SUPERCONDUCTIVIDAD

Guía 2: estado Meissner y modelo de London

---

1. Calcule $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ y $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ para un superconductor seminfinito en un campo externo $\mathbf{H}$ paralelo a la interfase.

2. Para una placa superconductora de espesor $2d$ en un campo externo externo $\mathbf{H}$ paralelo a ésta:

a. halle las distribuciones de campo $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ y corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r})$;

b. halle la distribución de la magnetización correspondiente a dichas corrientes $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ y calcule el momento magnético total por unidad de área de la placa. Discuta el significado físico de dicha magnetización.

3. Calcule la distribución de corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ en una placa superconductora seminfinita de espesor $2d$ conectada en su extremo a una placa conductora normal de igual geometría y por la que circula una densidad de corriente uniforme J_0. Asuma $|\mathbf{J}(\mathbf{r})| < J_\mathrm{c}$ en la placa superconductora.

4. Se tiene una esfera superconductora de radio $a \gg \lambda_\mathrm{L}$ en un campo $\mathbf{H}_0$ tal que la esfera permanece en estado Meissner.

a. Determine las condiciones que debe cumplir el campo $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ en la superficie de la esfera.

b. Halle la distribución de corrientes $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ y el momento magnético $\mathbf{m}$ de la esfera. *Ayuda:* el campo debido a una esfera magnetizada uniformemente, en en exterior de la esfera, es

$$\mathbf{H}(r \geq a, \theta) = \frac{M}{3}\left(\frac{a}{r}\right)^3 [2\hat{r}\cos(\theta) + \hat{\theta}\sin(\theta)].$$

c. Calcule el factor desmagnetizante para una esfera.

5. Para una esfera superconductora de radio $a \sim \lambda_\mathrm{L}$ en un campo externo uniforme H_0 suficientemente chico para que el superconductor se encuentre en estado Meissner:

a. halle las distribuciones de campo $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ y corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r})$;

b. muestre que el momento magnético total es

$$m = -2\pi\ H_0\ a^3 \left[1 + 3\ \frac{1-\beta\ \coth(\beta)}{\beta^2}\right],$$

con $\beta = a/\lambda_\mathrm{L}$.

Ayuda: las ecuaciones de London son separables en coordenadas esféricas. Teniendo en cuenta esto, justifique por qué es posible tomar la dependencia angular de $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ obtenida en el problema 4. Para hallar la dependencia radial, proponga una serie de potencias arbitraria y obtenga una relación de recurrencia para los coeficientes. Identifique la aparición de funciones hiperbólicas (sinh y cosh) en la serie y factorice.

6. Se tiene una emulsión de n partículas superconductoras por unidad de volumen en una matriz de un material magnéticamente inerte. Las partículas son esféricas y sus radios siguen una distribución $g(a)$ conocida, con $n^{-\frac{1}{3}} \gg \langle a \rangle \gg \lambda_{\mathrm{L}}$.

a. Exprese la susceptibilidad magnética del sistema a primer orden en λ_{L} en términos de los momentos de la distribución de tamaños ($\langle a^k \rangle$) y demás datos del problema.

b. Usando el resultado anterior y los datos de la figura 1, estime la longitud de penetración $\lambda_{\mathrm{L}}(0)$ para el plomo.

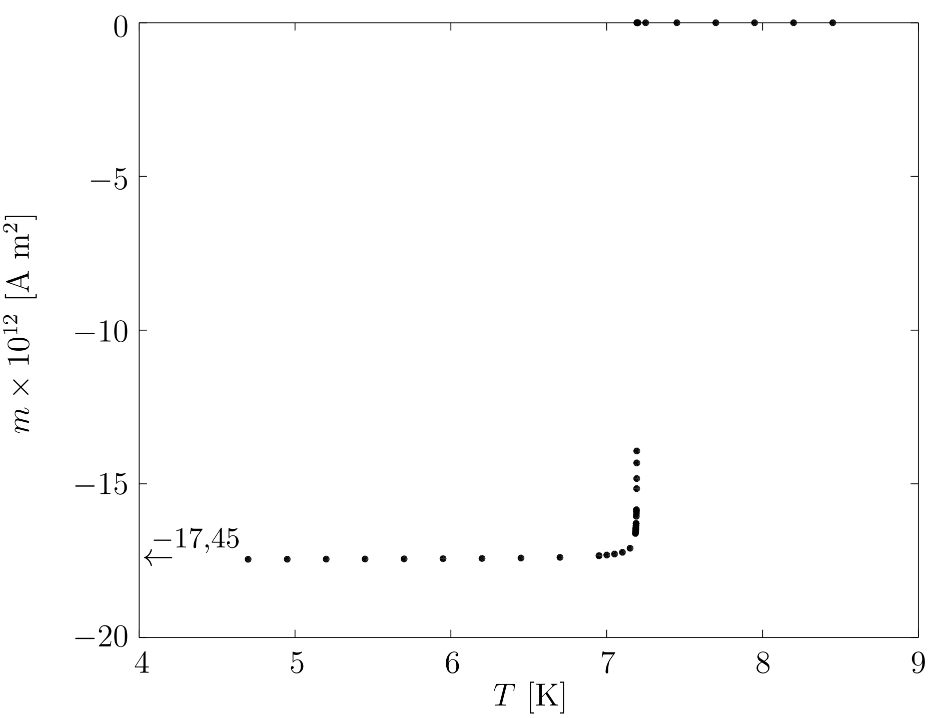

Figura 1: Momento magnético de una emulsión de polvo de plomo en cera, medido sobre una muestra de $(2 \times 2 \times 10)$ mm^3 en un campo magnético longitudinal de magnitud $B = 2{,}5$ mT. Las partículas de plomo poseen un radio medio $\langle a \rangle = 2{,}58$ µm con un desvío estándar $\sqrt{\langle a^2 \rangle - \langle a \rangle^2} = 3{,}04$ µm, y se encuentran en una densidad $n \sim 6 \times 10^4$ mm^{-3}. La fracción del volumen total ocupado por las partículas es $f = 11{,}68\,\%$.