

## Práctica 6: Funciones de Green de no-equilibrio. Transporte cuántico

### Problema 1

Considerar un modelo de electrones no-interactuantes en 1D con potencial químico  $\mu$  y a temperatura  $T$ . En el tiempo  $t = t_0$  se conecta un potencial local con la forma  $V(x, t) = V_0\delta(x - x_0)\theta(t - t_0)$ .

(a) Definir las funciones de Green en el contorno de Keldysh para este sistema.

(b) Derivar la ecuación de Dyson para dicha función a partir de la ecuación de movimiento.

(c) Expresar la ecuación de Dyson en su forma integral.

(d) Escribir las componentes retardadas, avanzadas, menores y mayores de la ecuación de Dyson de los items (b) y (c).

### Problema 2

Considerar el diagrama de la self-energy de la interacción electrón-fonón a segundo orden en teoría de perturbaciones calculado en el problema 4 de la práctica 2 en el contorno de Keldysh.

(a) Expresar dicha self-energy en términos de las funciones de Green de electrones y fonones no-interactuantes en el contorno de Keldysh.

(b) Usando las reglas de Langreth, encontrar las expresiones correspondientes a las self-energy retardadas, avanzadas, menores y mayores.

### Problema 3

Considerar el siguiente modelo esquemático para un "quantum dot" en contacto con reservóeos con potenciales químicos  $\mu_L = \mu_R + V/e$ , siendo  $V$  una diferencia de potencial impuesta por una fuente de voltaje dc externa:

$$H = H_L + H_R + H_{cont} + H_{dot}, \quad (1)$$

siendo  $H_\alpha = \sum_{k_\alpha} \varepsilon_{k_\alpha} c_{k_\alpha}^\dagger c_{k_\alpha}$ ,  $\alpha = L, R$  sistemas de electrones no interactuantes que representan los reservoreos. El "dot" está representado por el

Hamiltoniano

$$H_{dot} = \varepsilon_0 d^\dagger d, \quad (2)$$

mientras que los contactos entre el "dot" y los reservorios están descriptos por

$$H_{cont} = \sum_{\alpha=L,R} \sum_{k_\alpha} w_{k_\alpha} (c_{k_\alpha}^\dagger d + H.c.). \quad (3)$$

Una punta de voltaje permite sensar localmente el perfil del potencial de este sistema y un modelo simple para dicho elemento consiste en un tercer reservorio conectado muy débilmente al "dot"

$$H_P = \sum_{k_P} c_{k_P}^\dagger c_{k_P} + w_P \sum_{k_P} (c_{k_P}^\dagger d + H.c.), \quad (4)$$

con  $w_P \rightarrow 0$ , con un potencial químico tal que garantiza flujo de corriente nula a través del contacto  $w_P$ . El potencial local del "dot" se define como  $V_0 = e\mu_P$ . Considerando que la temperatura de todos los reservorios es  $T = 0$ , y que la diferencia de potencial  $V$  es pequeña comparada con  $m\mu_L$  y  $m\mu_R$ , calcular  $V_0$  en función de  $\mu_L$  y  $\mu_R$ .

## Problema 4

Considerar el modelo de "quantum dot" del problema anterior sin punta de prueba, con los reservorios al mismo potencial químicos  $\mu_L = \mu_R = \mu$  y a diferentes temperaturas  $T_L = T_R + \Delta T$ .

(a) Encontrar una expresión para la corriente de carga  $J_c$  a través del "dot".

(b) Derivar una expresión para la corriente de energía  $J_E$  que fluye a través del contacto entre un reservorio y el "dot".

(c) Mediante la técnica de las funciones de Green de no-equilibrio, encontrar una expresión para la corriente de calor  $J_Q = J_E - \mu J_c$  a través del "dot". En esta expresión identificar una función de transmisión para el flujo de calor y compararla con la función de transmisión del flujo de carga.