de Berry "Quantal Phase Factors Accompanying Adiabatic Changes", Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 392, No. 1802 (Mar. 8, 1984), pp. 45-57 URL: http://www.jstor.org/stable/2397741. Reproducir el cálculo de Berry, justificando en detalle el algebra de matrices de Pauli que se necesita (Ecuación 15 en el artículo de Berry).