

GUIA 1: Acción para cuerdas relativistas

1. Considere la acción de una partícula relativista dada por

$$S = -m \int d\tau (-\dot{X}^\mu \dot{X}_\mu)^{\frac{1}{2}}$$

- (a) Muestre la invariancia ante reparametrizaciones a nivel de la acción y de las ecuaciones de movimiento,
 - (b) Halle el límite no relativista de la acción y justifique la interpretación de m como la masa de la partícula.
2. Halle la expresión de la métrica γ inducida por la métrica de Minkowski en D dimensiones η en una hypersuperficie de dimensión d parametrizada por coordenadas ξ^a $a = 1 \dots d$.
 3. Considere la acción de Nambu-Gotto:

$$S_{NG} = -T \int d\sigma d\tau \sqrt{(\dot{X} X')^2 - \dot{X}^2 X'^2}$$

- (a) Reescriba el Lagrangiano en términos de la métrica inducida en una superficie 2-dimensional (hoja de mundo) parametrizada por τ y σ y justifique su interpretación en términos de área de la hoja de mundo.
 - (b) Halle las ecuaciones de movimiento
4. **Acción de Polyakov de la partícula relativista:** Verificar que la acción de la partícula relativista: $S = -m \int ds$, con $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$, es equivalente a $S = \frac{1}{2} \int (e^{-1} \dot{x}^2 - em^2) d\tau$. Muestre su invariancia ante reparametrizaciones, especificando el efecto de una reparametrización en e .
 5. Muestre que la acción anterior es clásicamente equivalente a la acción de Polyakov:

$$S = -\frac{T}{2} \int d^2\sigma \sqrt{-h} h^{\alpha\beta}(\sigma) \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X_\mu$$

6. **Obs utiles par el fijado de gauge en la acción de Polyakov:**
 Considere dos metricas 2-dimensionales g y \tilde{g} (de signatura Euclidea por simplicidad) relacionadas por:

$$\tilde{g}_{\alpha\beta} = e^{2\phi} g_{\alpha\beta}$$

siendo ϕ una funcin del espacio 2-dimensional.

- (a) Muestre (o crealo) que el escalar de Ricci R y \tilde{R} asociado a a ambas metricas estan relacionados por:

$$\sqrt{\tilde{g}}\tilde{R} = \sqrt{g}(R - 2\nabla^2\phi)$$

- (b) Usando que en dimension 2 el tensor de Riemman y el escalar de Ricci estan relacionados por:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{R}{2}(g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta} - g_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma})$$

, halle las condiciones que debe cumplir ϕ para que \tilde{g} sea una metrica plana.

7. Escriba explicitamente los vinculos de la acción de Polyakov en el gauge

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}$$

8. Considere una métrica h 2-dimensional. Demostrar que la acción $\int d^2\sigma\sqrt{h}R^{(2)}(h)$ (con $R^{(2)}$ el escalar de curvatura asociado a h) no contribuye a las ecuaciones clásicas de movimiento.

9. Mostrar que en la accion de la cuerda, fijado el gauge $h^{\alpha\beta} = \eta^{\alpha\beta}$, quedan simetrias residuales generadas por

$$V^+ = \xi^+(\sigma^+)\frac{\partial}{\partial\sigma^+}, \quad V^- = \xi^-(\sigma^-)\frac{\partial}{\partial\sigma^-}.$$