SUPERCONDUCTIVIDAD

Guía 3: termodinámica y estado intermedio

Propiedades termodinámicas

1. Demuestre que la diferencia de energía libre de Helmholtz por unidad de volumen entre las fases normal (n) y superconductora (s) es

$$f_{\mathrm{n}}(T,0) - f_{\mathrm{s}}(T,0) = \frac{\mu_0}{2} H_{\mathrm{c}}^2(T).$$

2. Calcule la diferencia de entropía entre las fases normal (n) y superconductora (s), $s_{\mathrm{n}}(T,0) - s_{\mathrm{s}}(T,0)$, y demuestre que la diferencia de calor específico entre dichas fases es

$$c_{\mathrm{n}}(T,0) - c_{\mathrm{s}}(T,0) = \frac{2\mu_0 H_{\mathrm{c}}^2(0)}{T_{\mathrm{c}}}(t - 3t^3),$$

donde $t = T/T_{\mathrm{c}}$. Asuma la relación $H_{\mathrm{c}}(T) = (1 - t^2)H_{\mathrm{c}}(0)$.

3. A partir de los resultados anteriores y los datos de calor específico provistos en la figura 1:

a. estime el campo crítico H_{c} del aluminio;

b. describa cómo cambian $C_{\mathrm{n}}^{\mathrm{el}}(T)$ y $C_{\mathrm{s}}^{\mathrm{el}}(T)$ en presencia de un campo $H > 0$.

4. Se tiene un material superconductor a una temperatura $T < T_{\mathrm{c}}$, en un campo magnético H infinitesimalmente próximo a H_{c}.

a. ¿Qué sucede si se aumenta el campo magnético adiabáticamente?

b. Calcular el cambio de temperatura de la muestra.

5. Para una placa de espesor $2d < \lambda_{\mathrm{L}}$, paralela al campo aplicado, cuyo campo crítico termodinámico *en volumen* es H_{c}, determine el campo H_{c}^* a partir del cual el sistema sale del estado Meissner.

Estado intermedio

6. Grafique la evolución de $m(H)$ desde $H = 0$ hasta $H = H_{\mathrm{c}}$ para una esfera superconductora de radio $a \gg \lambda_{\mathrm{L}}$.

7. Halle la corriente I_c a partir de la cual se forman regiones normales en un alambre superconductor de radio $a \gg \lambda_\mathrm{L}$ en los siguientes casos:

a. $\mathbf{H}_0 = 0$

b. $\mathbf{H}_0 \neq 0$ paralelo al alambre ($\eta = 0$)

c. $\mathbf{H}_0 \neq 0$ perpendicular al alambre ($\eta = 1/2$)

8. Se tiene una placa superconductora delgada, de espesor $d \gg \lambda_\mathrm{L}$, en presencia de un campo uniforme perpendicular de magnitud H_0. Considerando que la energía adicional por unidad de área en las interfaces normal-superconductor es $\gamma = \frac{1}{2}\delta\mu_0 H_\mathrm{c}^2$, con $d > \delta \gg \lambda_\mathrm{L}$,

a. encuentre la distribución de campo magnético;

b. encuentre el valor de H_0 necesario para que toda la placa pase al estado normal.

9. Se tiene un alambre superconductor de radio $a \gg \lambda_\mathrm{L}$ por el cual circula una corriente $I > I_\mathrm{c}$. Proponiendo el modelo de estado intermedio de la figura 2:

a. demuestre que $\mathbf{H}(r, z)$ es uniforme para $r < r_0$;

b. determine r_0 y halle $J(r)$ en las regiones normales;

c. halle la resistencia por unidad de longitud del alambre, en función de la corriente I y la resistividad de la fase normal ρ_n.

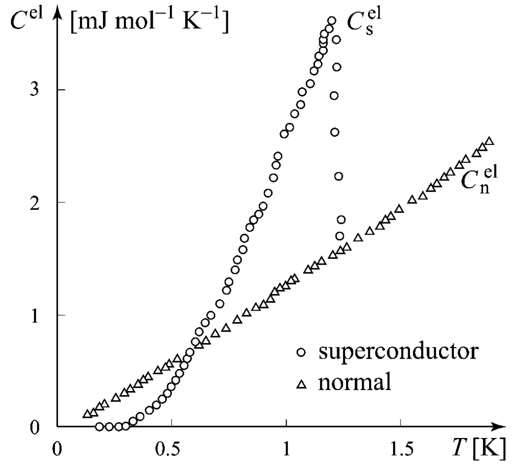

Figura 1: Calor específico electrónico de las fases superconductora (C_s^el, $H = 0$) y normal (C_n^el, $H = 30$ mT) del aluminio, en función de la temperatura. Fuente: N.E. Phillips, *Phys. Rev.* **114**, 676 (1959).

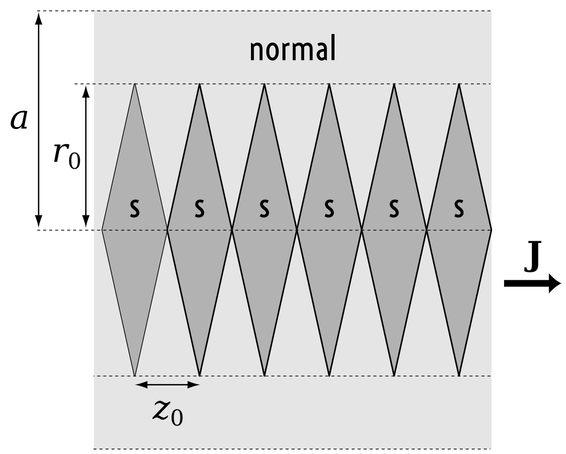

Figura 2: *Un modelo* para el estado intermedio de un alambre superconductor de radio a que transporta una corriente: la región exterior ($r > r_0$) se vuelve normal, mientras que en el interior permanecen regiones superconductoras de forma cónica, con periodo z_0.