GUIA 7: Espectro de supercuerdas y compactificación toroidal
Espectro supercuerda

1. Usando la siguiente expresión para el tensor energía momento y la supercorriente:

$$\begin{aligned} T(z) &= -\frac{1}{\alpha'}\partial X^\mu \partial X_\mu - \frac{1}{2}\psi^\mu \partial \psi_\mu \\ T_F &= i\left(\frac{2}{\alpha'}\right)^{1/2} \psi^\mu \partial X_\mu \end{aligned}$$

   y los OPEs

$$\psi^\mu(z)\psi^\nu(0) \sim \frac{1}{z}, \qquad X^\mu(z,\bar{z})X^\nu(0,0) \sim -\frac{\alpha'}{2}\ln|z|^2 \tag{1}$$

   calcular el algebra superconforme. Determinar la carga central y el peso conforme de ∂X^μ y ψ^μ. Teniendo en cuenta que la contribución de los fantasmas beta-gamma a la carga central es $c = 11$ mostrar que la dimensión critica es 10

2. Considere el operador $G = (-1)^F$, siendo F el numero fermionico hoja de mundo.

   i. Escribir F en terminos de los osciladores del sector NS ii. Mostrar que $\{(-1)^F, \psi^\mu\} = 0$

   iii. Usando que $G = -1$ para el estado de vacio del sector NS determine el autovalor de G para un estado generico excitado del sector NS de la cuerda abierta, es decir, $\alpha^{i_1}_{-n_1} \cdots \alpha^{i_N}_{-n_N} b^{j_1}_{-r_1} \cdots b^{j_M}_{-r_M}|0>$.

3. Mostrar que $[b^\mu_0, m^2] = 0$ siendo b^μ_0 el oscilador de modo cero en el sector de Ramond y m^2 el operador de massa de la cuerda fermionica.

4. El operador de quiralidad generalizado en el sector de Ramond es $\Gamma = b^1_0 \cdots b^8_0 (-1)^F$, siendo $b^1_0 \cdots b^8_0$ el operador de quiralidad de las ocho direcciones transversales. Calcular el autovalor de Γ de un estado generico en el sector R usando que $\Gamma|a>= \prod_{i=1}^8 b^i_0|a>= +1|a>$ y $\Gamma|\dot{a}>= -1|\dot{a}>$.

5. Hallar el resultado de las transformaciones modulares S y T en las estucturas de spin. Vea pag 225 y 226 de Blumenhagen et al para detalles.

6. Construir el espectro no masivo de las teorias IIA y IIB

   Compactificación

7. Considerar la métrica

$$ds^2 = G^D_{MN}dx^M dx^N = G_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + G_{dd}(dx^d + A_\mu dx^\mu)^2 \tag{2}$$

   donde $M, N = 0, \cdots, d$ y $\mu, \nu = 0, \cdots, d-1$ y $G_{\mu\nu}$, A_μ y G_{dd} solo dependen de x^μ.

   a) Definiendo $G_{dd} = e^{2\sigma}$, expresar el escalar de curvatura de D dimensiones en términos del de d dimensiones y de la curvatura de A_μ.

b) Reducir la acción

$$S = \frac{1}{2\kappa_0^2}\int d^Dx\sqrt{-G}e^{-2\Phi}\left(R + 4\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi\right) \tag{3}$$

suponiendo que Φ no depende de x^d.

8. Reducir la acción

$$S = -\frac{1}{24\kappa_0^2}\int d^Dx\sqrt{-G}e^{-2\Phi}H_{MNL}H^{MNL} \tag{4}$$

9. Calcular la función de partición para un campo escalar libre periódico $X \sim X + 2\pi R$:

$$(q\bar{q})^{-1/24}Tr(q^{L_0}\bar{q}^{\tilde{L}_0}) \tag{5}$$

y mostrar que es invariante modular.

10. a) Obtener el espectro de masas de la teoría de cuerdas bosónicas cerradas con una dimensión compactificada en un círculo de radio R.

b) Especificar los estados no masivos para radios de compactificación genéricos.

c) Mostrar que la simetría de gauge $U(1)\times U(1)$ se agranda a $SU(2)\times SU(2)$ para $R = \sqrt{\alpha'}$.