

Práctica 6: Funciones de Green de no-equilibrio. Transporte cuántico

Problema 1

Considerar un modelo de electrones no-interactuantes en 1D con potencial químico μ y a temperatura T . En el tiempo $t = t_0$ se conecta un potencial local con la forma $V(x, t) = V_0\delta(x - x_0)\theta(t - t_0)$.

(a) Definir las funciones de Green en el contorno de Keldysh para este sistema.

(b) Derivar la ecuación de Dyson para dicha función a partir de la ecuación de movimiento.

(c) Expresar la ecuación de Dyson en su forma integral.

(d) Escribir las componentes retardadas, avanzadas, menores y mayores de la ecuación de Dyson de los items (b) y (c).

Problema 2

Considerar el diagrama de la self-energy de la interacción electrón-fonón a segundo orden en teoría de perturbaciones calculado en el problema 4 de la práctica 2 en el contorno de Keldysh.

(a) Expresar dicha self-energy en términos de las funciones de Green de electrones y fonones no-interactuantes en el contorno de Keldysh.

(b) Usando las reglas de Langreth, encontrar las expresiones correspondientes a las self-energy retardadas, avanzadas, menores y mayores.

Problema 3

Considerar el siguiente modelo esquemático para un "quantum dot" en contacto con reservóeos con potenciales químicos $\mu_L = \mu_R + V/e$, siendo V una diferencia de potencial impuesta por una fuente de voltaje dc externa:

$$H = H_L + H_R + H_{cont} + H_{dot}, \quad (1)$$

siendo $H_\alpha = \sum_{k_\alpha} \varepsilon_{k_\alpha} c_{k_\alpha}^\dagger c_{k_\alpha}$, $\alpha = L, R$ sistemas de electrones no interactuantes que representan los reservóeos. El "dot" está representado por el

Hamiltoniano

$$H_{dot} = \varepsilon_0 d^\dagger d, \quad (2)$$

mientras que los contactos entre el "dot" y los reservorios están descritos por

$$H_{cont} = \sum_{\alpha=L,R} \sum_{k_\alpha} w_{k_\alpha} (c_{k_\alpha}^\dagger d + H.c.). \quad (3)$$

Una punta de voltaje permite sensar localmente el perfil del potencial de este sistema y un modelo simple para dicho elemento consiste en un tercer reservorio conectado muy débilmente al "dot"

$$H_P = \sum_{k_P} c_{k_P}^\dagger c_{k_P} + w_P \sum_{k_P} (c_{k_P}^\dagger d + H.c.), \quad (4)$$

con $w_P \rightarrow 0$, con un potencial químico tal que garantiza flujo de corriente nula a través del contacto w_P . El potencial local del "dot" se define como $V_0 = e\mu_P$. Considerando que la temperatura de todos los reservorios es $T = 0$, y que la diferencia de potencial V es pequeña comparada con $m\mu_L$ y $m\mu_R$, calcular V_0 en función de μ_L y μ_R .

Problema 4

Considerar el modelo de "quantum dot" del problema anterior sin punta de prueba, con los reservorios al mismo potencial químicos $\mu_L = \mu_R = \mu$ y a diferentes temperaturas $T_L = T_R + \Delta T$.

(a) Encontrar una expresión para la corriente de carga J_c a través del "dot".

(b) Derivar una expresión para la corriente de energía J_E que fluye a través del contacto entre un reservorio y el "dot".

(c) Mediante la técnica de las funciones de Green de no-equilibrio, encontrar una expresión para la corriente de calor $J_Q = J_E - \mu J_c$ a través del "dot". En esta expresión identificar una función de transmisión para el flujo de calor y compararla con la función de transmisión del flujo de carga.